

文章编号: 1001-1455(2011)01-0107-06

# 多孔材料中应力波的传播<sup>\*</sup>

赵 凯<sup>1</sup>, 王肖钧<sup>1</sup>, 刘 飞<sup>2</sup>, 罗文超<sup>1</sup>

(1. 中国科学技术大学, 安徽 合肥 230027;

2. 总参工程兵科研三所, 河南 洛阳 471000)

**摘要:** 针对多孔泡沫混凝土实验应力应变曲线的基本特点, 提出并建立了一种可以考虑孔隙压实过程的材料本构模型及其数学形式。通过典型算例, 分析了应力波在多孔材料中传播的耗散效应, 指出多孔材料中的孔隙在被压实过程中能有效吸收应力波能量、降低应力波强度, 在引起应力波衰减的诸因素中, 孔隙压实所起的作用更大更显著。

**关键词:** 固体力学; 本构耗散; 应力波; 泡沫混凝土; 多孔; 孔隙

**中图分类号:** O347.4

**国标学科代码:** 130·1515

**文献标志码:** A

多孔材料是指具有一定尺寸和数量的孔隙结构材料, 孔隙的尺寸、数量和分布是影响物理性能的主要因素。多孔材料具有密度低、抗冲击、吸能性强等优点, 因此被广泛应用于航空航天、交通安全、产品包装和各种抗爆减震防护领域, 是当前研究中的热点问题之一。LU Guo-xing 等<sup>[1]</sup>、WANG Bin 等<sup>[2]</sup>采用改进的 Taylor 冲击实验技术测得了具有延展性的多孔材料的动态屈服强度。Y. S. Lee<sup>[3]</sup>采用宏观结合的方法, 通过数值模拟发展了一种多孔材料的粘塑性本构模型。J. P. Borg 等<sup>[4]</sup>采用数值模拟方法研究了冲击波在不同初始孔隙率的沙土中的传播特性, 对比并分析了描述多孔材料的几种不同本构模型。胡时胜等<sup>[5]</sup>对多孔泡沫材料进行了高应变率冲击实验, 提出了应变率相关的本构关系, 分析了冲击波在聚氨酯泡沫塑料中的传播规律。周钟等<sup>[6]</sup>建立了两种着重描述多孔岩石孔隙坍塌机理的弹塑性本构模型, 并对弹塑性波在多孔凝灰岩中的传播过程进行了计算, 揭示了多孔岩石中应力波传播的基本特性和多孔凝灰岩中地下爆炸震源函数的特性。王礼立<sup>[7]</sup>对泡沫铝、硬质泡沫塑料等多孔材料中的应力波传播规律进行了理论和实验分析, 研究表明多孔材料可以吸收冲击波的能量, 降低主体材料的破坏。王宇新等<sup>[8]</sup>对冲击波在钢板-多孔材料-钢板 3 层结构中的传播规律进行了数值模拟, 指出多孔材料能够有效提高结构的抗爆特性。

泡沫混凝土是一种典型的多孔工程材料, 与泡沫金属和泡沫塑料相比, 泡沫混凝土便于制备、成本低廉、且具有一定的建筑强度, 因此是工程防护结构中重要的抗爆抗冲击材料。研究应力波在多孔泡沫混凝土中传播的基本特性, 无论在工程上、国防上或学术上都有重要的现实意义。本文中, 根据泡沫混凝土的实验应力应变曲线, 在流体弹塑性本构模型的框架下, 提出了一种可以反映孔隙压实过程的本构关系, 基本特点是将孔隙压实过程视为体积不可逆过程, 通过不可逆静水压-体积变形关系描述, 畸变部分则依然采用通常的弹塑性本构模型。在此基础上, 通过数值计算研究应力波在不同孔隙率的多孔泡沫混凝土中传播的基本特性, 着重讨论孔隙在应力波强度衰减和能量耗散中所起的作用。

## 1 泡沫混凝土实验应力应变曲线

泡沫混凝土是在普通混凝土中加入发泡剂经搅拌固化制备而成的一种低成本工程防护建筑材料, 发泡剂的多寡决定了孔隙率的高低。将泡沫混凝土制成直径 70 mm、高 50 mm 的圆柱形试件, 在材料

\* 收稿日期: 2009-11-03; 修回日期: 2010-01-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(50802092); 国家自然科学基金重点项目(10632080)

作者简介: 赵 凯(1980—), 男, 讲师。

试验机 MTS810 上做静态单轴压缩实验,分别测量一维应力与一维应变条件下的工程应力应变曲线。共做了 8 组实验,典型结果如图 1~2 所示。一维应变实验是借助一个内径与泡沫混凝土试件的外径相同的圆柱形钢质厚套筒实现的。实验测得的泡沫混凝土主要参数分别为:密度  $\rho=0.78 \text{ g/cm}^3$ ,弹性模量  $E=1.125 \text{ GPa}$ ,泊松比  $\nu=0.20$ ,孔隙率  $\eta=0.65$ ,弹性极限  $Y=5\sim 6 \text{ MPa}$ 。

由图 1~2 可以看出,泡沫混凝土的弹性极限很低,只有几兆帕。由一维应力条件下的实验曲线,一开始,材料的应力应变曲线几乎成线性关系,当载荷达到某一最大值(该值可被视为弹性极限)后,材料强度便迅速下降,但仍维持在一个比较平稳的应力水平,直至材料被完全压垮。这一特征反映了材料内部细观结构的变化过程。一开始,多孔材料在骨架支撑下尚能承受一定外载,应力应变呈线弹性关系。但到达一个比较低的极限应力后,部分骨架便开始坍塌,孔隙逐渐被压实,此时材料仍具有一定的强度,因此出现实验曲线中的平台部分。当孔隙被完全压实骨架坍塌后,材料强度丧失,不再承载。

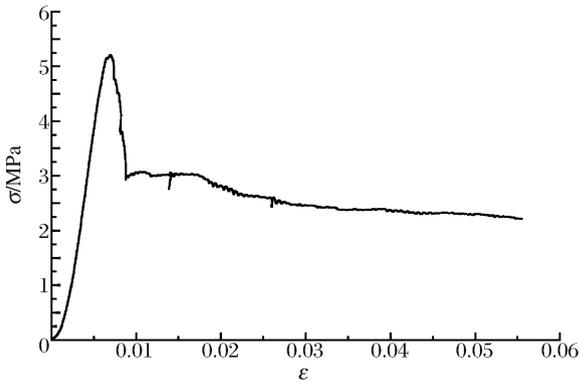


图 1 泡沫砼一维应力压缩曲线

Fig. 1 Experimental stress-strain curve of foam-concrete at uniaxial stress

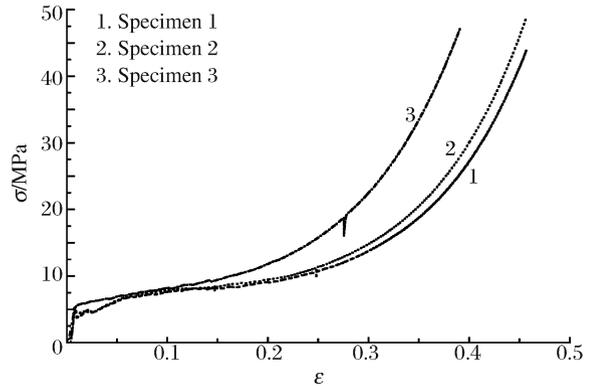


图 2 泡沫砼一维应变压缩曲线

Fig. 2 Experimental stress-strain curves of foam-concrete at uniaxial strain

与一维应力曲线不同的是,在一维应变实验中,由于受到围压的限制,当骨架完全坍塌、孔隙被完全压实后,基体仍可以承载,材料仍维持一定的强度,因而应力应变曲线在经历一个稳定的平台段后将继以某种非线性方式上升。和一维应力曲线相比,一维应变曲线能更科学准确地展现多孔材料受压过程中孔隙破坏直至全部消失后材料的物理行为。因此可以以它为基础,建立多孔材料的本构模型。孔隙压实过程在物理上表示体积不可逆压缩行为,只与静水压有关,因此可以用不可逆加载卸载  $p-V$  关系描述。而偏量部分反映的是基体材料的力学行为,仍可按通常的弹塑性模型处理,这就是所谓考虑孔隙压实过程的变模量模型。

### 2 考虑孔隙压实过程的变模量模型

与一维应变实验曲线十分相似的典型的变模量模型  $p$ - $V$  曲线如图 3 所示,它可以被分为 3 段:  $p \leq p_1$ , 为线弹性段;  $p_1 < p < p_2$ , 为平台段(孔隙压实段);  $p \geq p_2$ , 则是孔隙消失后的完全压实段。除线弹性段外,孔隙压实段和完全压实段曲线都可以是非线性的,数学形式可以表示成:(1)线弹性段( $\mu \leq \mu_1$ ),材料孔隙骨架完好,加卸载可逆,  $dp = K_0 d\mu$ ; (2)孔隙压实段( $\mu_1 < \mu \leq \mu_2$ ),加卸载沿不同路径,通过卸载后的残余体积变形描述孔隙压实过程,加卸时  $dp = Kd\mu$ ,卸载时  $dp = K'd\mu$ ; (3)完全压实段( $\mu > \mu_2$ ),若材料塑性体积不可

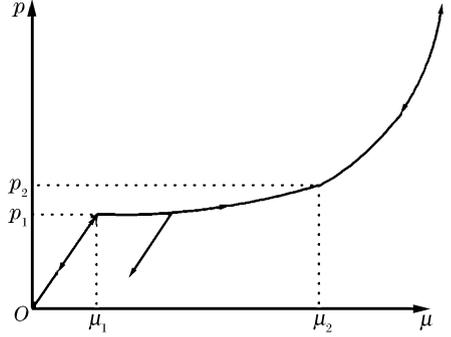


图 3 变模量模型  $p$ - $V$  关系

Fig. 3  $p$ - $V$  relationship of modified-modules model

压假定成立,则加卸载  $p$ - $V$  曲线将沿同一路径发展,可采用如下多项式表示

$$p = K_1 + K_2(\mu - \mu_2) + K_3(\mu - \mu_2)^2 + K_4(\mu - \mu_2)^3$$

式中: $\mu$  为压缩比,  $\mu = \rho/\rho_0 - 1$ ,  $K_0$  表示含孔隙材料的初始弹性模量,  $K$  表示压实段切向体模量,  $K'$  是压实段卸载体模量,  $K' > K$ 。平台段  $\mu_2 - \mu_1$  的大小反映了孔隙率的高低。

虽然泡沫混凝土实验应力应变曲线显示略有应变率效应,但是由于实验数据偏少而又比较分散,为了充分展示应力波传播中的孔隙效应,忽略材料的应变率效应而假定泡沫混凝土为率无关材料,由此可以通过实验测得的一维应变条件下的应力应变曲线,建立泡沫混凝土的上述  $p$ - $V$  关系。一维应变条件下实验测得的轴向应变就是体应变,假设泡沫混凝土的屈服强度为  $Y$ ,并服从 Mises 屈服准则,则当轴向应力  $\sigma_x$  小于材料的侧限弹性极限  $Y_c$  ( $Y_c = (1-\nu)Y/(1-2\nu)$ ) 时,静水压  $p$  与轴向应力  $\sigma_x$  之间有如下关系

$$-p = \frac{1 + \nu}{3(1 - \nu)} \sigma_x \tag{1}$$

当  $\sigma_x \geq Y$  时,由一维应变条件下的屈服条件  $\sigma_x - \sigma_y = Y$ ,可得

$$-p = \sigma_x - \frac{2}{3}Y \tag{2}$$

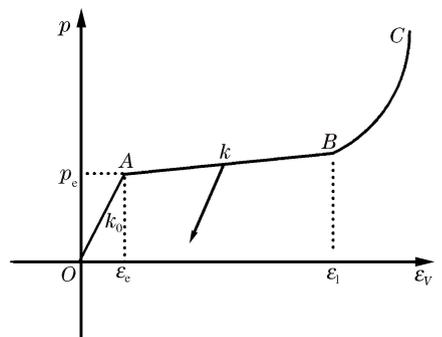
因此实验曲线中的应力轴可换算成静水压,而应变轴就是体积变形。

需要再次着重说明的是,多孔材料的孔隙压实过程是通过不可逆加卸载过程来刻画的,因而卸载体模量  $K'$  应大于平台段的体模量且与孔隙率有关,它可以通过循环加卸载实验测出。由于缺乏这方面的资料,因此在以下的计算中,参考 HJC 模型<sup>[9]</sup>通过初始体模量  $K_0$  和完全压实段的起始模量  $K_3$  加权的方法获得

$$K' = (1 - \alpha)K_0 + \alpha K_3 \tag{3}$$

式中: $\alpha$  为权因子。

如果忽略泡沫混凝土实验曲线中孔隙压实段的非线性效应,而简单地用直线取代,则  $p$ - $\epsilon_v$  曲线如图 4 所示。脚标“e”表示弹性极限的值,脚标“1”表示孔隙被完全压实时的值。采用上述方法由实验应力应变曲线确定的泡沫混凝土  $p$ - $\epsilon_v$  曲线中的主要材料参数分别为:剪切模量  $G = 600$  MPa,体模量  $K_0 = 800$  MPa,  $K = 30$  MPa,  $K_2 = 91.7$  MPa,  $K_3 =$



160 MPa,  $K_4 = 4.005$  GPa,  $p_c = 3.0$  MPa,  $\epsilon_c = 0.00375$ ,  $p_1 = 12$  MPa,  $\epsilon_1 = 0.3$ ,  $\sigma_{x,e} = 6.0$  MPa,  $\sigma_{x,1} = 15$  MPa。由于  $\epsilon_1$  表示孔隙被完全压实后的体积应变,因此可以用来表征材料初始孔隙率的高低。

### 3 多孔材料中应力波的传播特性

为进一步考察多孔材料中应力波的演化规律,以泡沫混凝土为例,开展一维应变波传播过程的数值模拟计算。设峰值为 25 MPa 的指数脉冲载荷  $\sigma_x^* = \sigma_x e^{-\alpha t}$  ( $\alpha = 1000$ ) 均匀地作用在一半无限泡沫混凝土平面上,采用上述的变模量模型和有限差分方法,考察一维弹塑性应变波在多孔材料中的传播特性。

本构模型中孔隙压实过程主要是通过不可逆  $p-\epsilon_V$  关系描述的,因此可以通过改变压实应变  $\epsilon_1$  观察含不同孔隙率的泡沫混凝土中应力波的传播特性。设材料的压实应  $\sigma_{x,1}$  保持不变,计算中  $\epsilon_1$  分别取为 0 (即无孔)、0.1、0.3 和 0.5。

图 5 给出了上述各种工况下应力波的峰值应力衰减曲线,其中  $t = 1.55$  ms 所指曲线为此时  $\epsilon_1 = 0.1$  材料的空间波形。当  $\sigma_x \geq \sigma_{x,1}$  时,泡沫混凝土中的孔隙被全部压实,材料处于完全压实段;而当  $\sigma_{x,e} \leq \sigma_x \leq \sigma_{x,1}$  时,材料处于孔隙被逐步压实的过程。图中同时标出  $\sigma_{x,e}$  和  $\sigma_{x,1}$  这 2 条直线,以便直观观察应力波所到处材料的状态。图 6 所示为各种工况下应力波比能量峰值衰减曲线,  $E/E_1$  为各个空间点的比能量峰值与初始输入能量峰值之比。

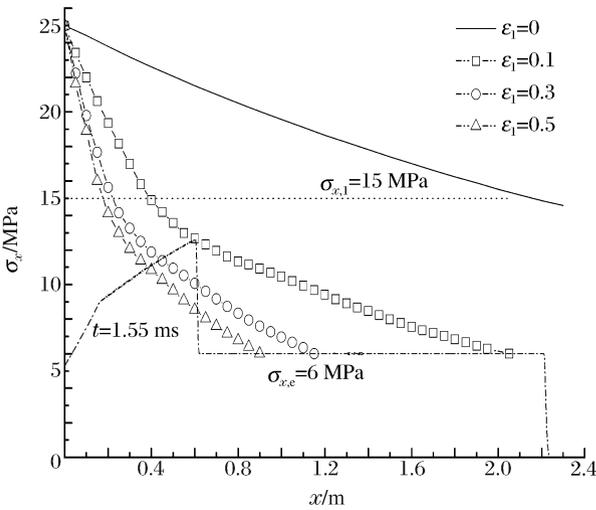


图 5 泡沫砼应力峰值空间衰减图

Fig. 5 Attenuation of peak stress of foam-concrete

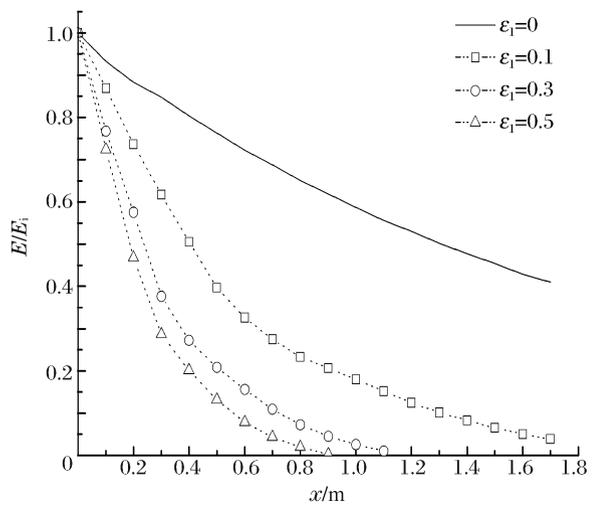


图 6 泡沫砼比能量峰值空间衰减图

Fig. 6 Attenuation of peak specific energy of foam-concrete

从不同孔隙率下材料的应力波峰值和能量峰值的计算结果可以看出:(1)孔隙的存在使应力波峰值和能量锐减。含孔材料的峰值衰减曲线几乎呈指数状衰减,无孔材料( $\epsilon_1 = 0$ )的峰值曲线相对于含孔材料( $\epsilon_1 > 0$ )缓慢许多。(2)当应力波峰值应力高于材料的压实应力( $\sigma_x \geq \sigma_{x,1}$ )时,材料孔隙在应力波作用下旋即被压实,消耗大量能量,所以压实段之上的曲线衰减特别迅速。进入压实段( $\sigma_{x,e} \leq \sigma_x < \sigma_{x,1}$ )后,孔隙只是部分被压实,孔隙对应力波的衰减作用减弱,应力波峰值和能量衰减明显趋缓。(3)应力波峰值和能量的衰减随孔隙率的提高而加剧,完全压实段和孔隙压实段的范围随孔隙率的提高而缩小。

为了进一步分析孔隙在应力波峰值和能量衰减中所起的作用,以  $x = 0.5$  m 处的应力峰值  $\sigma$  和比能量峰值  $E$  的计算结果为例,如表 1 所示。当  $\epsilon_1 = 0$ ,即材料不含孔隙时,应力波的峰值应力由初始的 25.0 MPa 衰减为 22.1 MPa,衰减量为 2.9 MPa,它是由材料本身的塑性耗散和弹性卸载波的追赶卸载共同作用的结果。但对于含孔隙材料( $\epsilon_1 > 0$ ),由于在计算中采用了相同的弹性常数,因此应力波峰值的衰减除了上述因素,同时还包含了孔隙在压实过程中对应力波的衰减作用。若将无孔情况下和有孔情况下同一点峰值应力相减,便可求出单纯因材料孔隙引起的峰值应力衰减量  $\Delta\sigma$ 。计算指出,当  $\epsilon_1$  取

0.1、0.3 和 0.5 时,  $x=0.5\text{ m}$  处的应力峰值分别为 13.6、10.9 和 9.6 MPa, 由此可求出因孔隙导致的峰值应力衰减  $\Delta\sigma$  分别占总衰减量的 74.6%、79.4% 和 81.2%, 可见它是应力波衰减的主要因素。同样地, 也可以求出由孔隙引起的峰值比能量衰减  $\Delta E$  分别占总衰减量的 60.2%、69.7% 和 72.5%。可见, 孔隙引起的峰值应力和能量衰减非常显著。这说明可以利用含孔材料的这个特性构造防护结构, 提高抗冲击破坏作用的能力。

表 1 不同孔隙率下泡沫砼峰值应力

Table 1 Peak stresses of foam-concrete with different porous

$\epsilon_i$	$\sigma_x/\text{MPa}$	$\Delta\sigma/\text{MPa}$	$\delta_\sigma/\%$	$E/(\text{MJ}/\text{m}^3)$	$\Delta E/(\text{MJ}/\text{m}^3)$	$\delta_E/\%$
0	22.1	0		8.37	0	
0.1	13.6	8.5	74.6	4.39	3.98	60.2
0.3	10.9	11.2	79.4	2.31	6.06	69.7
0.5	9.6	12.5	81.2	1.45	6.92	72.5

对图 5 中含孔材料的 3 条应力峰值衰减曲线进行量纲一化后, 可以采用如下的指数衰减公式拟合

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_i} = A + Be^{-x/\beta} \quad \sigma_x > \sigma_{x,c} \quad (4)$$

式中:  $\sigma_i$  为初始输入峰值载荷,  $A=0.25, B=0.73, \beta$  是与孔隙率相关的衰减系数, 它随孔隙率的增大而减小。当  $\epsilon_i$  取 0.1、0.3 和 0.5 时, 对应的  $\beta$  为 0.609、0.341 和 0.267, 拟合曲线如图 7 中实线所示。

图 8 给出了  $t=1.55\text{ ms}$  时各工况下的应力空间波形。可以看出, 由于材料的弹性常数相同, 各工况的弹性前驱波此时到达同一点  $x=2.23\text{ m}$  处, 但塑性波却因材料孔隙率的不同而有明显区别。孔隙率越高, 塑性波衰减越快, 峰值低, 传播速度慢, 塑性区窄, 这对提高结构的安全抗爆性能十分有利。

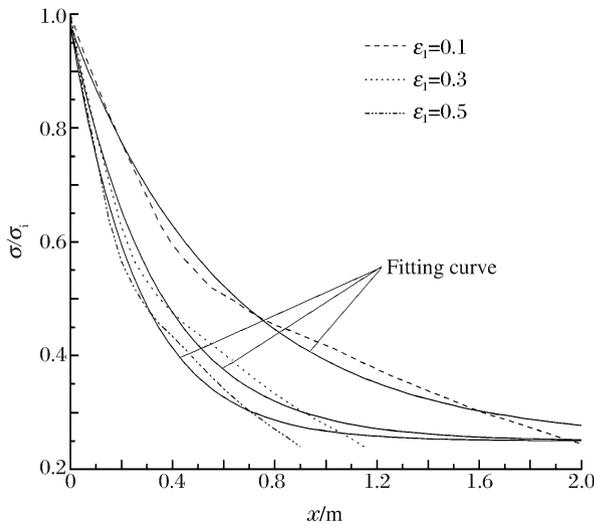


图 7 峰值应力衰减拟合曲线

Fig. 7 Fitting curves of peak stress attenuation

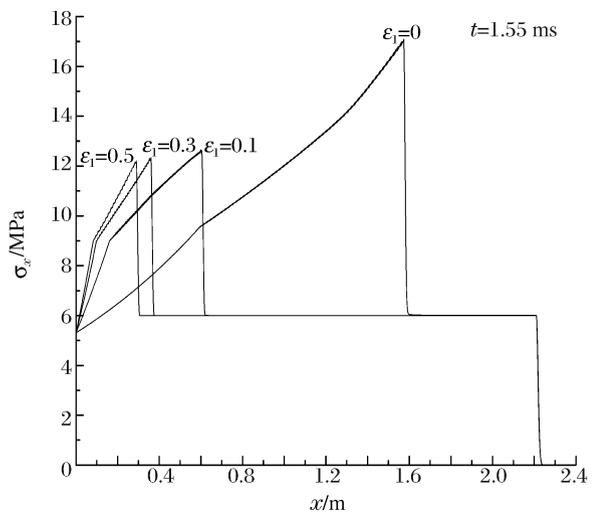


图 8 空间波形对比图

Fig. 8 Stress distributions

## 4 结 论

针对泡沫混凝土实验应力应变曲线的基本特点, 将孔隙压实过程视为材料体积不可逆过程, 通过不同的加卸载  $p-V$  曲线描述, 在实验应力应变曲线基础上, 建立了一种考虑孔隙压实过程的变模量本构模型, 并以此为基础, 通过典型算例, 研究了不同孔隙率下多孔材料中一维应变波的传播特性。结果表明, 多孔材料在其孔隙压实过程能有效降低应力波的峰值, 吸收应力波的能量。在引起应力波峰值衰减和能量耗散的诸因素中, 孔隙所起的作用最大最显著。孔隙率越高的材料, 吸能削波效果越好。因此将多孔材料用于防震抗爆工程, 可以有效提高结构的安全性。

## 参考文献:

- [1] LU Guo-xing, WANG Bin, ZHANG Tie-guang. Taylor impact test for ductile porous materials. Part 1: Theory [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2001,25(10):981-991.
- [2] WANG Bin, ZHANG J, LU Guo-xing. Taylor impact test for ductile porous materials. Part 2: Experiments[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003,28(5):499-511.
- [3] Lee Y S. Development of constitutive equations for plastic deformation of a porous material using numerical experiments[J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2002,130-131:161-167.
- [4] Borg J P, Cogar J R, Lloyd A, et al. Computational simulations of the dynamic compaction of porous media[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2006,33(1-2):109-118.
- [5] 胡时胜,刘剑飞,王悟. 硬质聚氨酯泡沫塑料本构关系的研究[J]. *力学学报*,1998,30(2):151-156.  
HU Shi-sheng, LIU Jian-fei, WANG Wu. Study of the constitutive relationship of rigid polyurethane foam[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1998,30(2):151-156.
- [6] 周钟,王肖钧,肖卫国,等. 多孔岩石中应力波传播特性及震源函数[J]. *中国科学技术大学学报*,2008,38(11):1310-1316.  
ZHOU Zhong, WANG Xiao-jun, XIAO Wei-guo, et al. Stress waves and seismic source function in porous rock [J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2008,38(11):1310-1316.
- [7] 王礼立. 爆炸与冲击载荷下结构和材料动态响应研究的新进展[J]. *爆炸与冲击*,2001,21(2):81-88.  
WANG Li-li. Progress in studies on dynamic response of structures and materials under explosive impact loading [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2001,21(2):81-88.
- [8] 王宇新,顾元宪,孙明. 冲击载荷下多孔材料复合结构防爆理论计算[J]. *兵工学报*,2006,27(2):375-379.  
WANG Yu-xin, GU Yuan-xian, SUN Ming. Blast-resistant calculation of compound structure with porous material under impact load[J]. *Acta Armamentarii*, 2006,27(2):375-379.
- [9] Holmquist T J, Johnson G R, Cook W H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures [C] // *Proceedings 14th International Symposium on Ballistics*. Quebec, Canada, 1993:591-600.

## Propagation of stress wave in porous material \*

ZHAO Kai<sup>1</sup>, WANG Xiao-jun<sup>1</sup>, LIU Fei<sup>2</sup>, LUO Wen-chao<sup>1</sup>

(1. *University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China;*

2. *The Third Engineer Scientific Research Institute of the Headquarters of General Staff, Luoyang 471000, Henan, China)*

**Abstract:** Based on the stress-strain curves of foam-concrete, a constitutive model to describe the process of pore collapse of porous material is proposed. The behavior of uniaxial strain wave propagated in foam-concrete was numerically simulated, and the attenuation effects of the peak stress and the peak energy of the stress waves were studied. The results show that the foam-concrete has strong capability to absorb the stress wave in the stage of pore collapse, and the factor caused by pore collapse is the most important and significant factor leading to the stress wave attenuation.

**Key words:** solid mechanics; constitutive dissipation; stress waves; foam-concrete; porous; pore

\* Received 3 November 2009; Revised 26 January 2010

Supported by the National Natural Science Foundation of China (50802092, 10632080)

Corresponding author: ZHAO Kai, kzhao@ustc.edu.cn