

文章编号: 1001-1455(2012)06-0616-07

# 弹头侵彻明胶的运动模型<sup>\*</sup>

刘坤, 吴志林, 徐万和, 莫根林

(南京理工大学机械工程学院, 江苏 南京 210094)

**摘要:** 为探讨弹头在肌肉组织中的运动规律, 以明胶作为组织模拟物, 结合明胶力学性质, 在区别攻角和偏角的情况下, 建立同时考虑水平和垂直方向弹头侵彻明胶的二维运动模型。以 7.62 mm 普通弹和 5.8 mm 普通弹为杀伤元, 根据龙格-库塔法原理对运动模型进行数值计算。同时, 对 2 种弹丸侵彻明胶实验数据进行了对比分析。分析结果表明, 该二维运动模型能够准确合理的描述 2 种弹丸侵彻明胶的运动过程, 具有一定通用性, 可为弹药设计和战伤救治提供理论参考。

**关键词:** 爆炸力学; 运动模型; 龙格-库塔法; 弹头侵彻明胶

**中图分类号:** O385

**国标学科代码:** 13035

**文献标志码:** A

明胶作为创伤弹道研究中一种常见的肌肉组织模拟物, 具有与肌肉组织非常相似的粘弹性性质, 且均匀透明, 可直接观察内部空腔变化, 因此成为轻武器杀伤效能评估和创伤弹道研究的标准介质之一<sup>[1-3]</sup>。一些学者已对弹头侵彻明胶的运动模型展开研究。B. Janzon<sup>[4]</sup>提出一种基于弹头质心一维运动且忽略弹头旋进的简化运动模型; B. Kneubuehl 等<sup>[5]</sup>和 K. Sellier 等<sup>[6]</sup>将弹头在明胶中运动简化为质心水平运动和绕心运动, 且阻力系数  $C_D$  和法向力系数  $C_N$  为入射角的函数; N. Nestor<sup>[7]</sup>认为弹头在高密度均一介质中做平面运动, 可将运动简化为质心的平动和绕质心的转动, 且阻力系数  $C_D$  和升力系数  $C_L$  为攻角  $\delta$  的函数。可见, 现有研究均认为弹头在明胶中的攻角和偏角为同一概念, 而区别这 2 个角度的模型未见报道。

本文中针对弹头在明胶中的运动特点, 结合明胶力学性质, 并考虑攻角和偏角的区别, 力求建立弹头侵彻明胶较完善的二维运动模型(包括水平和垂直方向), 为轻武器弹药设计提供理论参考。

## 1 理论模型

### 1.1 基本假设

弹头侵彻明胶时, 发生失稳和翻滚, 动能转化为明胶变形能等。根据现有研究可知<sup>[6]</sup>, 弹头在明胶中运动过程如图 1 所示, 可分为以下 2 个阶段: (1)“颈部”形成阶段, 基本处于稳定飞行状态; (2)翻滚阶段, 即偏角迅速增大阶段。



图 1 弹头在明胶中运动过程

Fig. 1 Process of the bullet penetrating the gelatin

\* 收稿日期: 2011-08-19; 修回日期: 2011-11-14

基金项目: 国家重点基础研究发展计划项目(973 计划)(613104);

江苏省博士研究生科研创新培养基金项目(CXLX11\_0273)

作者简介: 刘坤(1986—), 男, 博士研究生。

根据弹头在明胶中运动特点,建模前引入如下假设:(1)弹头为刚体,忽略变形与破碎;(2)忽略弹头旋转(陀螺效应);(3)忽略弹头重力;(4)忽略平面外的偏航,认为弹头运动在包含轨迹的垂直平面内;(5)忽略科氏惯性力对弹头运动的影响;(6)明胶为不可压缩粘性流体。

### 1.2 运动模型

若弹头侵入明胶攻角  $\delta \neq 0$ ,弹头周围压力分布不对称,对其表面的压力分布积分得出的明胶作用力  $\mathbf{R}_1$  既不与弹轴平行也不与速度平行,且与弹轴相交于压力中心。如图 2~3 所示,若  $\mathbf{R}_1$  平移至弹头质心处,可等效为合力  $\mathbf{R}$  与翻滚力矩  $\mathbf{M}$ , $\mathbf{R}$  又可分解为速度反向的阻力  $\mathbf{D}$  以及与速度垂直的升力  $\mathbf{L}$ 。可见,弹头在明胶中的运动由质心平动以及绕质心的转动组成。阻力  $\mathbf{D}$  及升力  $\mathbf{L}$  的大小可表示为<sup>[8-9]</sup>

$$D = -\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)A_0 C_D, \quad L = \left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)A_0 C_L \quad (1)$$

式中: $\rho$  为明胶密度, $v$  为弹头速度, $C_D$  为阻力系数, $C_L$  为升力系数, $A_0$  为弹头特征面积(取弹头最大横截面积, $A_0 = \frac{\pi}{4}d^2$ )。

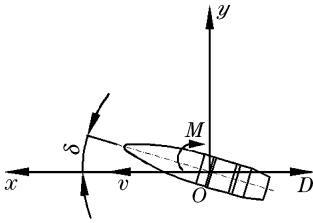


图 2 小攻角入射时弹头受力情况

Fig. 2 Force diagram of the bullet penetrating the gelatin with the small attack angle

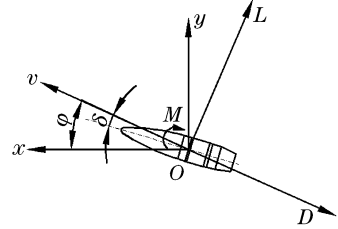


图 3 翻滚阶段弹头受力情况

Fig. 3 Force diagram of the bullet tumbling phase

根据空气动力学原理,阻力系数  $C_D$  为攻角  $\delta$  的偶函数,阻力方向与  $\delta$  的正负无关;升力方向与攻角  $\delta$  的正负有关,所以升力系数  $C_L$  是攻角  $\delta$  的奇函数,在  $\delta = 0^\circ, 90^\circ$  时不存在升力, $C_D, C_L$  可表示为<sup>[6-7]</sup>

$$C_D = C_{D0} f(\delta) = C_{D0} (1 + C_1 \sin^2 \delta), \quad C_L = C_{L0} \cos^2 \delta \sin(2\delta) \quad (2)$$

式中: $C_{D0}$  为零攻角时阻力系数, $C_1$  为常数, $C_{L0}$  为常数, $\delta$  为攻角。

翻滚力矩  $M$  可表示为<sup>[8]</sup>

$$M = \left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)A_0 l C_M \quad (3)$$

式中: $l$  为弹头长度, $C_M$  为翻滚力矩系数。 $C_M = C_{M0} \sin \delta$ ,其中  $C_{M0}$  为常数,不同弹丸取值不同<sup>[6]</sup>。

弹头侵入明胶后,有与明胶分离的现象,导致压力中心前移,偏角增大,模型中偏角变化体现为弹头绕其赤道轴的翻滚。此时,弹头迎胶面与背胶面间形成压力差;同时,因弹头被粘性流体包裹,表面存在阻碍其翻滚的摩擦力,上述两者的合力矩阻碍弹头翻滚运动,称为偏航阻尼力矩<sup>[8]</sup>

$$M_{zz} = \left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)A_0 l \left(\frac{d\psi}{v}\right) C_{zz} \quad (4)$$

式中: $\dot{\psi}$  为偏角一次导数(弹头绕赤道轴翻滚的角速度), $C_{zz}$  为翻滚力矩系数导数。

#### 1.2.1 “颈部”阶段运动模型

弹头在明胶中运动初始阶段,即形成空腔“颈部”的阶段,可看作稳定飞行阶段,轨迹近似水平,速度为  $v \approx \dot{x} \mathbf{l}_x$ 。弹头出枪口时速度方向近似为水平,基本处于稳定状态,如图 2 所示。此时,可忽略升力对弹头的影响,弹头运动方程为

$$m\ddot{x} = m \frac{dx}{dt} = -\left[\left(\frac{1}{2}\rho \dot{x}^2\right)C_{D0}A_0 + \left(\frac{1}{2}\rho \dot{x}^2\right)C_{D0}A_0 C_1 \sin^2 \delta\right] \quad (5)$$

### 1.2.2 翻滚阶段运动模型

若弹头偏角大于  $10^\circ$ , 认为“颈部”阶段结束<sup>[7]</sup>, 根据牛顿第二定律和动量矩定理, 运动由质心平动和绕质心的转动组成。

“颈部”阶段结束后, 弹头速度方向发生变化, 不再近似为水平, 如图 3 所示。因此, 弹头质心在平移运动中, 阻力  $D$  和升力  $L$  在  $x$ 、 $y$  方向上均存在分量, 运动方程可表示为

$$m\ddot{x} = -\left(\frac{1}{2}\rho A_0\right)v^2 C_{L0} \cos^2 \delta \sin(2\delta) \sin(\psi - \delta) - \left(\frac{1}{2}\rho A_0\right)v^2 C_{D0} (1 + C_1 \sin^2 \delta) \cos(\psi - \delta) \quad (6)$$

$$m\ddot{y} = \left(\frac{1}{2}\rho A_0\right)v^2 C_{L0} \cos^2 \delta \sin(2\delta) \cos(\psi - \delta) - \left(\frac{1}{2}\rho A_0\right)v^2 C_{D0} (1 + C_1 \sin^2 \delta) \sin(\psi - \delta) \quad (7)$$

式中:  $\psi$  为偏角,  $\delta$  为攻角。攻角  $\delta$  与偏角  $\psi$  间的关系为  $\delta = \psi - \arctan \frac{v_y}{v_x}$ ,  $v_x = \dot{x}$  为弹头质心速度在  $x$  方向分量,  $v_y = \dot{y}$  为弹头质心速度在  $y$  方向分量。

分析绕弹头质心旋转运动, 根据动量矩定理, 弹头围绕质心旋转运动方程为

$$I_b \ddot{\psi} = T \quad (8)$$

式中:  $I_b$  为弹头赤道转动惯量,  $T$  为弹头所受合力矩。

综上弹头所受合力矩  $T$  为

$$T = \left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) A_0 l C_M - \left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) A_0 l \left(\frac{d\psi}{v}\right) C_{zz} \quad (9)$$

式中:  $C_M$  为翻转力距系数;  $C_{zz}$  为偏航阻尼力矩系数导数。

绕弹头质心旋转运动可以表示为

$$I_b \ddot{\psi} = \left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) A_0 l C_{M0} \sin \delta - \left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) A_0 l \left(\frac{d\psi}{v}\right) C_{zz} \quad (10)$$

式中:  $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$ 。

结合式(6)、(7)、(10), 弹头在明胶中运动方程可描述为

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\left(\frac{1}{2m}\rho A_0\right)\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{y} C_{L0} \cos^2 \delta \sin(2\delta) - \left(\frac{1}{2m}\rho A_0\right)\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{x} C_{D0} (1 + C_1 \sin^2 \delta) \\ \ddot{y} = \left(\frac{1}{2m}\rho A_0\right)\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{x} C_{L0} \cos^2 \delta \sin(2\delta) - \left(\frac{1}{2m}\rho A_0\right)\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \dot{y} C_{D0} (1 + C_1 \sin^2 \delta) \\ \ddot{\psi} = \left(\frac{1}{2I_b}\rho(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)\right) A_0 l C_{M0} \sin \delta - \left(\frac{1}{2I_b}\rho\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}\right) A_0 l d\psi C_{zz} \end{cases} \quad (11)$$

时初始条件为:  $x(0) = x_0, \dot{x}(0) = \dot{x}_0; y(0) = y_0, \dot{y}(0) = \dot{y}_0; \psi(0) = \psi_0, \dot{\psi}(0) = 0; \delta(0) = \delta_0, \dot{\delta}(0) = 0$ 。

## 2 实验验证与结果分析

### 2.1 实验方法

为验证运动模型合理性, 进行步枪弹侵彻明胶靶标实验。实验采用 7.62 和 5.8 mm 弹道枪作为平台, 发射 7.62 和 5.8 mm 普通弹各 1 发, 共射击 2 发。弹丸具体参数如表 1 所示; 明胶靶标(尺寸为  $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm} \times$

$300 \text{ mm}$ ) 含明胶 10%, 实验温度为  $4^\circ \text{C}$ 。采用 3 台高速摄像机进行拍摄, 水平方向放置 2 台(其中 1 台用于拍摄明胶空腔), 竖直方向放置 1 台(与水平方向高速摄像机配合测量攻角)。

实验原理及场景如图 4 所示, 天幕靶置于距离靶标 2 m 处测量入靶速度, 靶标沿弹道方向置于综合靶架上, 光幕和气体灯置于距离明胶侧 1 m 处(气体灯置于光幕后), 高速摄影相机置于距离明胶另一侧 1.5 m 处, 确保高速摄影相机镜头轴线与弹道在同一平面内, 且与弹道方向垂直。

表 1 弹丸参数

Table 1 Parameters of bullet

| 弹种          | $m/\text{g}$ | $d/\text{mm}$ | $l/\text{mm}$ | $I_b/(\text{g} \cdot \text{mm}^2)$ |
|-------------|--------------|---------------|---------------|------------------------------------|
| 7.62 mm 普通弹 | 7.90         | 7.92          | 26.8          | 366.9                              |
| 5.80 mm 普通弹 | 4.15         | 6.01          | 24.5          | 138.1                              |

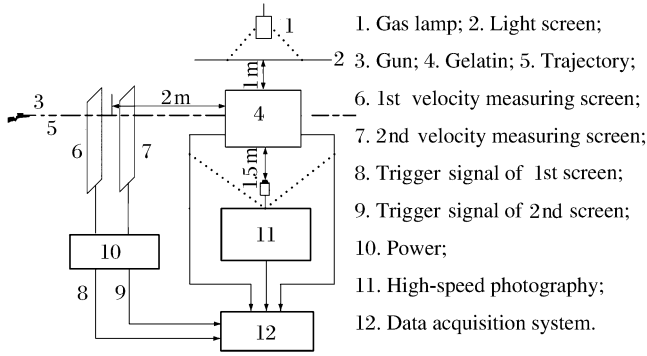


图 4 实验装置示意图

Fig. 4 Schematic of experimental device

### 2.2 算例及模型实验

#### 2.2.1 7.62 mm 普通弹

以弹头入靶时刻为计时起点,出靶时刻为计时终点。入靶速度为 625.5 m/s,初始攻角为  $1.5^\circ$ ,初始偏角为  $1.5^\circ$ ,弹头侵彻明胶运动过程如图 5 所示。

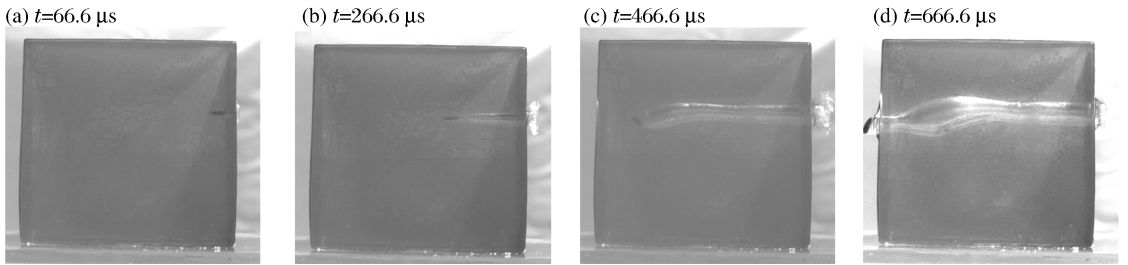


图 5 7.62 mm 普通弹侵彻明胶过程

Fig. 5 Process of 7.62 mm bullet penetrating the gelatin

图 6 所示为  $x$  方向侵彻位移与时间关系曲线,由图 6 可知,弹头在靶标中运动的理论时间为  $654 \mu\text{s}$ ,实测时间为  $666.6 \mu\text{s}$ 。图 7 所示为  $y$  方向偏移与侵彻位移关系曲线,由图 7 可知, $y$  方向位移理论最大值为 12 mm,实测值为 20 mm,则误差值为 8 mm。图 8 所示为速度与侵彻位移关系曲线,由图 8 可知,“颈部”阶段结束时速度理论值为  $523.755 \text{ m/s}$ ,实测值为  $553.669 \text{ m/s}$ ,且“颈部”阶段速度衰减较慢;出靶速度理论值为  $270.463 \text{ m/s}$ ,实测值为  $306.644 \text{ m/s}$ ,速度偏差为  $36.181 \text{ m/s}$ ,相对误差为 12%;图 9 所示为偏角与侵彻位移关系曲线,由图 9 可知,“颈部”阶段结束时,侵彻位移理论值为  $0.137 \text{ m}$ ,实测值为  $0.147 \text{ m}$ ;出靶偏角理论值为  $181^\circ$ ,实测值为  $195^\circ$ 。

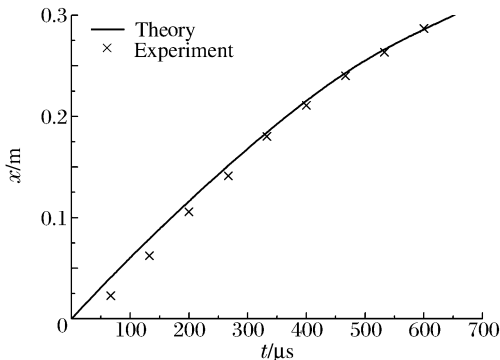


图 6  $x$  方向侵彻位移时间关系曲线

Fig. 6 Relation between penetration depth in  $x$  direction and time

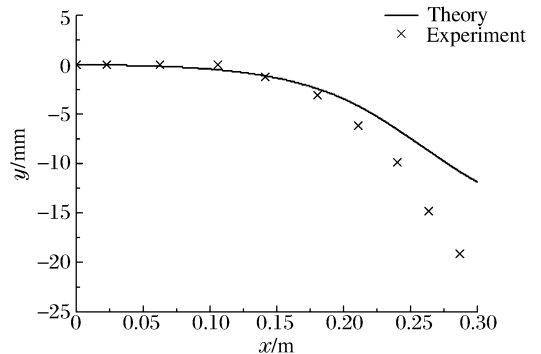


图 7  $y$  方向偏移与侵彻位移关系曲线

Fig. 7 Relation between drift in  $y$  direction and penetration depth

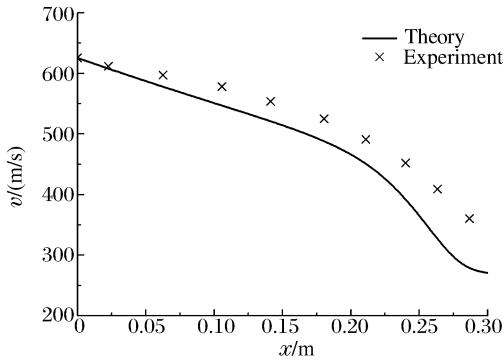


图8 速度与侵彻位移关系曲线

Fig. 8 Relation between velocity and penetration depth

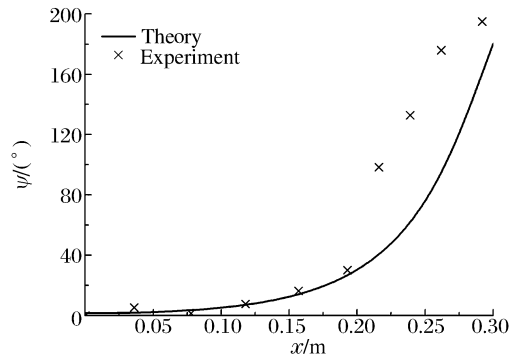


图9 偏角与侵彻位移关系曲线

Fig. 9 Relation between yaw angle and penetration depth

图10所示为偏角随侵彻位移、时间变化曲线,图11所示为角速度、角加速度随时间变化曲线。由图10~11可知,侵彻位移为0.289 m,偏角为154°时,角速度达到最大值11.66 rad/ms;侵彻位移为0.235 m,偏角为57°时,角加速度达到最大值40.99 rad/ms<sup>2</sup>。

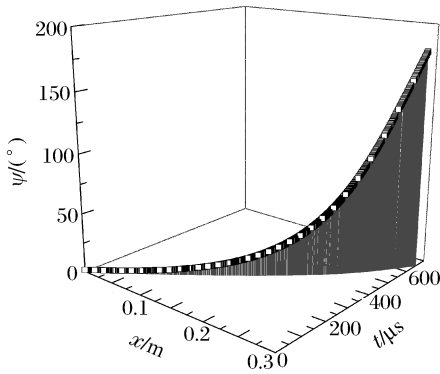


图10 偏角随侵彻位移和时间变化曲线

Fig. 10 Yaw angle varied with penetration depth and time

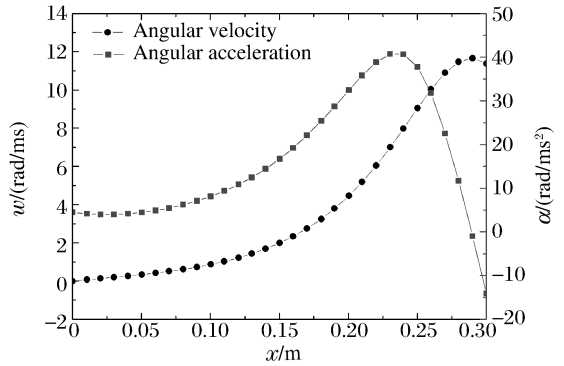


图11 角速度和角加速度随侵彻位移变化曲线

Fig. 11 Angular velocity and angular acceleration varied with penetration depth

### 2.2.2 5.8 mm 普通弹

以弹头入靶时刻为计时起点,出靶时刻为计时终点;入靶速度为862.6 m/s,初始攻角为1°,初始偏角为1.4°,弹头侵彻明胶运动过程如图12所示。

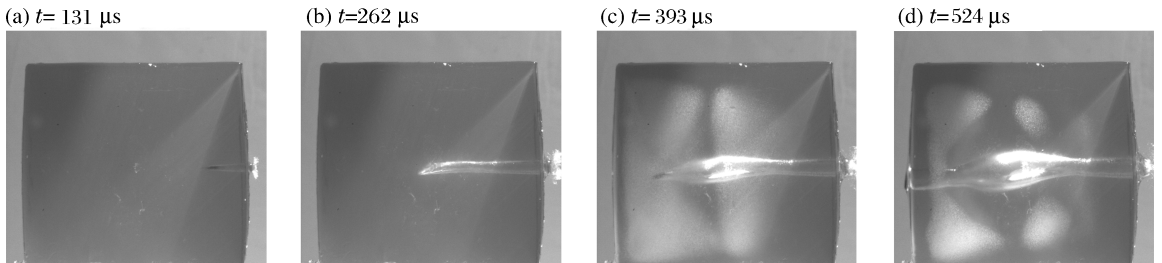


图12 5.8 mm 普通弹侵彻明胶过程

Fig. 12 Process of 5.8 mm bullet penetrating the gelatin

图13所示为x方向侵彻位移时间关系曲线,由图13可知,弹头在靶标中运动的理论时间为500 μs,实测时间为524 μs。图14所示为y方向偏移侵彻位移关系曲线,由图14可知,y方向位移理论最大值为16 mm,实测值为25 mm,则偏差值为9 mm。图15所示为速度与侵彻位移关系曲线,由图15可知,“颈部”阶段结束时速度理论值为745.018 m/s,实测值为753.518 m/s,且“颈部”阶段速度衰减较慢;出靶速度理论值为358.122 m/s,实测值为320.864 m/s,速度偏差为37.258 m/s,相对误差为11.7%。图16所示为偏角侵彻位移关系曲线,由图16可知,“颈部”阶段结束时,侵彻位移理论值为

0.12 m, 实测值为 0.11 m; 出靶偏角理论值为 235°, 实测值为 248°。

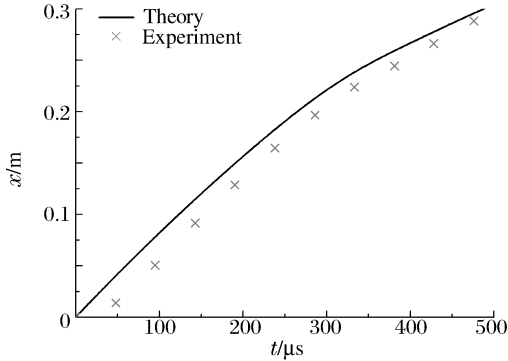


图 13  $x$  方向侵彻位移时间关系曲线

Fig. 13 Relation between penetration depth in  $x$  direction and time

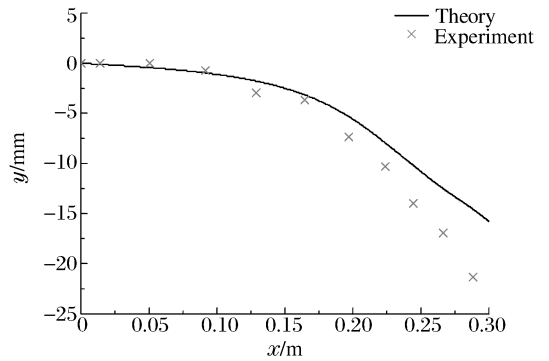


图 14  $y$  方向偏移与侵彻位移关系曲线

Fig. 14 Relation between drift in  $y$  direction and penetration depth

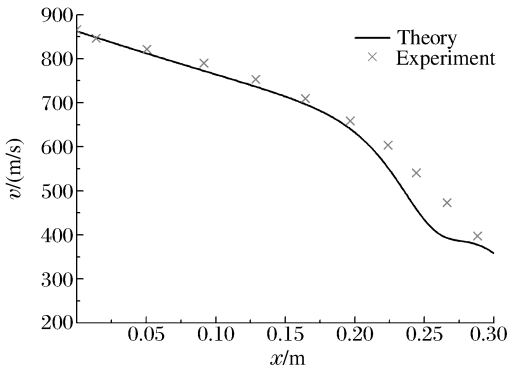


图 15 速度与侵彻位移关系曲线

Fig. 15 Relation between velocity and penetration depth

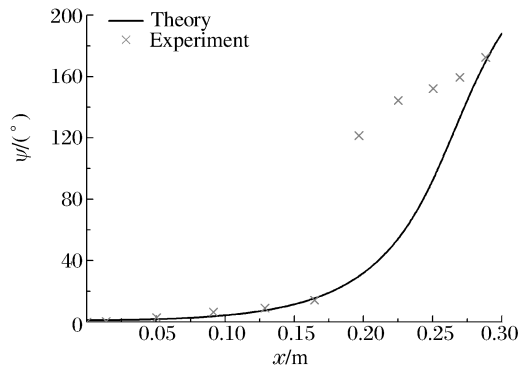


图 16 偏角与侵彻位移关系曲线

Fig. 16 Relation between yaw angle and penetration depth

图 17 所示为偏角随侵彻位移、时间变化曲线,图 18 所示为角速度、角加速度随时间变化曲线。由图 17、18 可知,侵彻位移为 0.261 m,偏角 142°时,角速度达到最大值 18.49 rad/ms;侵彻位移为 0.217 m,偏角为 57°时,角加速度达到最大值 111.7 rad/ms<sup>2</sup>。

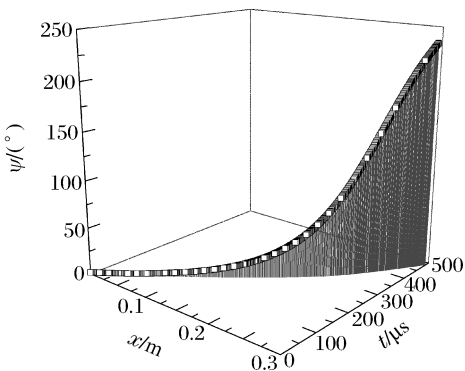


图 17 偏角随侵彻位移和时间变化曲线

Fig. 17 Yaw angle varied with penetration depth and time

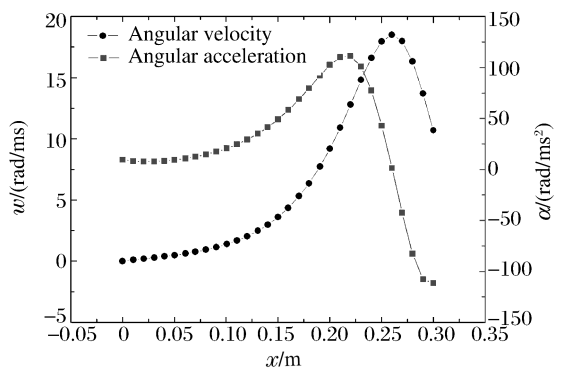


图 18 角速度和角加速度随侵彻位移变化曲线

Fig. 18 Angular velocity and angular acceleration varied with penetration depth

根据创伤弹道学理论可知,肌体致伤的决定性因素包括弹头初速及其在肌体中的翻滚能力。由图 9、16 和图 5、12 可知,5.8 mm 普通弹比 7.62 mm 普通弹翻滚力矩更大,“颈部”长度较短,速度衰减较快,传递能量较大,形成空腔较大,致伤效果较好。

### 3 结 论

在实验基础上,建立包括水平和垂直方向弹头侵彻明胶的二维运动模型,以 7.62 mm 普通弹和 5.8 mm 普通弹为杀伤元,根据龙格-库塔法原理对运动模型进行数值计算,得出 2 种弹丸侵彻位移、 $y$  方向位移、速度、偏角、角速度及角加速度的变化规律;运动模型的理论值与实测值一致性较好,能够准确的描述弹头侵彻明胶的运动过程,可为弹药设计和战伤救治提供理论参考。

#### 参考文献:

- [1] 刘荫秋,王正国,马玉媛. 创伤弹道学[M]. 北京:人民军医出版社,1991.
- [2] 高乃同. 自动武器弹药学[M]. 北京:国防工业出版社,1990.
- [3] Nicholas N C, Welsch J R. Ballistic gelatin[R]. Institute for Non-Lethal Defense Technologies Report, 2004.
- [4] Janzon B. Calculations of the behaviour of small calibre, spin stabilized projectiles penetrating a dense medium[R]. Forskningsanstalt, Huvudafd, FOA Rapport, 20041-M2, 1975.
- [5] Kneubuehl B, Sellier K. Wound ballistics: A new understanding of the behavior of a bullet in a dense medium[C]// Preceedings of the 13th International Symposium of Ballistics. Stockholm, 1992.
- [6] Sellier K, Kneubuehl B. Wound ballistics and the scientific background[M]. USA: Elsevier Science, 1994.
- [7] Nestor N. Theoretical study of the motion of a rigid gyro-stabilized projectile into homogeneous dense media[C]// Preceedings of the 24th International Symposium of Ballistics. New Orleans, 2008.
- [8] 王中原,周卫平. 外弹道设计理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2004.
- [9] Molitz H, Strobel R. External Ballistics[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1963.

## A motion model for bullet penetrating gelatin<sup>\*</sup>

LIU Kun, WU Zhi-lin, XU Wan-he, MO Gen-lin

(School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology,  
Nanjing 210094, Jiangsu, China)

**Abstract:** To research the motion of a bullet into the muscular tissue, the gelatin was used to simulate the muscular tissue. Based on the properties of the gelatin, a two-dimensional motion model was established for the projectile penetrating the gelatin in which reflecting the difference between attack angle and yaw angle. And the bullet motions in the horizontal and vertical directions were taken into account in the established motion model. Based on the Runge-Kutta method, the motion model was calculated by choosing the ordinary bullets with the diameters of 7.62 and 5.80 mm, respectively, as killer elements. The calculated results were compared with the corresponding experimental results. Comparisons show that the two-dimensional motion model can describe the motion of the bullets penetrating the gelatin accurately. And the motion model established is of a certain commonality and can provide a theoretical reference for the ammunition design and the wound treatment.

**Key words:** mechanics of explosion; motion model; Runge-Kutta method; bullet penetrating gelatin

<sup>\*</sup> Received 19 August 2011; Revised 14 November 2011

Supported by the National Basic Research Program of China (973 Program) (6131104)

Corresponding author: WU Zhi-lin, wuruinan-1994@mail.njust.edu.cn