

文章编号: 1001-1455(2012)01-0034-09

脉冲载荷作用下钢梁动力响应及反常行为的应变率效应*

席丰, 张云

(山东建筑大学土木工程学院, 山东 济南 250101)

摘要: 为了讨论率敏感材料软钢钢梁受矩形脉冲载荷作用下的动力响应问题, 通过直接离散有限变形弹塑性连续体最小加速度原理中的 Lee 泛函得到基本控制方程, 并将包含应变率的 Cowper-Symonds 方程嵌入应力-应变关系方程, 使该计算模型计及材料的应变率效应, 因而能够准确描述钢梁受爆炸和冲击载荷作用下的动力响应问题。该计算模型的有效性通过与通用有限元程序 ABAQUS 比较而得到了验证, 并进一步与已有的刚塑性解做了对比。利用该计算模型进行数值计算, 分析了均布和集中脉冲载荷作用下钢梁动力响应的应变率效应, 结果发现对于钢梁存在新的异常行为响应模式, 应变率导致异常区域偏移和扩大, 已有的刚塑性解在一定载荷强度范围内不能准确预报钢梁的实际位移。

关键词: 固体力学; 反常动力行为; 最小加速度原理; 钢梁; 新的响应模式; 应变率效应

中图分类号: O344.3

国标学科代码: 1301515

文献标志码: A

受冲击载荷作用下的结构刚塑性动力响应问题, 已有了大量研究^[1-2], 其中最简单有效的模拟与预测是关于率不敏感材料的小变形理想刚塑性分析理论。对于率敏感材料(如软钢), 理想刚塑性模型并不适用, 需要考虑应变率并进行二级效应分析。最早, G. R. Cowper 等^[3]、S. R. Bodner 等^[4]和 T. C. T. Ting^[5]通过将 Cowper-Symonds 方程纳入刚塑性模型, 实现了对端部受撞击悬臂梁的分析。然而, 传统刚塑性分析方法正面临越来越大的挑战, 例如: (1) 当计及应变率效应时, 即使在小变形的假定下, 也不能得到简单的解析解, 大量的数值计算仍然是需要的; (2) 由于弹性效应的参与, 结构可能发生反常动力行为^[6], 而刚塑性模型并不能对此进行准确预测; (3) 计及应变率效应, 结构反常行为可能更加复杂。因此, 与其进行复杂的刚塑性分析数值计算, 不如将各种二级效应如应变率、弹性、大挠度、转动惯性等, 都纳入到计算模型, 进行全面、系统的动力响应数值分析。显然, 计算机模拟技术的发展, 使得这样的数值计算非常容易实现。在较早期进行的弹塑性数值分析中, 将动态屈服应力 σ_d 作为定值替换静态屈服应力 σ_s 。而近似考虑应变率效应, 即将响应过程中的应变率作为常数处理。如 M. J. Forrestal 等^[7]讨论了钢梁的弹塑性小变形动力响应问题, 他们采用的办法是基于 N. Perrone^[8]的实验观测, 即“在小应变时屈服应力的率敏感度最强, 因而当屈服刚开始时动态屈服应力对应变率的依赖性最为显著”, 因此提出一种模态近似方法, 将响应分解为初始弹性相和其后的理想塑性相, 塑性相的屈服应力由弹性相曲率最大区段应变率依据 Cowper-Symonds 方程求得。后来, N. Perrone 等^[9]又将这一方法发展用于有限变形情形。显然, 这样的近似处理方法虽然简化了计算, 但也影响计算结果的精确性。

虽然现在流行的有限元分析程序已经能够将应变率效应纳入分析, 实现对许多工程问题的准确模拟, 但发展另外的计算手段仍然是必要的。一方面, 多种方法计算结果的互相印证, 才能确保数值模拟的准确性和所得结论的可靠性; 另一方面, 每一种方法都有自身的特点, 目前的有限元程序并不是非常完善的, 如计算结果对于单元数目的较高依赖性、结构弹塑性动力屈曲计算的困难性等。当然, 在有限元技术改进过程中并不排斥其他方法的发展。

* 收稿日期: 2010-10-19; 修回日期: 2011-06-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(10872117); 山东省高校科技计划项目(J08LA06)

作者简介: 席丰(1963—), 男, 博士, 教授。

本文中,主要建立钢梁在冲击载荷作用下行为分析的新的计算模型,深入分析多种工况下钢梁动力响应的应变率效应,检验已有刚塑性解的适用性。通过直接离散有限变形弹塑性连续体最小加速度原理^[10]中的 Lee 泛函得到基本控制方程,F. Xi 等^[11]和 J. L. Yang 等^[12]曾经利用这种方法成功地分析了未计及应变率效应时的结构动力响应问题。本文中的改进之处是将包含应变率的 Cowper-Symonds 方程嵌入应力-应变关系方程,使得该计算模型计及材料的应变率效应,因而能够准确描述钢梁受爆炸和冲击载荷作用下的动力响应问题。

1 计算模型

1.1 基本假定

考虑等截面两端固支钢梁,跨长为 L ,受到任意横向动力载荷作用。采用的基本假设为:

- (1) 平截面假设,并忽略横向剪切效应和剪应力对屈服所产生的影响;
- (2) 忽略材料的应变强化效应,但应变率效应必须考虑;
- (3) 忽略梁的平面外弯曲和扭转变形,也不考虑任何阻尼效应。

1.2 基本原理及离散形式控制方程

基于 Lee 泛函的有限变形最小加速度原理,已经建立了梁的计算模型^[11-12],本文中依然利用这一途径。原理和主要推导步骤简介如下。

基于 Green 应变的 Lee 最小加速度原理可简述为:在所有运动许可的加速度场中,真实的加速度场使下列 Lee 泛函 J 取最小值^[10]

$$J = \int_{V_0} S^j \dot{E}_{ij} dV_0 + \frac{1}{2} \int_{V_0} \rho \dot{U}^k \dot{U}_k dV_0 - \int_{A_T} T^k \dot{U}_k dA - \int_{V_0} \rho F^k \dot{U}_k dV_0 \quad (1)$$

设梁轴线上点的轴向与横向位移分别为 $u(x, t)$ 、 $w(x, t)$, 则各点的位移场为

$$\begin{cases} U_x(x, z, T, t) = u - z \frac{\partial w}{\partial x} \\ U_y(x, z, T, t) = 0 \\ U_z(x, z, T, t) = w \end{cases} \quad (2)$$

将式(2)代入 Green 应变表达式,得到如下应变和应变加速度的表达式

$$\begin{cases} E_{11} = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \dot{E}_{11} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} - z \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} - z \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} - z \frac{\partial^2 \dot{w}}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \right)^2 \end{cases} \quad (3)$$

式中: E_{11} 为梁轴向的应变,以下用 ϵ 表示,并用 $w_{,x}$ 、 $w_{,xx}$ 表示 $\frac{\partial w}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ 。

若不计体力,假定梁受到横向均匀分布载荷 $p(t)$ 和在中央截面($x=L/2$)的横向集中载荷 $P(t)$ 的共同作用,则将式(2)和(3)代入式(1),可得到梁的泛函 J 为

$$\begin{aligned} J = & \int_0^L \left[\frac{m_0}{2} (\ddot{u}^2 + \ddot{w}^2) + \frac{I_y}{2} (\ddot{w}_{,x})^2 \right] dx + \\ & \int_0^L \int_A \left[\sigma (\ddot{u}_{,x} - z \ddot{w}_{,xx}) (1 + u_{,x} - z w_{,xx}) + \ddot{w}_{,x} w_{,x} + (\dot{u}_{,x} - z \dot{w}_{,xx})^2 + (\dot{w}_{,x})^2 \right] dA dx - \\ & p \left[w_{,x} \left(\ddot{u} - \frac{H}{2} \ddot{w}_{,x} \right) + \left(1 + u_{,x} - \frac{H}{2} w_{,xx} \right) \ddot{w} \right] - P \ddot{w} \Big|_{x=L/2} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $m_0 = \rho A$, $I_y = \int_{A_0} \rho z^2 dA$, ρ 、 A 分别为材料密度和梁横截面面积。

令

$$N_x = \int_A \sigma dA, \quad M_x = - \int_A \sigma z dA, \quad L_x = \int_A \sigma z^2 dA \quad (5)$$

利用梯形公式,可将式(4)和(5)中的积分离散成求和形式,从而可得到离散形式的泛函 J 的表达式。

采用理想弹塑性材料模型,并通过 Cowper-Symonds 方程计及应变率效应(见图 1),则有

$$\begin{cases} \Delta\sigma = E\Delta\varepsilon & |\sigma| \leq \sigma_s \text{ 或卸载时} \\ \sigma^q = \sigma_s \left[1 + \left(\frac{\dot{\varepsilon}_p}{D} \right)^{\frac{1}{\delta}} \right] & |\sigma| > \sigma_s \text{ 和加载时} \end{cases} \quad (11)$$

式中: σ_s 为静态屈服应力, $\dot{\varepsilon}_p$ 为塑性应变率, D, δ 为应变率常数。

初始条件为

$$\begin{cases} u_i = 0, & \dot{u}_i = 0 \\ w_i = 0, & \dot{w}_i = 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

至此,得到以各结点的位移 u_i, w_i 表示的两端固支钢梁在横向冲击载荷作用下的动力计算模型,该模型包含了弹性效应、应变率效应、横向转动惯性效应和有限变形效应。

1.3 求解程序

运动方程(7)和几何方程(10)、本构方程(11)以及初始条件(12)耦合在一起,构成了离散形式的受横向动力载荷作用两端固支钢梁的动力学控制方程组。假定在 t_q 瞬时,除了 $\ddot{u}_i^q, \ddot{w}_i^q$ 其余的量已经全部确定,则非线性常微分方程组(7)实际上已化为以 $\ddot{u}_i^q, \ddot{w}_i^q$ 为未知量的代数方程组,求解容易。利用该瞬时得到的 $\ddot{u}_i^q, \ddot{w}_i^q$,由对时间的差分技术,可得到下一瞬时 $t_{q+1} = t_q + \Delta t$ 时中面各点的位移 u_i^{q+1}, w_i^{q+1} ,即

$$\begin{cases} u_i^{q+1} = \ddot{u}_i^q (\Delta t)^2 + 2u_i^q - u_i^{q-1} \\ w_i^{q+1} = \ddot{w}_i^q (\Delta t)^2 + 2w_i^q - w_i^{q-1} \end{cases} \quad (13)$$

具体求解步骤为:

(1)赋初值:结构初始状态为满足初始条件(12)的无应力状态,当 $t_0 = 0$ 时, $u_i^0 = w_i^0 = \dot{u}_i^0 = \dot{w}_i^0 = 0$, $\varepsilon^0(i, j) = \sigma^0(i, j) = 0, (N_x)_i^0 = (M_x)_i^0 = (L_x)_i^0 = 0$, 确定 $u_i^{-1}, w_i^{-1}, \dot{u}_i^0, \dot{w}_i^0$ 。由 $\dot{u}_i^0 = \frac{u_i^1 - u_i^{-1}}{2\Delta t} = 0, \dot{w}_i^0 =$

$\frac{w_i^1 - w_i^{-1}}{2\Delta t} = 0$, 得到 $u_i^{-1} = u_i^1, w_i^{-1} = w_i^1$ 。由式(7),即

$$\begin{cases} \ddot{u}_i^0 = 0 & i = 3, \dots, n-2 \\ \left[1 + \frac{I_y}{2m_0(\Delta x)^2} \right] \ddot{w}_i^0 - \frac{I_y}{4m_0(\Delta x)^2} (\ddot{w}_{i-2}^0 + \ddot{w}_{i+2}^0) = \frac{p}{m_0} + \frac{P}{m_0 \Delta x} \delta(x_i - L/2) & i = 3, \dots, n-2 \\ \left[1 + \frac{I_y}{2m_0(\Delta x)^2} \right] \ddot{w}_2^0 - \frac{I_y}{4m_0(\Delta x)^2} \ddot{w}_4^0 = \frac{p}{m_0} \\ \left[1 + \frac{I_y}{2m_0(\Delta x)^2} \right] \ddot{w}_{n-1}^0 - \frac{I_y}{4m_0(\Delta x)^2} \ddot{w}_{n-3}^0 = \frac{p}{m_0} \end{cases}$$

得到 $\ddot{u}_i^0, \ddot{w}_i^0$ 。

(2)由式(13)得到 $u_i^1 = \ddot{u}_i^0 (\Delta t)^2 / 2, w_i^1 = \ddot{w}_i^0 (\Delta t)^2 / 2$ 。

(3)由式(10)得到 $\varepsilon^1(i, j)$, 从而应变增量为 $\Delta\varepsilon^1(i, j) = \varepsilon^1(i, j) - \varepsilon^0(i, j)$ 。

(4)在加载早期材料遵守弹性胡克定律,则有 $\Delta\sigma^1(i, j) = E\Delta\varepsilon^1(i, j)$, 进而有 $\sigma^1(i, j) = \sigma^0(i, j) + \Delta\sigma^1(i, j)$ 。

(5)由式(9)得到 $(N_x)_i^1, (M_x)_i^1, (L_x)_i^1$ 。

(6)由式(7)得到 $\ddot{u}_i^1, \ddot{w}_i^1$, 进而由式(13)得到 u_i^2, w_i^2 , 从而完成第 1 轮循环计算。

假如由上述弹性响应循环计算得到 u_i^q, w_i^q , 现计算 u_i^{q+1}, w_i^{q+1} 。

(7)由式(10)得到 $\varepsilon^q(i, j)$, 则 $\Delta\varepsilon^q(i, j) = \varepsilon^q(i, j) - \varepsilon^{q-1}(i, j)$ 。

(8)应力计算需要根据屈服条件判断所处的状态是弹性状态或塑性状态,并考虑应变率效应进行如下计算:

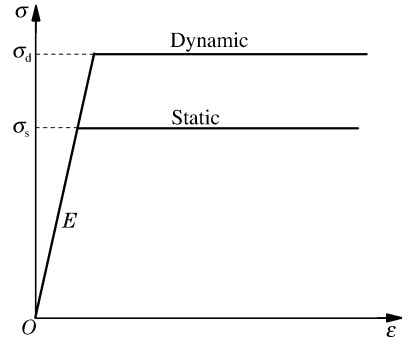


图 1 应力-应变关系

Fig. 1 Curves of relationship between stress and strain

(8.1) $\Delta\sigma^q(i, j) = E\Delta\epsilon^q(i, j)$, $\sigma^q(i, j) = \sigma^{q-1}(i, j) + \Delta\sigma^q(i, j)$ 。若 $|\sigma^q(i, j)| \leq \sigma_s$, 则无塑性应变和塑性应变率, 计算 $\epsilon_p^q(i, j) = \dot{\epsilon}_p^q(i, j) = 0$; 若为卸载, 则无塑性应变增量, $\epsilon_p^q(i, j) = \epsilon_p^{q-1}(i, j)$, $\dot{\epsilon}_p^q(i, j) = 0$; 完成上述任一情形后转入步骤(9), 否则进入下一步计算;

(8.2) 在塑性加载阶段, 若 $\sigma^q > 0$, 由式(11)有 $\sigma^q = \sigma_s \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}_p^q}{D} \right)^{\frac{1}{\delta}} \right]$, 但由于 σ^q 、 $\dot{\epsilon}_p^q$ 均为未知量, 所以需要进行如下迭代求解: 首先取 $\sigma^q = \max(\sigma^{q-1}, \sigma_s)$, 则有 $\dot{\epsilon}_p^q = D \left(\frac{\sigma^q}{\sigma_s} - 1 \right)^{\delta}$, $\Delta\epsilon_p^q = \dot{\epsilon}_p^q \Delta t$, 进而得到 $\sigma = \sigma^{q-1} + E(\Delta\epsilon^q - \Delta\epsilon_p^q)$ 。当 $|\sigma^q - \sigma| \leq \Omega$ 时, 其中 Ω 为给定的精度参数, 则取 $\sigma^q = \sigma$, 并转入下一步, 否则则重复上述迭代过程, 直至满足精度条件。若在反向塑性加载阶段, $\sigma^q < 0$, 则上述迭代过程中 σ_s 应取负值, 而 $\sigma = \sigma^{q-1} + E(\Delta\epsilon^q + \Delta\epsilon_p^q)$ 。

(9) 由式(9)得到 $(N_x)_i^q$ 、 $(M_x)_i^q$ 、 $(L_x)_i^q$ 。

(10) 由式(7)得到 \ddot{u}_i^q 、 \ddot{w}_i^q , 进而由式(13)得到 u_i^{q+1} 、 w_i^{q+1} , 从而完成第 q 轮循环计算。

重复上述过程(7)~(10), 即可确定钢梁弹塑性动力响应历史。

2 算例

2.1 均布脉冲载荷作用下应变率效应分析

现利用上述计算模型计算两端固支矩形截面钢梁遭受均布脉冲载荷作用时的响应, 并通过与有限元和刚塑性分析结果比较, 检验本文中有限差分计算模型的有效性, 讨论应变率对于结构动力行为的影响。软钢梁几何和材料参数为: 跨长 $L = 1$ m, 截面高度 $H = 0.005$ m, 宽度 $B = 0.01$ m, 密度 $\rho = 7850$ kg/m³, 材料弹性模量 $E = 205$ GPa, 泊松比 $\nu = 0.3$, 材料静态屈服应力 $\sigma_s = 210$ MPa, 截面静态塑性极限弯矩 $M_p = BH^2\sigma_s/4 = 13.125$ N·m, 钢梁静态极限载荷 $p_c = 16M_p/L^2 = 210$ N/m, 钢梁基本自振周期 $T = 0.038$ s, 应变率常数 $D = 40.4$, $\delta = 5$ 。

钢梁受到如图2所示的矩形脉冲形式的冲击载荷作用, 载荷作用时间为 t_0 , 载荷强度为 p_0 。

在ABAQUS中选取梁单元B21, 单元数量与有限差分程序中的相同(80个), 采用显式积分算法, 分别计及和忽略应变率效应, 可得到钢梁中点挠度-时间历程曲线。

N. Jones^[2]给出了冲击载荷作用下固支梁永久位移的计算公式, 利用冲量定理, 有 $v_0 = p_0 t_0 / (\rho B H)$, 代入公式后, 则可得到忽略和考虑应变率效应的如下刚塑性挠度计算公式。忽略应变率效应时

$$w_f = \frac{H}{2} \left\{ \left[1 + \frac{3(pt_0)^2 L^2}{4\rho\sigma_s B^2 H^4} \right]^{1/2} - 1 \right\} \quad (14)$$

考虑应变率效应时

$$w_f = \frac{H}{2} \left\{ \left[1 + \frac{3(pt_0)^2 L^2}{4n\rho\sigma_s B^2 H^4} \right]^{1/2} - 1 \right\}, \quad n = 1 + \left(\frac{4pt_0 w_f}{3\sqrt{2}\rho B H D L^2} \right)^{1/\delta} \quad (15)$$

取 $p_0 = 20$ kN/m $\approx 95.2p_c$, $t_0 = 0.5$ ms 进行计算比较, 图3给出了利用本文中有限差分计算模型、有限元通用程序ABAQUS分别计算得到的钢梁中点挠度-时间历程曲线, 分别记为FD和FE。由上述刚塑性公式得到的永久位移也画于图3中, 记为RP。

从图3可以看出, 当 $p_0 = 20$ kN/m、 $t_0 = 0.5$ ms 时, 不计应变率效应情况下, 有限差分程序与ABAQUS所得到的位移历程曲线几乎完全重合, 而刚塑性位移与响应后期最小弹性振动位移比较接近; 计及应变率效应情况下, 两曲线的平均位移也非常接近, 而刚塑性位移则接近于响应后期的最大弹

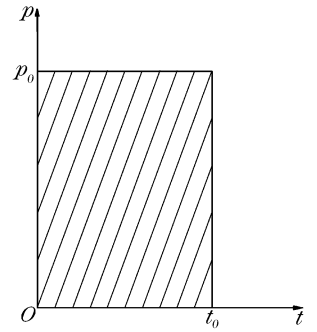


图2 脉冲载荷

Fig. 2 Rectangular pulse load

性振动位移。因此,本文中有限差分程序计算结果与有限元结果是一致的,刚塑性位移也基本上是准确的。这 3 种方法计算结果的互相印证也保证了本文中有限差分计算结果和结论的可靠性。

图 3 也说明应变率使得钢梁位移减小,平均位移下降幅度为约 35%,因此应变率效应不可忽略。

由响应后期中点残余振动位移历程曲线,可计算平均位移。对于给定载荷作用时间 $t_0=0.5\text{ ms}$,对应忽略和计及应变率两种情形,可分别得到平均位移-载荷强度关系曲线,如图 4 所示。作为比较,图 4 中也给出了由前述刚塑性公式得到的永久位移-载荷曲线。可以看出,两条刚塑性位移-载荷曲线基本上为直线,随着载荷强度的增加,二者的分离也越来越大。与两条刚塑性位移-载荷曲线近似为直线比较,两条平均位移-载荷曲线则出现了剧烈的局部变化:不计应变率情形,在载荷区间($25 < p/p_c < 40$)内出现平均位移为负值,即发生所谓的反常动力行为;在计及应变率情形,这种发生反常行为的区间向右偏移并进一步扩大($35 < p/p_c < 70$),然而,当载荷强度足够大($p/p_c > 100$)时,平均位移与刚塑性位移比较接近。

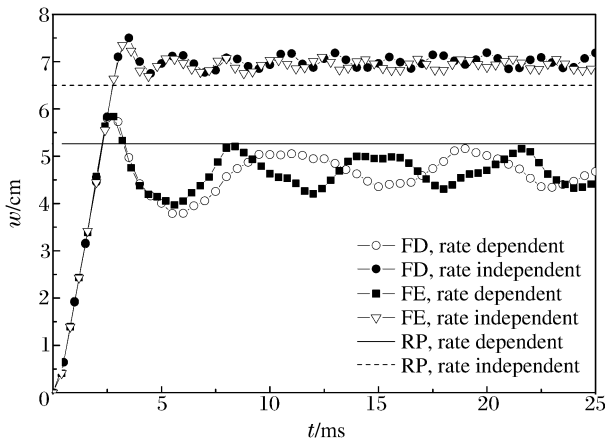


图 3 梁中点位移历程曲线比较

Fig. 3 Comparison between time history curves of mid-span deflection

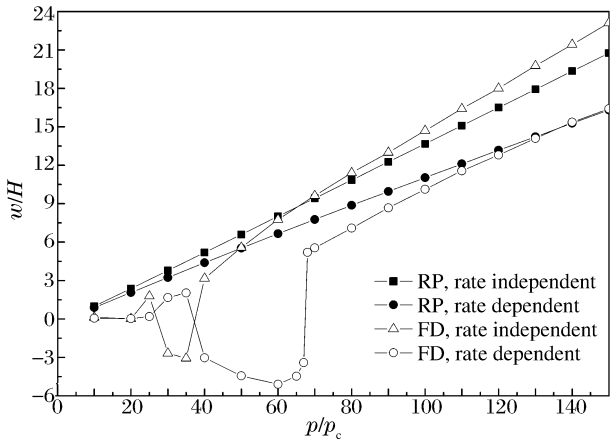


图 4 永久位移-载荷曲线比较

Fig. 4 Comparison between curves of permanent deflection-loads

以上结果说明:(1)应变率使得载荷较大时梁的最终位移下降幅度也较大,而当载荷较小时,则使发生反常行为的载荷区间扩大;(2)反常行为的发生和区间的扩大,使得已有刚塑性模型和公式不能准确计算一定载荷范围内的钢梁实际位移,只有当载荷强度足够大时才可应用刚塑性方法。

2.2 中点集中脉冲载荷作用

现通过上述计算模型计算两端固支矩形截面钢梁遭受中点集中脉冲载荷作用时的响应,并讨论应变率对于结构反常行为的影响。软钢梁几何和材料参数与节 3.1 中相同,钢梁静态极限载荷: $P_c = 8M_p/L = 105\text{ N}$,钢梁仍然受到如图 2 所示的矩形脉冲形式的爆炸载荷作用,假定载荷作用时间为 $t_0 = 5\text{ ms}$,载荷强度为 P_0 。

P. S. Symonds 等^[6]指出,两端铰支铝合金梁受到脉冲载荷作用时,存在两种反常行为响应模式:(1)梁的中点挠度在达到最大值之后开始急剧下降,最终位移于载荷方向相反;(2)梁的中点挠度在达到最大值之后急剧下降直零并反向增长,然后再快速回到正向位置,最终位移于载荷方向一致。G. W. Ma 等^[13]讨论了中点集中脉冲载荷作用的情形,并将这种反常行为称为失稳。

由于铝合金是率不敏感材料,因此,上述两种反常响应模式是在忽略应变率效应的情况下得到的。对于率敏感材料的钢梁,是否也存在上述的反常行为响应模式?如图 5 所示的本文计算结果表明,所述的两种响应模式确实存在,即图 5 中相应于载荷分别为 1.20 kN 和 1.22 kN 的两条曲线。然而,除此之外,由计算结果还发现,当载荷较小时,存在第 3 种反常行为响应模式,如图 5 中相应于载荷为 0.65 kN 的曲线。该模式与第 1 和第 2 异常行为不同,挠度响应是在负向维持一段时间后,才开始回到

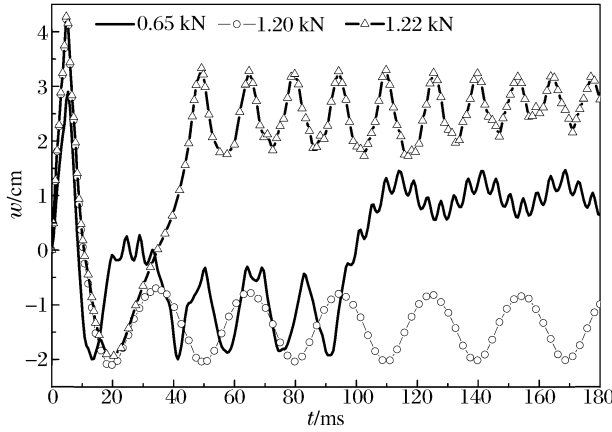


图5 梁中点位移历程曲线

Fig. 5 Time history of deflection at midspan of the beam

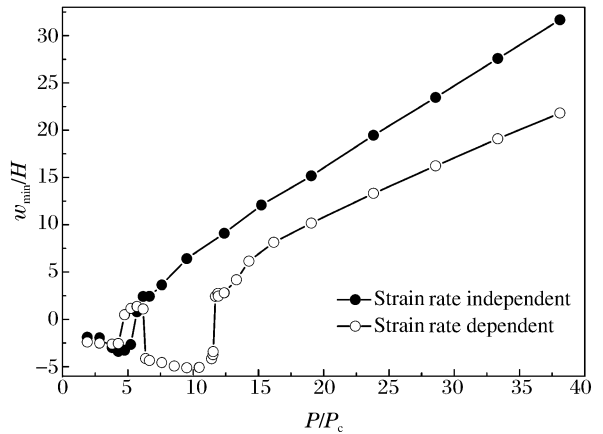
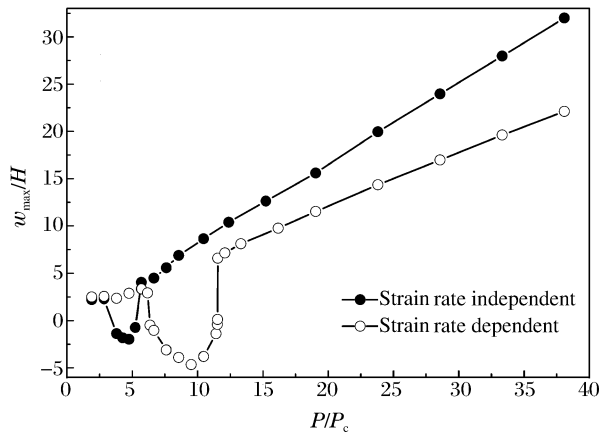


图6 残余振动位移-载荷曲线

Fig. 6 Relationship curves between residue displacements and dimensionless loads

的增大,应变率效应也增大。(2)载荷强度较小时,位移-载荷关系不再为直线,而是出现了明显下凹的区间,预示出现与载荷方向相反的负向永久位移,亦即反常动力行为发生。应变率效应使得凹区间向右偏移,而区间的深度和宽度也增大。因此,虽然反常行为是参数敏感问题,但应变率效应并未使反常行为消失,而是使反常行为更为严重。

上述结果和结论都说明应变率对于钢梁的动力行为具有关键影响,它是率敏感材料结构动力分析不可忽略的重要因素。

利用本文中计及应变率效应的计算模型,图7给出了钢梁在脉冲载荷作用下,当载荷强度给定时,响应后期残余振动阶段平均位移随同载荷作用时间变化的曲线。可以看出,对于 $P/P_c=10$ 情形,存在发生反常动力行为的时间区间 ($2 \text{ ms} < t_0 < 6 \text{ ms}$),

正向位置。造成这个响应模式的原因,是材料粘弹性特性所引起的响应滞后亦即应变率效应的直接体现。因此,与铝合金梁的响应不同,计及应变率效应的钢梁动力行为响应存在3种反常响应模式。

应变率对于结构行为的影响,可从图6得到,他们分别给出了忽略或计及应变率效应,钢梁在给定脉冲载荷作用时间 ($t_0=5 \text{ ms}$) 情况下,响应后期的残余振动量纲一最大和最小位移随同量纲一载荷强度变化的曲线。非常明显,各自图中的两条曲线并不吻合,而偏差的大小代表应变率影响的程度。两个图几何特征类似,表明平均位移也具有同样的变化规律,因此,也反映了永久位移与载荷强度之间的关系。可以看出:(1)载荷强度较大时,位移-载荷关系均为直线,但应变率使得位移减小,而且随着载荷

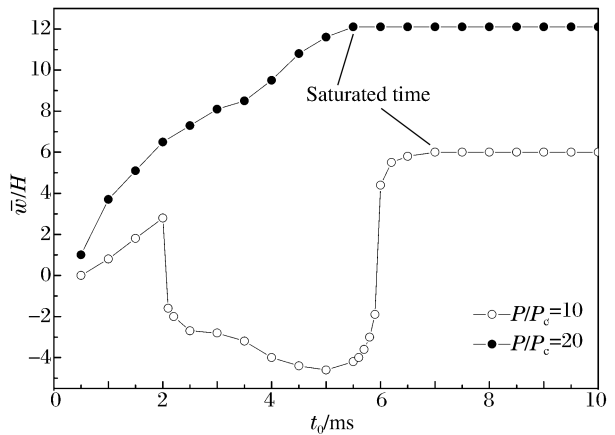


图7 平均位移与载荷作用时间关系曲线

Fig. 7 Relationship curves between even displacements and load duration time

而当 $t_0 \geq t_s = 7 \text{ ms}$ 时, 平均位移不在随作用时间增加而增加, 该临界时间即为饱和时间, 而相应的冲量 $I_s = P_0 t_s$ 被称为饱和冲量^[14]。对于 $P/P_c = 20$ 情形, 则随着载荷作用时间的增加, 平均位移也在增加, 反常行为并未发生, 而饱和时间则存在, $t_s = 5.5 \text{ ms}$ 。这些结果说明: (1) 脉冲载荷作用下的钢梁, 存在反常行为和饱和冲量现象; (2) 反常行为只与载荷强度有关, 载荷强度很高时, 无论载荷作用时间怎样小, 也不发生反常行为; (3) 只要塑性变形发生, 饱和冲量总是存在。因此, 该现象依赖载荷强度和作用时间 2 个参数。

3 结 束 语

以有限变形弹塑性连续体力学的最小加速度原理为基础, 建立了两端固支梁在横向均布和集中脉冲载荷作用下动力响应分析的有限差分计算模型, 它包含弹性和大挠度效应, 而且由于将包含应变率的 Cowper-Symonds 方程嵌入应力-应变关系方程, 使得该计算模型能够数值模拟率敏感材料如软钢结构的动力响应。与有限元通用程序 ABAQUS 数值结果比较表明, 该计算模型和程序是准确和可靠的。利用这个计算模型, 分别讨论了均匀分布脉冲载荷和集中脉冲载荷作用下钢梁的动力响应问题, 重点分析了应变率对于结构反常行为的影响, 所得到的几个结论为:

(1) 脉冲载荷作用下, 无论是均布载荷, 还是集中载荷, 应变率效应都导致钢梁永久位移的减小, 特别是当载荷强度很大时, 位移降低幅度也大。

(2) 两种载荷分别作用下, 当载荷强度较大时, 载荷-位移关系呈近似线性关系, 而当载荷强度较小时, 结构会发生反常行为, 从而导致载荷-位移关系不再呈线性, 而是出现下凹区间。应变率效应使得下凹区间向右偏移并扩大, 即使结构发生反常行为的最小载荷提高, 载荷区间扩大。

(3) 均匀分布脉冲载荷作用下, 已有刚塑性模型和公式不能准确预测载荷强度较小时的钢梁实际位移, 只有当载荷强度足够大时才可应用刚塑性方法。

(4) 脉冲载荷作用下所发生的结构反常行为只与载荷强度有关, 载荷作用时间和冲量不是引发反常行为的充分条件。

(5) 脉冲载荷作用下发生塑性变形的钢梁, 饱和冲量总是存在, 该现象的发生依赖载荷强度和作用时间两个必要参数。

英国曼彻斯特大学李庆明博士 (Dr Q. M. Li) 曾经阅读本文初稿并给出有益评论, 特此致谢!

参 考 文 献:

- [1] Stronge W J, Yu T X. Dynamic models for structural plasticity[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1995.
- [2] Jones N. Structural impact[M]. UK: Cambridge University Press, 1989.
- [3] Cowper G R, Symonds P S. Strain hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams[R]. Providence: Brown University, Report No. 28, 1957.
- [4] Bodner S R, Symonds P S. Experimental and theoretical investigation of the plastic deformation of cantilever beam subjected to impulsive loading[J]. Journal of Applied Mechanics, 1962, 29(4): 719-728.
- [5] Ting T C T. The plastic deformation of a cantilever beam with strain-rate sensitivity under impulsive loading[J]. Journal of Applied Mechanics, 1964, 31(1): 38-42.
- [6] Symonds P S, Yu T X. Counterintuitive behavior in a problem of elastic-plastic beam dynamics[J]. Journal of Applied Mechanics, 1985, 52(3): 517-522.
- [7] Forrestal M J, Sagartz, M J. Elastic-plastic response of 304 stainless steel beam to impulse loads[J]. Journal of Applied Mechanics, 1978, 45(3): 685-687.
- [8] Perrone N. On a simplified method for solving impulsively loaded structures of rate-sensitive materials[J]. Journal of Applied Mechanics, 1965, 32(3): 489-492.
- [9] Perrone N, Bhadra P. A simplified method to account for plastic rate sensitivity with large deformations[J]. Jour-

nal of Applied Mechanics, 1979,46(4):811-816.

- [10] Lee L H N, Ni C M. A minimum principle in dynamics of elastic-plastic continua at finite deformation[J]. Archives of Mechanics, 1973,25(3):457-468.
- [11] Xi F, Yang J L, Li Z L. Anomalous behavior revisited: Dynamic response of elastic plastic structures[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 1998,11(4):1-14.
- [12] Yang J L, Xi F. Experimental and theoretical study of free-free beam subjected to impact at any cross-section along its span[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003,28(7):761-781.
- [13] Ma G W, Liu Y M, Li Q M. Numerical simulations of dynamic instability of elastic-plastic beams[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006,132(3):260-267.
- [14] Zhu L, Yu T X. Saturated impulse for pulse-loaded elastic-plastic square plates[J]. International Journal of Solids and Structures, 1997,34:1709-1718.

The effects of strain rate on the dynamic response and abnormal behavior of steel beams under pulse loading*

XI Feng, ZHANG Yun

(School of Civil Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan 250101, Shandong, China)

Abstract: In order to better understand the dynamic behavior of rate sensitive material and structure, a computational model for the dynamic response analysis of a mild steel beam subjected to square pulse loading is presented, which is derived through discretizing directly the Lee functional to be applied in the minimum principle of acceleration of elastic-plastic continua at finite deformation. Since the strain rate dependent Cowper-Symonds equation is integrated into stress-strain relation equations, the effects of strain rate could be taken into account, and the dynamic response of steel beam under explosion and impact load could be predicted accurately. The validity of the model is verified by simulated results from the general-purpose finite element program ABAQUS and further compared with the rigid-plastic solutions. Based on numerical simulation of this model, the effect of strain rate on dynamic response of steel beam under uniformly distributing and concentrate pulse loads is discussed in detail. The numerical results show that there is a novel response mode of abnormal behavior of the steel beams, the abnormal window is shifted and enlarged, and the actual permanent deflection of steel beam cannot be predicted by previous rigid-plastic model in certain range of load magnitude.

Key words: solid mechanics; abnormal behavior; minimum principle of acceleration; steel beam; novel response mode; strain rate

* Received 19 October 2010; Revised 14 June 2011

Supported by the National Natural Science Foundation of China (10872117)

Corresponding author: XI Feng, sdxifeng@sina.com