

文章编号: 1001-1455(2010)06-0577-06

# 爆炸膨胀环一维应力假定的分析与讨论<sup>\*</sup>

汤铁钢, 李庆忠, 陈永涛, 童慧峰, 刘仓理

(中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理国防科技重点实验室, 四川 绵阳 621900)

**摘要:** 对爆炸膨胀环的运动过程和应力状态进行了理论分析, 指出膨胀环在径向变形过程中其厚度减小将引起内外壁的速度差, 对膨胀环内外壁的速度差进行了分析。由于膨胀环内外壁速度差的存在必然造成复杂应力状态, 无法满足一维应力假定, 由此推断出实验中利用外壁速度计算出的应力要略大于膨胀环内的平均应力。利用 LS-DYNA 三维动力学有限元程序验证了理论分析结果, 利用膨胀环外壁速度计算出的应力比数值模拟给出的膨胀环内平均应力大 1% 左右。

**关键词:** 固体力学; 一维应力; 反向求解; 膨胀环

**中图分类号:** O347      **国标学科代码:** 130·15      **文献标志码:** A

## 1 引言

利用爆炸膨胀环在一维应力假定下研究高应变率拉伸加载时材料的动态性能, 膨胀环内真实的应力状态是否严格满足一维应力状态, 决定了爆炸膨胀环实验数据的可用性。为了避开早期的冲击加载和后期膨胀环失稳引起的速度振荡(或者说造成膨胀环内应力的不均匀性), 实验中通常选取膨胀环速度曲线的中间平滑段作为有效数据, 认为速度平滑阶段即自由膨胀阶段满足一维应力假定。从 P. C. Johnson 等<sup>[1]</sup>、C. R. Hoggatt 等<sup>[2]</sup>最早运用爆炸膨胀环实验测试工程材料的本构关系数据, 到 R. H. Warnes 等<sup>[3-4]</sup>首先利用激光速度干涉仪(VISAR)测量爆炸膨胀环的径向速度, 通过速度历史处理应力-应变-应变率关系, 以及后来众多研究者, 不论是利用爆炸膨胀环实验研究材料的动态性能<sup>[5-6]</sup>, 还是讨论膨胀环实验数据的应用<sup>[7]</sup>, 均在一维应力假定条件下进行。然而, 在膨胀环运动速度平滑阶段, 是否严格满足一维应力假定, 其近似程度如何, 目前未见相关研究报道, 但 R. H. Warnes 等<sup>[3]</sup>在研究中曾讨论过膨胀环二维效应的影响。

本文中, 首先通过对膨胀环自由运动过程中的状态进行分析, 指出一维应力假定可能引起的偏差, 理论预估偏差的大小, 然后通过数值模拟定量计算膨胀环径向运动时环内的应力不均匀性。利用数值模拟得到的膨胀环外壁速度历史, 结合一维应力假定条件下推导出的公式反向计算膨胀环内的应力, 并与数值模拟计算给出的膨胀环内平均应力进行比较, 确定一维应力假定对膨胀环实验研究带来的理论偏差。

## 2 一维应力假定分析

### 2.1 一维应力假定

爆炸膨胀环实验中的一维应力假定为: 膨胀环在自由飞行阶段, 膨胀环内只有环向应力, 径向应力和轴向应力为零。对于自由飞行阶段的膨胀环, 仅在环向应力作用下作减速运动<sup>[8]</sup>。取膨胀环半径  $r$  处的任一环向单元建立运动方程

\* 收稿日期: 2009-07-13; 修回日期: 2009-11-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(10872187);

冲击波物理与爆轰物理国防科技重点实验室基金项目(9140C6702010903)

作者简介: 汤铁钢(1974—), 男, 博士, 副研究员。

$$\left(\sigma_r + \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr\right) (r + dr) d\theta dz - \sigma_r r d\theta dz - 2\sigma_\theta \sin \frac{d\theta}{2} dr dz = \rho_0 \left(r + \frac{dr}{2}\right) d\theta dr dz \frac{\partial v_r}{\partial t} \quad (1)$$

式中:  $\rho_0$  为金属环密度,  $z$  为环高度方向坐标,  $v_r$  为环的径向速度。将  $\sin \frac{d\theta}{2}$  展开, 忽略 2 阶以上高阶小量, 取  $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$ , 经过整理得

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho_0 \frac{\partial v_r}{\partial t} = \rho_0 \ddot{r} \quad (2)$$

金属环在自由膨胀期间径向应力为零, 得到周向应力的运动方程

$$\sigma_\theta = -\rho_0 r \ddot{r} \quad (3)$$

式中:  $\ddot{r}$  是金属环径向加速度。

在以上分析中, 实际上包含了如下假设:

- (1) 膨胀环在自由飞行阶段环向应力和轴向应力为零, 环向应力在膨胀环的截面上均匀分布;
- (2) 忽略高阶小量, 相当于假定膨胀环外径  $R$  与内径  $r$  近似相等; 膨胀环内外壁的运动速度相等。

## 2.2 近似假定带来的偏差

首先对膨胀环的运动进行分析。如图 1 所示, 假设膨胀环从时刻  $t_0$  开始自由膨胀, 从时刻  $t_0$  到  $t_1$ , 膨胀环的外壁运动距离为  $s_1$ , 内界面运动距离为  $s_2$ 。由于膨胀环的厚度减小,  $s_2 > s_1$ , 所以内界面的运动速度高于外壁的运动速度, 于是在膨胀环的截面存在一个速度梯度, 必然导致截面上应力的不均匀。记外壁速度为  $\dot{R}$ , 内壁速度为  $\dot{r}$ , 分别可用下面的公式表达

$$\dot{R} = \frac{s_1}{t_1 - t_0}, \quad \dot{r} = \frac{s_2}{t_1 - t_0} \quad (4)$$

由公式(4)可得

$$\frac{\dot{r} - \dot{R}}{\dot{R}} = \frac{s_2 - s_1}{s_1} \quad (5)$$

式中:  $s_2 - s_1$  即为膨胀环的壁厚变化量。

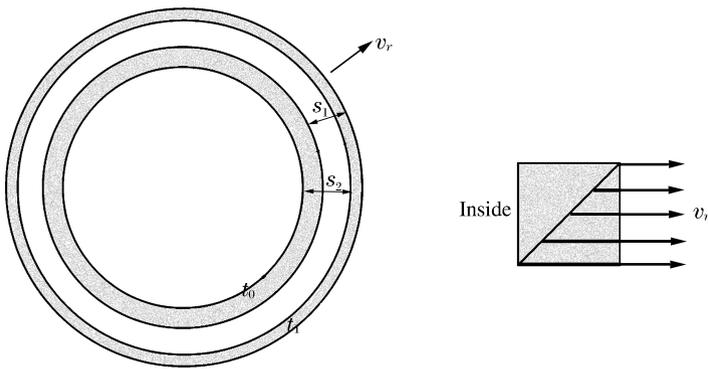


图 1 膨胀环运动时的速度梯度示意图

Fig. 1 Sketch of velocity gradient of an expanding ring

以直径 40 mm、厚 1 mm 的膨胀环为例, 假设膨胀环在  $20 \mu\text{s}$  内径向膨胀 10%, 即  $s_1 = 2.1 \text{ mm}$ , 在材料不可压缩的条件下, 其截面面积也相应缩小 10%, 膨胀环的厚度减小约 5%, 即  $s_2 - s_1 = 0.05 \text{ mm}$ 。由公式(5)可知, 厚度变化给内外壁速度带来的相对误差约为 2.5%。

由  $\sigma_\theta = -\rho_0 r \ddot{r}$  知, 应力幅值与速度大小无关, 只与速度斜率(即加速度)相关, 同时应力幅值与  $r$  相关。对于内外壁而言, 不仅半径是不相等的, 速度的斜率也是不相等的, 所以内外壁位置的环向应力也不相等。

实验中,测试获得的是膨胀环外壁的速度历史  $\dot{R}$ , 积分获得的位移为  $R$ , 处理得到的应力  $\sigma_\theta = -\rho_0 R \ddot{R}$ , 实际上为外壁的应力, 记为  $\sigma_{\theta, \text{out}}$ 。假定在膨胀环径向存在一位置, 该位置应力大小等于膨胀环截面内的平均应力, 记为  $\sigma_{\theta, \text{ave}} = -\rho_0 r \ddot{r}$ 。从公式看,  $\sigma_{\theta, \text{out}}$  可能会大于  $\sigma_{\theta, \text{ave}}$ , 主要原因是  $R > r$ , 而速度斜率可能相差不明显。

### 3 数值模拟分析

#### 3.1 计算模型

膨胀环在运动过程中, 由于内外壁速度差的存在, 应力将不是理想均匀分布。应力的不均匀会影响到实验数据的分析。实验中测试的是膨胀环自由面的速度或者位移, 由此计算出的应力能否表征膨胀环的整个截面内的平均应力, 需要通过数值模拟计算进行定量分析。

利用 LS-DYNA 三维动力学有限元程序对爆炸膨胀环内的应力状态进行模拟计算分析。计算模型如图 2 所示, 由里到外依次为炸药、装药容器、驱动器、膨胀环。中心柱形装药为 PETN 粉末, 密度  $1.05 \text{ g/cm}^3$ , 直径  $10 \text{ mm}$ , 采用 JWL 状态方程; 装药容器厚  $3 \text{ mm}$ , 材料为 PMMA; 驱动器厚  $12 \text{ mm}$ , 材料为 20 钢; 膨胀环内径  $40 \text{ mm}$ 、厚  $1 \text{ mm}$ 、高  $1 \text{ mm}$ , 材料为无氧铜(TU1)。20 钢和无氧铜均采用 J-C 本构模型, J-C 本构模型参数见表 1<sup>[8]</sup>, 表中  $\rho$  为密度,  $c_p$  为比定压热容,  $E$  为杨氏模量,  $\nu$  为泊松比,  $A$  为屈服应力,  $B$  为硬化常数,  $n$  为硬化指数,  $C$  为应变率常数,  $m$  为热软化指数。

膨胀环截面单元和节点的选取如图 3 所示, 选取从膨胀环内壁到外壁的 4 个单元: 1~4, 选取内外壁上的 2 个节点 a 和 b。

表 1 20 钢和无氧铜的本构模型参数

Table 1 Construction parameters for 20 steel and oxygen-free copper

材料	$\rho/(\text{g/cm}^3)$	$c_p/(\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K}))$	$E/\text{GPa}$	$\nu$	$A/\text{MPa}$	$B/\text{MPa}$	$n$	$C$	$m$
20 钢	7.83	477	159	0.33	792	510	0.26	0.014	1.03
TU1	8.96	383	129	0.34	90	292	0.28	0.027	1.09

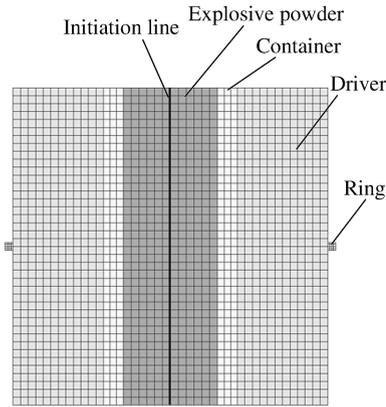


图 2 计算模型示意图

Fig. 2 Sketch of computation model

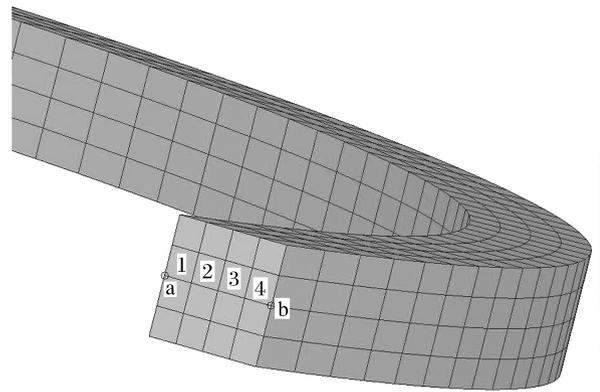


图 3 膨胀环截面单元号和节点号示意图

Fig. 3 Number of elements and nodes on the ring section

#### 3.2 计算结果

膨胀环内外壁的速度历史如图 4 所示, 节点 a 位于膨胀环的内壁, 节点 b 位于膨胀环外壁。冲击加载时, 膨胀环内壁的起跳速度要远大于外壁的速度, 这是爆炸膨胀环实验的特点, 冲击加载时膨胀环内壁速度与驱动器的外壁速度一致, 而外壁速度取决于入射冲击波的强度及侧向稀疏的影响。不考虑早期的冲击加载阶段, 膨胀环在  $5.5 \mu\text{s}$  时刻与驱动器完全分离, 在自由膨胀阶段,  $10 \mu\text{s}$  时刻, 膨胀环内壁

速度为 102.21 m/s,外壁速度为 100.09 m/s,相差 2.1%,与 2.2 节中分析的 2.5% 基本一致。但到 50 μs 时刻,内壁速度为 45.32 m/s,外壁速度为 45.06 m/s,相差 0.6%。随着膨胀环的膨胀,其半径在增加,而截面尺寸变化对速度变化的贡献在逐步减小,同时由于膨胀环出现颈缩等局部塑性变形现象,非颈缩位置膨胀环的截面尺寸不再明显变化,因此引起的内外壁速度差在减小。

从速度曲线看,10 μs 以后可以认为是自由膨胀,那么就on应该满足一维应力假定。从图 5~7 的应力历史看,10 μs 以后膨胀环截面内径向应力和轴向应力基本上趋于 0,均可以忽略,此时膨胀环内只有环向拉应力,可以认为满足一维应力假定。但在 45 μs 以后,径向应力和轴向应力开始偏离 0 轴,可以认为是膨胀环内局域塑性变形造成的。

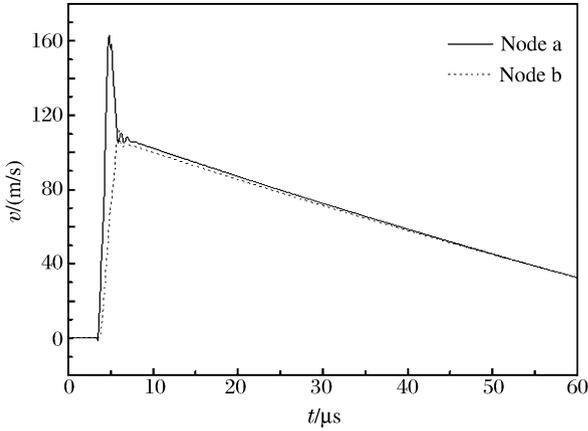


图 4 膨胀环内外壁节点的速度历史

Fig. 4 Velocity profile of inner and outer surface nodes of an expanding ring

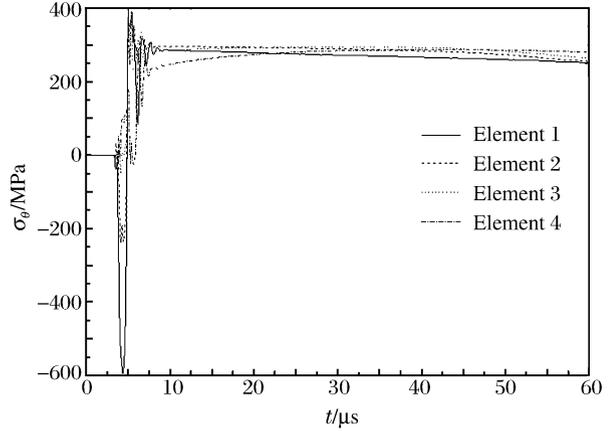


图 5 膨胀环截面各单元的环向应力历史

Fig. 5 Hoop stresses of different position elements on an expanding ring section

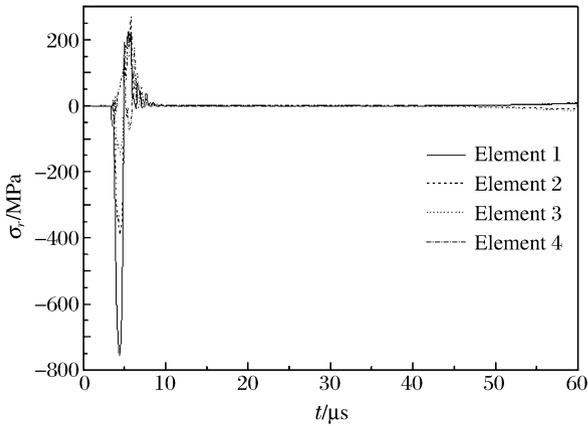


图 6 膨胀环截面各单元的径向应力历史

Fig. 6 Radial stresses of different position elements on an expanding ring section

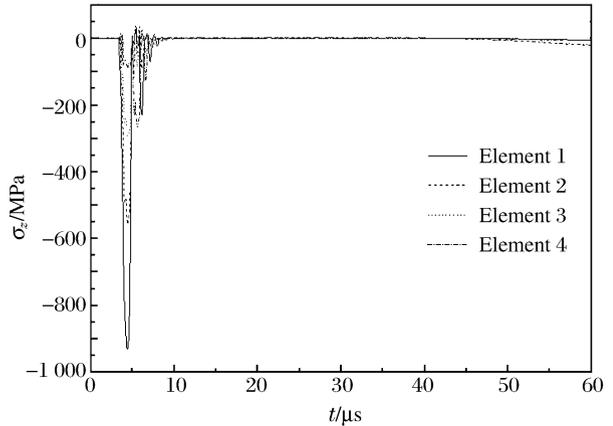


图 7 膨胀环截面各单元的轴向应力历史

Fig. 7 Axial stresses of different position elements on an expanding ring section

从环向应力历史(图 5)看,不同位置单元的环向应力是不相等的,这证明了前面分析中认为由于速度差的存在导致应力分布不均匀的结论。同时看到,不同位置单元的环向应力的大小随着时间而改变,任何单元的应力都不适合描述膨胀环截面上的应力,最好的方法是采用平均应力来描述。

既然膨胀环截面上的应力不均匀,那么在膨胀环实验中利用外壁速度求解应力时,即认为求出的应力是膨胀环截面上的平均应力。实际上,上面的分析已经证明,利用公式(4)对膨胀环外壁速度进行求解得到的应力可能偏大,主要原因在于膨胀环外壁的半径大于平均半径,而速度斜率相差很小。利用膨胀环外壁速度求解出的应力,与膨胀环内的平均应力到底存在多大的偏差,关系到实验数据的精度,有

必要进行进一步的定量分析。

### 3.3 应力的反向求解

为了定量分析利用膨胀环外壁速度求解膨胀环内平均应力带来的偏差,利用计算获得的速度数据进行反向求解。由于利用速度反向求解应力时只涉及膨胀环材料的初始密度,没有不确定的参数,可以认为此种处理结果与实验数据的处理是一致的。利用公式(4)对图4中节点b的速度历史进行求解,速度历史取 $10\ \mu\text{s}$ 以后的数据,求出的应力历史以及数值模拟计算获得的膨胀环截面上平均等效应力、平均环向应力见图8。

由图8可以看出,等效应力与环向应力在 $10\sim 45\ \mu\text{s}$ 内完全重合, $45\ \mu\text{s}$ 以后开始出现偏离,与径向应力、轴向应力偏离0轴的时间是一致的,由此可以判定 $45\ \mu\text{s}$ 以后不再严格满足一维应力假定,这主要是由于拉伸后期膨胀环内出现颈缩等不均匀现象。通过反向求解出的应力与平均应力的比较发现,在 $10\sim 11\ \mu\text{s}$ 内,求解出的应力偏离较大,原因可能是此时膨胀环内应力波没有完全消失,处于应力均匀化阶段,若不求解出应力,单纯从膨胀环的速度历史很难判定此时刻膨胀环不处于自由膨胀阶段。从 $11\ \mu\text{s}$ 以后,反向求解出的应力与膨胀环内的平均应力基本上一致,但始终略高于平均应力,高出幅度范围为 $0.6\%\sim 1.7\%$ 。这一偏差与实验数据的精度无关,是由处理膨胀环实验数据时所做假定造成的。

## 4 结论

通过分析讨论,可以得出以下几点结论:

(1)理论分析表明膨胀环在膨胀时其截面尺寸的变化会引起内外壁速度差,从而导致膨胀环截面内应力分布的不均匀;数值模拟结果不仅证实了这一结论,同时发现膨胀环各位置单元的应力变化规律也不一致;

(2)理论分析认为通过膨胀环外壁速度历史求解出的应力可能略高于膨胀环内的平均应力,利用数值模拟获得的速度历史进行反向求解,求出的应力幅值高出膨胀环内的平均应力 $0.6\%\sim 1.7\%$ ,这一偏差完全来源于膨胀环实验数据处理时的假定。

研究结果可为爆炸膨胀环实验数据处理结果的修正提供参考。

### 参考文献:

- [1] Johnson P C, Stein B A, Davis R S. Measurement of dynamic plastic flow properties under uniform stress[C]// Symposium on the Dynamic Behavior of Materials. ASTM Special Publication, 1963:195-198.
- [2] Hoggatt C R, Recht R F. Stress-strain data obtained at high rates using an expanding ring[J]. Experimental Mechanics, 1969,9(10):441-448.
- [3] Warnes R H, Duffey T A, Karpp R R, et al. An improved technique for determining dynamic material properties using the expanding ring[C]// Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals. New York, 1981:23-36.

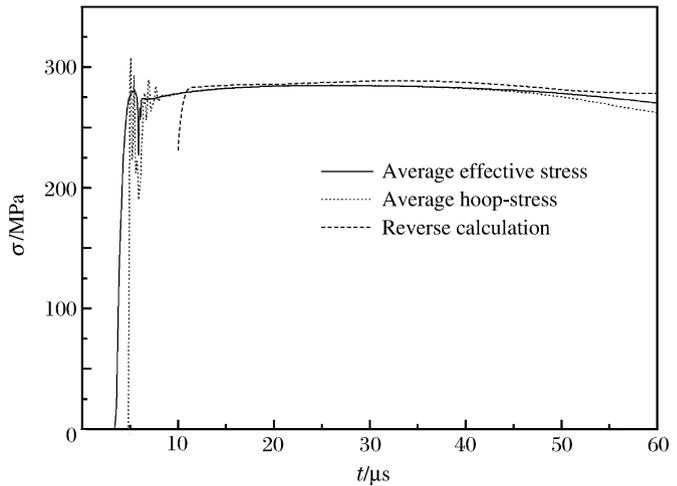


图8 反向求解出的应力与膨胀环截面上平均等效应力、平均环向应力的比较

Fig. 8 Comparison of the reversely calculated stress and the average stresses of an ring

- [4] Warnes R H , Karpp R R, Follansbee P S. The freely expanding ring test — A test to determine material strength at high strain rates[J]. *Journal De Physique IV*, 1985,46(C5):583-590.
- [5] Bar-on E, Ginsburg A. Failure strain of expanding ring and its application to other expanding bodies[J]. *Journal De Physique IV*, 2003,110(1):525-530.
- [6] Al-Maliky N, Parry D J. Measurements of high strain rate properties of polymers using expanding ring method[J]. *Journal De Physique IV*, 1994,4(C8):71-76.
- [7] Llorca F, Juanicotena A. Expanding ring test: Numerical simulation-application to the analysis of experimental data [J]. *Journal De Physique IV*, 1997,7(C3):235-240.
- [8] 汤铁钢,李庆忠,刘仓理,等. 爆炸膨胀环实验数据处理方法讨论[J]. *爆炸与冲击*, 2010,30(5):505-510.  
TANG Tie-gang, LI Qing-zhong, LIU Cang-li, et al. A discussion of data processing techniques for expanding ring test[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2010,30(5):505-510.

## Discussion about one-dimensional stress presume for explosion expanding ring test \*

TANG Tie-gang, LI Qing-zhong, CHENG Yong-tao, TONG Hui-feng, LIU Cang-li  
(*National Key Laboratory of Shock Wave and Detonation Physics, Institute of Fluid Physics,  
China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China*)

**Abstract:** A theory analysis of movement and stress state of explosion expanding ring has been carried out. The results show that one-dimensional stress presume may bring out the departure of velocity and stress of ring. The departure of velocity and stress has been estimated by theory analysis. The stress calculated by velocity of outer surface of ring is larger than the average stress on the section of ring. The numerical simulation has validated the results from theory analysis, and determined the range of stress departure carried by one-dimensional stress presume.

**Key words:** solid mechanics; one-dimensional stress; reverse calculation; expanding ring

---

\* Received 13 July 2009; Revised 13 November 2009

Supported by the National Natural Science Foundation of China (10872187)

Corresponding author: TANG Tie-gang, ttg1974@163.com