

文章编号: 1001-1455(2011)06-0658-06

基于无网格 Galerkin 法的穿甲侵彻数值模拟*

龚曙光, 饶刚, 伍贤洪

(湘潭大学机械工程学院, 湖南湘潭 411105)

摘要: 将无网格 Galerkin 法与 LS-DYNA 软件相结合, 建立了穿甲侵彻的分析模型, 对三维球形弹体侵入双层无限大钢靶板进行了数值模拟, 解决了该过程中出现的负体积现象, 并将结果与空穴膨胀理论和有限元法进行了对比, 所得结果证实了无网格 Galerkin 法在模拟穿甲侵彻时的可行性与优越性。

关键词: 爆炸力学; 穿甲过程; 无网格 Galerkin 法; 穿甲侵彻; 空穴膨胀理论; LS-DYNA

中图分类号: O385 **国标学科代码:** 130 · 3530 **文献标志码:** A

穿甲侵彻研究, 作为终点弹道学的一个分支, 一直是研究的热点^[1]。20 世纪 70 年代, M. E. Backman 等^[2]详细论述了刚性弹体侵彻靶板的分析解。W. Goldsmith^[3]从理论、数值模拟及实验方面上研究了非理想撞击的情况。随着计算机数值计算技术的发展, 数值模拟方法逐渐成为了穿甲侵彻研究的重要手段。Wilkins 等利用拉格朗日算法, 成功描述了短粗弹冲击的成坑现象^[4]。N. Takashi^[5]结合耦合拉格朗日算法和欧拉算法, 解决了穿甲侵彻过程中大变形时的网格畸变问题。蔡清裕等^[6]利用有限元动力分析程序与光滑粒子法 (SPH) 相互耦合, 成功地模拟了高速弹丸穿甲侵彻过程, 详细描述了混凝土靶板的大变形和碎片云的形成。然而, 有限元法的网格始终是解决大变形问题的瓶颈。

无网格 Galerkin 法 (element-free Galerkin, EFG) 作为一种新颖的数值算法, 解除了节点的网格束缚, 有效地解决大变形时出现的体积闭锁、负体积等单元失效变形而引起的不稳定现象。已在裂纹动态扩展、塑性成型、爆炸、形状优化等工程问题中得到了很好的应用^[7-8]。本文中, 将 EFG 算法与 LS-DYNA 软件相结合, 对穿甲侵彻过程进行模拟研究, 以充分发挥 EFG 算法与 LS-DYNA 算法的各自优势。

1 穿甲侵彻的 EFG 法

1.1 EFG 法的逼近理论

根据 \mathbf{X} 计算域内已知的节点数据, 可构造如下的近似函数

$$u^h(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^m p_j(x) b_j(x) = \mathbf{P}^T(\mathbf{X}) \mathbf{b}(\mathbf{X}) \quad (1)$$

式中: $\mathbf{P}(\mathbf{X})$ 为基函数, m 为基函数的项数, $\mathbf{b}(\mathbf{X})$ 为与任一点 \mathbf{X} 相关的系数。且对于三维问题, 有

$$\mathbf{P}^T(\mathbf{X}) = (1, x, y, z, x^2, xy, y^2, yz, z^2, zx) \quad m = 10$$

为求 $\mathbf{b}(\mathbf{X})$, 由移动最小二乘法构成函数的加权平方差的误差最小, 即其导数为零

$$S = \sum_{j=1}^n w_j(\mathbf{X}) [\mathbf{P}^T(\mathbf{X}_j) \mathbf{b}(\mathbf{X}) - u_j]^2 \quad (2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \mathbf{b}} = \mathbf{M}(\mathbf{X}) \mathbf{b}(\mathbf{X}) - \mathbf{B}(\mathbf{X}) \mathbf{u} = \mathbf{o} \quad (3)$$

式中: n 为计算点影响域内的节点个数, $w_a(\mathbf{X} - \mathbf{X}_j) = w_j(\mathbf{X})$ 为权函数, 本文中取立方核函数, 即

$$w_a(\mathbf{X} - \mathbf{X}_j) = \begin{cases} (2 - 12t^2 + 12t^3)/3 & 0 \leq t \leq 0.5 \\ (4 - 12t + 12t^2 - 4t^3)/3 & 0.5 < t \leq 1 \end{cases} \quad (4)$$

* 收稿日期: 2010-09-13; 修回日期: 2011-01-21

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (50875223)

作者简介: 龚曙光 (1964—), 男, 博士, 教授, 博士生导师。

式中: t 表示点 \mathbf{X}_j 与 \mathbf{X} 的距离与影响域半径之比, $t = |\mathbf{X} - \mathbf{X}_j|/a$ 。且有

$$\mathbf{M}(\mathbf{X}) = \mathbf{P}^T \mathbf{W}(\mathbf{X}) \mathbf{P} \quad (5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{X}) = \mathbf{P}^T \mathbf{W}(\mathbf{X}) \quad (6)$$

式中: $\mathbf{W}(\mathbf{X})$ 为权函数 $w_a(\mathbf{X} - \mathbf{X}_j)$ 的对角矩阵。

将式(3)代入到式(1), 有

$$u^h(\mathbf{X}) = \sum_{j=1}^n \varphi_j(\mathbf{X}) u_j \quad (7)$$

形函数

$$\varphi_j(\mathbf{X}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{X}) \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{X}) \mathbf{B}_j(\mathbf{X}) \quad (8)$$

有关移动最小二乘法的详细推导可参考文献[7]。

1.2 EFG 法的离散形式

已知靶板为计算对象时的平衡方程为

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}_b \quad (9)$$

式中: ρ 为材料密度, ∇ 表示散度算子, \mathbf{f}_b 为靶板所受体力, 大小与弹体接触靶板时速度的平方成正比。

边界条件为

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 & \mathbf{X} \in \Gamma_u \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{h} & \mathbf{X} \in \Gamma_h \end{cases}$$

初始条件为

$$\begin{cases} \mathbf{u}(\mathbf{X}, 0) = \mathbf{u}^0(\mathbf{X}) \\ \dot{\mathbf{u}}(\mathbf{X}, 0) = \dot{\mathbf{u}}^0(\mathbf{X}) \end{cases}$$

式中: \mathbf{n} 表示求解域的外法线向量, 利用加权残差法, 平衡方程即式(9)的弱形式可表示为

$$\int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f} - \rho \ddot{\mathbf{u}}) d\Omega = 0 \quad (10)$$

对式(10)进行分部积分, 再利用高斯定理与式(9)及相关的边界条件, 可得到 Galerkin 弱式的虚功方程为

$$\int_{\Omega_x} \rho \delta \mathbf{u} \cdot \ddot{\mathbf{u}} d\Omega + \int_{\Omega_x} \delta \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\sigma} d\Omega - \int_{\Omega_x} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{f}_b d\Omega - \int_{\Gamma_f} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{h} d\Gamma = 0 \quad (11)$$

将式(7)代入到式(11), 并整理后有

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} = \mathbf{R} \quad (12)$$

$$M_{ij} = \int_{\Omega} \rho \varphi_i(x) \varphi_j(x) d\Omega, \quad \mathbf{R} = \mathbf{f}^{\text{ext}} - \mathbf{f}^{\text{int}} = \int_{\Omega} \tilde{\mathbf{B}}^T(x) \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega - [\varphi(x) \mathbf{h}]_{\Gamma_h} - \int_{\Omega} \varphi(x) \mathbf{f}_b d\Omega$$

式中: $\tilde{\mathbf{B}}^T(x)$ 为梯度矩阵, 由拉格朗日平滑算法根据路径得到, 具体可参见文献[9]。求解方程(12), 可得到某时刻的节点位移, 进而得到真实位移、结构应变与应力等。

2 穿甲侵彻的数值模拟

2.1 简化与假设

- (1) 材料为均匀连续性材料;
- (2) 弹丸为刚性弹丸, 在侵彻过程中, 没有破坏;
- (3) 为简化计算, 不计二次碎片的产生;
- (4) 侵彻过程绝热;
- (5) 忽略重力的影响。

2.2 材料模型

选取带失效的各向同性 Johnson-Cook 模型

$$\sigma = [A + B(\epsilon)^N] (1 + C \ln \epsilon^*) [1 - (T^*)^M] \quad (13)$$

式中： σ 为 von Mises 等效应力； ϵ 为等效塑性应变； ϵ^* 为标准化的相对等效塑性应变率； A 为屈服应力； B 为应变硬化； N 为应变硬化指数； C 为应变率指数； M 为温度指数； T_m 为融化温度；相对温度 $T^* = (T - 298.15)/(T_m - 298.15)$ 。当累积应变 $D = \sum(\Delta\epsilon/\epsilon_f) = 1$ 时，模型发生断裂失效。断裂应变

$$\epsilon_f = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)](1 + D_4 \ln \epsilon^*)(1 + D_5 T^*) \tag{14}$$

式中： D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 为材料参数，具体数据^[10]来自实验。

模拟过程中，刚体弹丸模型具有很高的速度，Johnson-Cook 模型并没有完全定义好靶板材料压力与体积关系，因此由 Gruneisen 状态方程定义如下

$$p = \frac{\rho_0 c^2 \mu [1 + (1 - \gamma_0/2)\mu - a\mu^2/2]}{[1 - (s_1 - 1)\mu - s_2\mu^2/(\mu + 1) - s_3\mu^3/(\mu + 1)^2]^2} + (\gamma_0 + a\mu)E \tag{15}$$

式中： c 为冲击波的速度与质点速度曲线的截距； s_1, s_2, s_3 为曲线斜率系数； γ_0 为 Gruneisen 常数； E 为材料内能， $\mu = \rho/\rho_0 - 1$ ，为体积变化率； a 为 Gruneisen 常数的一阶体积修正量。

靶板、弹丸均选 4340 钢，参数分别为^[10]： $\rho_0 = 7.83 \text{ g/cm}^3, A = 7.29 \text{ MPa}, B = 5.1 \text{ MPa}, N = 0.26, C = 0.014, M = 1.03, T_m = 1793 \text{ K}, D_1 = 10^{-6}, D_2 = 4.77 \times 10^{-6}, D_3 = -9, D_4 = 3, D_5 = 5; c = 456.9 \text{ m/s}, s_1 = 1.49, s_2 = 0, s_3 = 0, \gamma_0 = 2.17, a = 0.46$ 。

2.3 算法流程

结合非线性有限元软件 LS-DYNA 和无网格 Galerkin 法，完成球形弹丸侵彻过程，具体算法流程图见图 1。

2.4 结果分析

模型如下：刚性弹体长 39 mm，半球形弹丸直径 26 mm，长径比 1.5，计算时采用有限元算法；无限大平板靶板为方形，长、宽均为 240 mm，厚度为 6 mm，靶板间距 30 mm，计算时采用 EFG 算法。初始时刻，弹丸速度为 1.3 km/s，弹头距上层靶板 2 mm。计算时，刚性弹丸和靶板之间采用 LS-DYNA 程序中的侵蚀接触算法，侵蚀过程发生在节点之间，节点受力过大时，产生拉压失效。

头层穿甲侵彻的过程见图 2。在空穴膨胀理论^[11]中，一般刚性弹丸侵彻无限大平板的过程分为 4 个阶段：早期开坑阶段、定常侵彻阶段、贯穿阶段和完全贯穿阶段。早期开坑过程的一个片段，弹头已经进入靶板，见图 2(a)。定常侵彻阶段，弹头完全侵入靶板，靶体的正面有很多的颗粒喷溅而出，靶板的背面出现了鼓包现象，见图 2(b)。贯穿阶段，靶体正面的颗粒喷溅加剧，靶板的背面出现的鼓包已经破裂，见图 2(c)。完全贯穿阶段，弹体完全贯穿靶板，在不受重力的情况下，弹体加速度为零，速度保持不

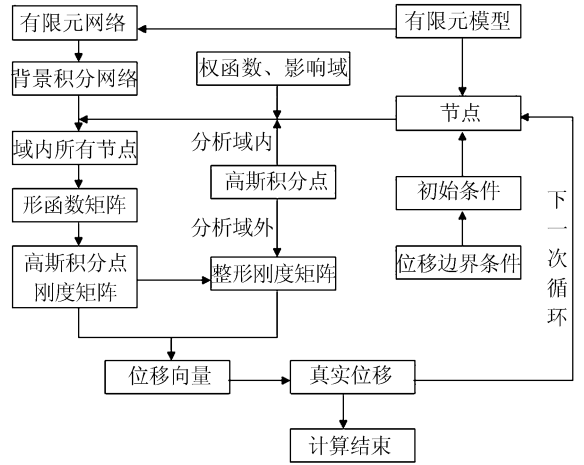
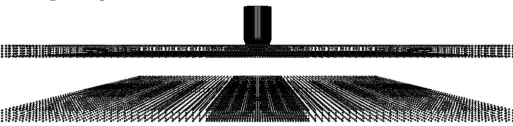


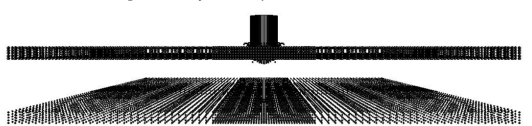
图 1 EFG 算法流程图

Fig. 1 Flow diagram of EFG method

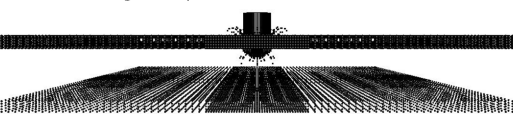
(a) Opening crater at 5 μs



(b) Penetrating steadily at 10 μs



(c) Penetrating at 15 μs



(d) Penetrating completely at 20 μs

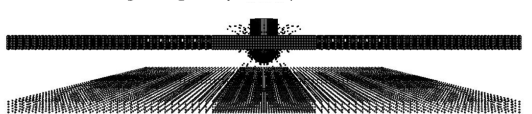


图 2 头层靶板的穿甲侵彻过程

Fig. 2 Penetration effect of the first target in parallel view

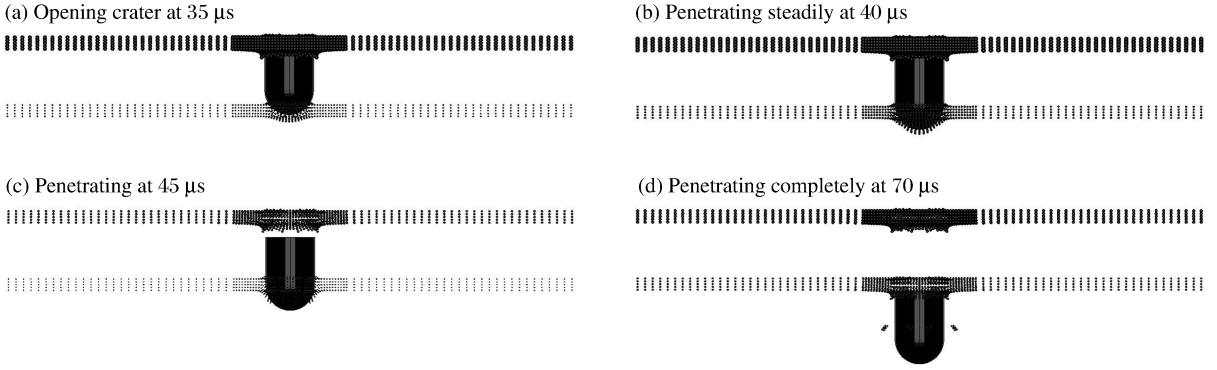


图 3 第 2 层靶板的穿甲侵彻过程

Fig. 3 Penetration effect of the second target in front view

变,见图 2(d)。同样,第 2 层靶板的侵彻过程,见图 3。总体而言,EFG 算法不仅很好地模拟了穿甲侵彻的 4 个过程,而且穿甲侵彻过程的现象符合了空穴膨胀理论的描述。

完全采用有限元法细分网格和 EFG 方法的结果对比见图 4~5。从结果看,2 种算法得到的模拟结果基本相同,都能够模拟穿甲侵彻的过程。不同时刻比较见表 1,效率比较见表 2,表中, τ 为过程所用 CPU 时间, ϵ 为过程所用 CPU 时间占计算全过程的比例。但在基于有限元算法的模拟过程中,对网格的要求很高,经常会出现负体积现象,尤其是网格不规则区域。如在靶板中心位置,由于材料断裂失效很大,在网格不加密的情况下,会出现负体积现象,导致计算过程中止。而在 EFG 算法中,单元仅作为背景网格使用,不会失效,更不会出现这种现象,彻底解决了负体积问题。

从图中可见,两种算法下侵彻速度、加速度变化趋势几乎完全相同。但是在定常侵彻等特殊阶段($10 \mu s$ 左右),空穴膨胀理论和 EFG 算法根据牛顿第二定律得到定常侵彻时刻的加速度为常数,而有限元算法得到的结果很明显不为常数,存在一定偏差。同样,在 $55 \mu s$ 时刻,弹体速度已经恒为定值,而有

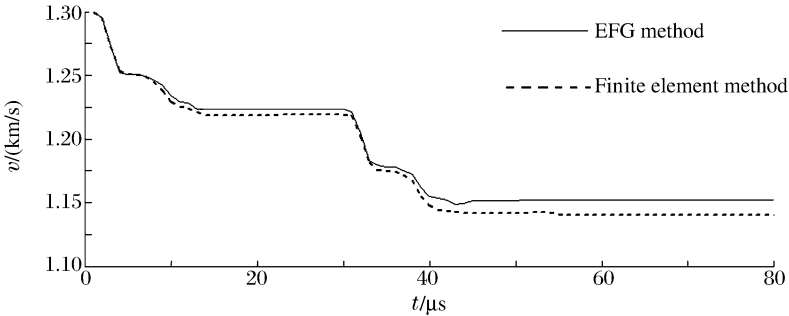


图 4 穿甲弹速度

Fig. 4 Projectile's velocity

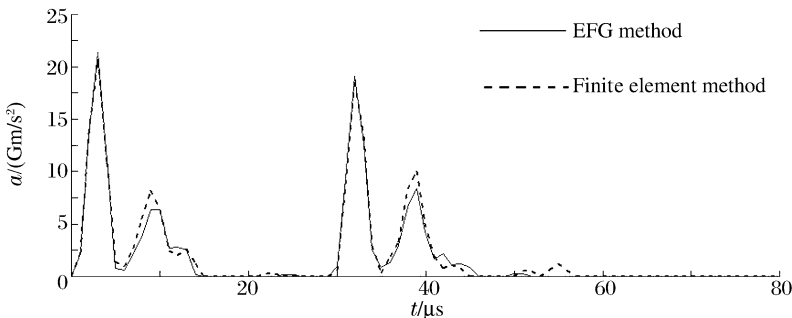


图 5 穿甲弹加速度

Fig. 5 Projectile's acceleration

限元算法得到的加速度却有变化,可见此时的有限元算法的结果不符合基本的运动学规律,而 EFG 算法很好地解决了这个问题。主要原因是,有限元算法采用插值算法,因此在某些局部特征的描述方面,达不到应有的精度,而无网格 Galerkin 算法采用移动最小二乘原理,尽可能地在局部特征的描述方面提高了计算的精度,达到了所需的要求。

表 1 两种算法下弹丸速度比较

Table 1 Comparing the velocity with two methods

$t/\mu\text{s}$	$v_{\text{EFG}}/(\text{km/s})$	$v_{\text{FEM}}/(\text{km/s})$	$\frac{ v_{\text{EFG}} - v_{\text{FEM}} }{v_{\text{FEM}}}/\%$
5	1.251 113	1.251 156	0.0034
10	1.233 992	1.229 216	0.87
20	1.223 502	1.219 157	0.36
30	1.223 846	1.219 843	0.33
50	1.151 679	1.141 798	0.87
70	1.152 273	1.140 349	1.05

表 2 两种算法下效率比较

Table 2 Comparing the efficiency of two different methods

内容	EFG		FEM	
	τ/s	$\epsilon/\%$	τ/s	$\epsilon/\%$
初始化	14.0	0.85	3.0	0.68
网格	1 392.0	84.62	301.0	68.25
二进制数据	12.0	0.73	2.0	0.45
接触面 1	48.0	2.92	44.0	9.98
接触面 2	64.0	3.89	35.0	7.94
接触面 3	112.0	6.81	54.0	12.24
刚体数据	3.0	0.18	2.0	0.45
合计	1 645		441	

3 结 论

(1) 采用 EFG 算法,模拟了穿甲弹头侵彻双层薄板的过程,结果符合空穴膨胀理论的 4 个阶段,证实了此算法的正确性,说明了 EFG 算法对穿甲侵彻过程三维模拟是成功的。

(2) EFG 算法与相同条件下有限元模拟的结果相互比较,所得结果比有限元更加精确和准确,证实了此算法的精确性。

(3) EFG 算法彻底解决了负体积现象,证实了此算法的优越性。

(4) EFG 算法在边界处理、形函数构造等方面比有限元更加复杂,计算时间较长,计算效率方面有待提高。EFG 算法总体计算时间是相同情况下有限元的 3.73 倍,其中,处理网格所用时间是相同数目有限元单元处理的 4.62 倍。因此,今后的研究中可以使用 EFG-FEM 耦合方法,在关键的大变形区域使用 EFG 方法,其余部分使用有限元方法,以提高计算效率。

参考文献:

- [1] 钱伟长. 穿甲力学[M]. 北京:国防工业出版社,1984:1-10.
- [2] Backman M E, Goldsmith W. The mechanics of penetration of projectiles into targets[J]. International Journal of Engineering Science, 1978,16(1):1-99.
- [3] Goldsmith W. Non-ideal projectile impact on targets[J]. International Journal of Impact Engineering, 1999,22(2): 95-395.
- [4] 张庆明,黄风雷. 超高速碰撞动力学引论[M]. 北京:科学出版社,2000:13-15.

- [5] Takashi N. ALE finite element computations of fluid-structure interaction problems[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1994, 112(1/2/3/4):291-308.
- [6] 蔡清裕, 崔伟峰, 向东, 等. 模拟刚性动能弹丸侵彻混凝土的 FE-SPH 方法[J]. *国防科技大学学报*, 2003, 25(6):87-90.
CAI Qing-yu, CUI Wei-feng, XIANG Dong, et al. Simulation of concrete penetrated by rigid projectile with coupled FE-SPH methods[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2003, 25(6):87-90.
- [7] Belytschko T, Lu Y Y, Gu L. Element-free Galerkin method [J]. *International Journal for Numerical Method in Engineering*, 1994, 37:229-256.
- [8] Gong S G, Xie G L, Zhang J P, et al. Study on Sensitivity analysis and shape optimization based on FE-EFG coupled method[J]. *Research in Engineering Design*, 2009, 20(2):117-128.
- [9] Chen J S, Wu C T, Yoon S, et al. A stabilized conforming nodal integration for Galerkin mesh free methods[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, 50(2):435-466.
- [10] 李晓杰, 姜力, 赵铮, 等. 高速旋转弹头侵彻运动金属薄板的数值模拟[J]. *爆炸与冲击*, 2008, 28(1):57-61.
LI Xiao-jie, JIANG Li, ZHAO Zheng, et al. Numerical study on penetration of a high-speed-rotating bullet into the moving sheet-metal plate[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2008, 28(1):57-61.
- [11] 林大金. 长管体侵彻反应装甲及主装甲的工程模型[D]. 江苏: 南京理工大学, 2006.

Simulation investigation on perforation and penetration based on EFG method *

GONG Shu-guang, RAO Gang, WU Xian-hong

(School of Mechanical Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, Hunan, China)

Abstract: By integrating the element-free Galerkin (EFG) method with the LS-DYNA software, an analysis model for perforation and penetration was developed to numerically simulate the penetration of a spherical-nose projectile into a semi-infinite steel target in three dimensions. The simulated results were compared with the ones by the cavity expansion theory and the finite element method. The comparison demonstrates the feasibility and superiority of the EFG method in the simulation of perforation and penetration.

Key words: mechanics of explosion; penetration effect; EFG method; penetration and perforation; cavity expansion theory; LS-DYNA

* Received 13 September 2010; Revised 21 January 2011

Supported by the National Natural Science Foundation of China (50875223)

Corresponding author: GONG Shu-guang, gongsg@xtu.edu.cn