

文章编号: 1001-1455(2013)01-0011-10

# 缺陷对脆性材料碎裂过程的影响\*

段 忠, 周风华

(宁波大学机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

**摘要:** 采用特征线方法模拟脆性材料中应力波的传播过程, 采用内聚力模型模拟断裂点的断裂过程, 运用 C++ 语言开发了一个模拟脆性圆环发生一维膨胀碎裂过程的实用工具 ExpRing, 简要给出了该程序的理论基础和使用说明。采用此程序模拟了具有初始缺陷的脆性圆环在均匀膨胀作用下的碎裂过程, 探讨了不同应变率下, 缺陷分布特征对碎裂过程和平均碎片尺寸的影响。计算结果表明: (1) 在一定的应变率范围内, 等间距分布的点缺陷会控制断裂点的位置及碎片个数, 在碎片尺寸-应变率曲线上形成一个缺陷控制碎裂平台; (2) 点缺陷的间距和弱化程度将影响缺陷控制碎裂平台的宽度和位置; (3) 具有缺陷的脆性材料的表观强度呈现应变率硬化特征; (4) 在一定的应变率范围内, 正弦分布型缺陷同样导致缺陷控制碎裂的现象。

**关键词:** 固体力学; 缺陷控制碎裂; 特征线方法; 脆性材料; 内聚力模型; 碎裂; 本征缺陷

**中图分类号:** O346.1

**国标学科代码:** 1301545

**文献标志码:** A

陶瓷、玻璃等脆性材料断裂韧性低, 存在内部缺陷。在准静态载荷作用下, 材料的强度由最弱缺陷控制, 断裂块数有限<sup>[1]</sup>。快速加载时, 单个成核裂纹没有充分时间将整个承载区卸载, 多数裂纹产生, 因此脆性材料在动态加载时呈现碎裂破坏的特征<sup>[2-3]</sup>。在一维动态拉伸载荷作用下, 均质材料发生碎裂产生的碎片平均尺寸  $s$  取决于材料的性能参数和加载应变率。D. E. Grady<sup>[4]</sup> 基于能量模型提出了碎片平均尺寸的表达式

$$s_{Grady} = [24G_c / (\rho \dot{\epsilon}^2)]^{1/3} \quad (1)$$

式中:  $G_c$  为材料的破坏能,  $\rho$  为材料密度,  $\dot{\epsilon}$  为材料的线膨胀应变率。

L. A. Glenn 等<sup>[5]</sup> 修正了 Grady 模型<sup>[4]</sup>, 考虑断裂之前储存的弹性应变能的贡献, 提出

$$s_{G-C} = 4 \sqrt{\frac{\alpha}{3}} \sinh\left(\frac{\varphi}{3}\right) \quad \varphi = \operatorname{arsinh}\left[\beta \left(\frac{3}{\alpha}\right)^{3/2}\right], \alpha = \frac{3\sigma_c^2}{\rho E \dot{\epsilon}^2}, \beta = \frac{3}{2} \frac{G_c}{\rho \dot{\epsilon}^2} \quad (2)$$

F. H. Zhou 等<sup>[9]</sup> 采用内聚力模型和特征线方法分析了脆性材料的动态碎裂过程, 得到了碎片平均尺寸  $s$  对加载应变率  $\dot{\epsilon}$  的依赖关系, 经过量纲一化, 碎片的量纲一平均尺寸  $\bar{s}$  与量纲一应变率  $\bar{\dot{\epsilon}}$  之间的关系<sup>[10]</sup>为:

$$\bar{s} = \frac{4.5}{1 + 6.0 \bar{\dot{\epsilon}}^{2/3}}, \quad \bar{s} = \frac{s}{s_0}, \quad \bar{\dot{\epsilon}} = \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \quad (3)$$

其中

$$\dot{\epsilon}_0 = \frac{c \sigma_c^3}{E^2 G_c}, \quad s_0 = \frac{E G_c}{\sigma_c^2} \quad (4)$$

分别为材料的特征应变率和特征碎片尺度,  $c = \sqrt{E/\rho}$  为弹性波速<sup>[10-11]</sup>。

脆性材料的碎裂除受应变率和材料参数控制外, 还与材料内部缺陷的类型和分布有关, 式(3)是在假定材料完全均匀的情况下得到的。F. H. Zhou 等<sup>[9]</sup> 分析了内部存在缺陷的杆的碎裂过程, 发现存在缺陷时, 材料的表观强度具有应变率硬化效应, 碎片平均尺寸随应变率的变化也与无缺陷时显著不同。

\* 收稿日期: 2011-10-13; 修回日期: 2011-10-28

基金项目: 国家自然科学基金项目(10572066, 10972108); 宁波大学王宽诚幸福基金项目

作者简介: 段 忠(1989—), 男, 硕士研究生。

对于不同的缺陷种类、大小和分布情况,很难有确定的数学公式计算特定应变率下产生的碎片平均尺寸。对于不同问题,可以修改数值模拟的输入参数,具体地计算模拟碎裂过程。为此,我们开发了程序 ExpRing,可自由下载,用户通过其界面可以方便快捷地完成对相关参数的修改和设置,模拟圆环或者杆的一维拉伸碎裂过程。本文中简要介绍该程序的算法和界面。为进一步分析缺陷对材料碎裂过程的影响,采用 ExpRing 模拟包含 2 种不同形式的等间距初始缺陷的圆环的碎裂过程,详细研究碎片形成的先后顺序及碎片平均尺寸随加载应变率的变化,阐明初始缺陷在脆性材料碎裂过程中所起的作用。

## 1 问题描述

### 1.1 控制方程组

考虑长为  $L$  的一维杆(或半径  $r=L/(2\pi)$  的圆环)在均匀拉伸应变率  $\dot{\epsilon}$  下的碎裂过程。沿轴向(或周向)建立 Lagrange 坐标系,原点设在中点,见图 1。在解析区域  $(-L/2, L/2)$  内,杆上质点速度  $v$ 、应变  $\epsilon$  以及应力  $\sigma$  均为坐标  $X$  和时间  $t$  的函数,  $v(X, t)$ 、 $\epsilon(X, t)$  以及  $\sigma(X, t)$  之间的关系为:

$$v(X, t) = \frac{\partial x(X, t)}{\partial t}, \quad \epsilon(X, t) = \frac{\partial x(X, t)}{\partial X}, \quad \sigma(X, t) = E\epsilon(X, t) \quad (5)$$

式中:  $x=x(X, t)$  为物质点  $X$  在  $t$  时刻的坐标。

经简化,一维杆脆性碎裂问题的波传播控制方程为:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma}{\partial X}, \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} = E \frac{\partial v}{\partial X} \quad (6a)$$

初始条件为:

$$v(X, 0) = \dot{\epsilon}X, \quad \sigma(X, 0) = \sigma_0 \quad (6b)$$

杆的边界条件为:

$$v(-L/2, t) = v_l = -\dot{\epsilon}L/2, \quad v(L/2, t) = v_r = \dot{\epsilon}L/2 \quad (6c)$$

式中:  $v_l$  和  $v_r$  分别为杆左右两端的质点速度。对于膨胀圆环,改用周期性边界条件:

$$\sigma(L, t) = \sigma(0, t), \quad v(L, t) = v(0, t) + \dot{\epsilon}L \quad (6d)$$

### 1.2 内聚力断裂模型

随着加载时间的延长,杆中的应力和弹性应变线性增大。一旦应力达到材料的断裂极限  $\sigma_c(X)$ ,质点开始出现断裂、应力卸载。材料是否发生完全分离,除了取决于应力条件外,还与该断裂点的张开距离有关。图 2 给出了 G. T. Camacho 等<sup>[12]</sup>提出的不可逆线性内聚力破坏曲线。为了使计算收敛,将 Camacho-Ortiz 模型<sup>[12]</sup>中的已开裂节点的卸载路径分解为 2 步:第 1 步,保持应力不变,断裂点的张开位移逐渐降为零(完全闭合);第 2 步,取决于卸载波作用,完全闭合的开裂节点内聚应力卸载为零。在重新加载的过程中,沿此过程逆向发展。采用这种卸载路径避免了一旦相邻节点同时开裂,一个节点张开另一个节点闭合时的计算不

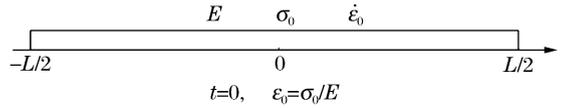


图 1  $t=0$  时刻杆的状态

Fig. 1 The state of the tensile bar at  $t=0$

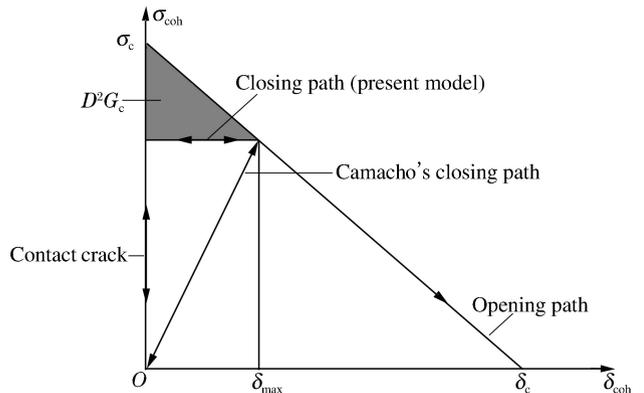


图 2 不可逆线性内聚力断裂模型

Fig. 2 The irreversible linear decaying cohesive law

收敛问题,提高数值计算的鲁棒性。由于断裂过程消耗的能量不变,采用这种卸载路径的最终计算结果和采用 Camacho-Ortiz 模型的计算结果一致。断裂点的内聚应力  $\sigma_{\text{coh}}$  和裂纹的张开位移  $\delta_{\text{coh}}$  之间有关系

$$\sigma_{\text{coh}} = \begin{cases} \sigma_c(1 - \delta_{\text{coh}}/\delta_c) & \dot{\delta}_{\text{coh}} > 0, \delta_{\text{coh}} = \delta_{\text{max}}, D < 1.0 \\ \sigma_c(1 - \delta_{\text{max}}/\delta_c) & \delta_{\text{coh}} < \delta_{\text{max}}, D < 1.0 \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\sigma_c$  是断裂应力(即材料强度),  $\delta_c$  为完全断裂时的张开距离,  $\delta_{\text{max}}$  为内聚裂纹发展过程中的最大张开位移,  $D$  为质点开裂程度( $D=1.0$  表示质点处完全断裂), 定义

$$D = \min(\delta_{\text{max}}/\delta_c, 1.0) \quad (8)$$

当断裂点的张开位移达到  $\delta_c$  时, 内聚应力下降为零, 此时该点完全断裂。材料的断裂能  $G_c(X)$  为内聚力曲线下方的面积, 即

$$G_c(X) = \sigma_c(X) \delta_c(X) / 2 \quad (9)$$

如断裂点发生部分张开后, 由于邻近节点的卸载波作用而闭合, 则断裂点的耗散能由阴影部分的面积表示, 即为  $D^2 G_c$ 。采用内聚力断裂模型, 可以分析除了材料强度外, 断裂能参量对断裂的影响, 因此可以更准确地模拟动态拉伸断(碎)裂过程。

## 2 沿特征线的有限差分算法

采用特征线方法分析弹性应力波的传播过程。由方程(6a)得到 2 组特征线的方程

$$\frac{dX}{dt} = \pm \sqrt{E/\rho} = \pm c \quad (10)$$

式中: +、- 分别对应右行波和左行波。

沿这 2 簇特征线, 偏微分方程组转化为常微分方程

$$d(\mp cv + \sigma/\rho) / dX = 0$$

即

$$\sigma \mp \rho cv = \text{const} \quad (11)$$

式中: -、+ 分别对应沿右行特征线和左行特征线的相容关系。

如节点  $i$  发生断裂, 产生 2 个可分离节点, 记为  $i^-$  与  $i^+$ , 如图 3(a) 所示。节点对  $(i^-, i^+)$  构成一个内聚断裂点, 具有不连续的速度  $(v_i^-, v_i^+)$  和空间位置  $(x_i^-, x_i^+)$  以及内聚应力  $\sigma_i$  和裂纹张开位移  $\delta_i^{\text{coh}} = x_i^+ - x_i^-$ 。将沿左右特征线的相容条件(11)写成差分格式

$$\begin{cases} \sigma_i(t + \Delta t) - \sigma_{i-1}(t) = +\rho c [v_i^-(t + \Delta t) - v_{(i-1)^+}(t)] \\ \sigma_i(t + \Delta t) - \sigma_{i+1}(t) = -\rho c [v_i^+(t + \Delta t) - v_{(i+1)^-}(t)] \end{cases} \quad (12)$$

内聚断裂点的本构模型为

$$\sigma_i(t + \Delta t) = \sigma_{\text{coh}} [\delta_i^{\text{coh}}(t + \Delta t)] \quad (13)$$

内聚断裂点的张开位移为

$$\delta_i^{\text{coh}}(t + \Delta t) = \delta_i^{\text{coh}}(t) + \frac{\Delta t}{2} \{ [v_i^+(t + \Delta t) + v_i^+(t)] - [v_i^-(t + \Delta t) + v_i^-(t)] \} \quad (14)$$

联立式(12)~(14), 可求解出节点  $i$  在  $t + \Delta t$  时刻的 4 个未知量:  $\sigma_i(t + \Delta t)$ 、 $v_i^-(t + \Delta t)$ 、 $v_i^+(t + \Delta t)$  和  $\delta_i^{\text{coh}}(t + \Delta t)$ 。

在实际运算中, 为进一步加快计算效率, 首先判断裂纹在应力波作用下是沿着平台路径卸载还是沿断裂路径发展, 为此将方程(14)用平均速度和平均应力改写, 得到

$$\delta_i^{\text{coh}}(t + \Delta t) = \delta_i^{\text{coh}}(t) + \Delta t \left[ \bar{v}^+ - \bar{v}^- - \frac{\sigma_i(t + \Delta t) - \bar{\sigma}}{\rho c} \right] \quad (15)$$

其中:

$$\bar{v}^+ = \frac{v_{(i+1)^-}(t) + v_i^+(t)}{2}, \quad \bar{v}^- = \frac{v_{(i-1)^+}(t) + v_i^-(t)}{2}, \quad \bar{\sigma} = \frac{\sigma_{i-1}(t) + \sigma_{i+1}(t)}{2} \quad (16)$$

为已知量。联立式(12)、(15)和(16),得到

$$\frac{d\sigma_{coh}}{d\delta_i^{coh}} = -\frac{\rho c}{\Delta t} \quad (17)$$

如图 3(b)所示,  $t + \Delta t$  时刻断裂点的物理状态由斜率为  $-\rho c / \Delta t$  的直线簇与  $\delta_{coh} - \sigma_{coh}$  曲线(即内聚断裂点的本构曲线)的交点决定,具体位置取决于  $t$  时刻  $i$  节点以及 2 个相邻节点的状态量  $\bar{v}^+$ 、 $\bar{v}^-$  和  $\bar{\sigma}$ 。

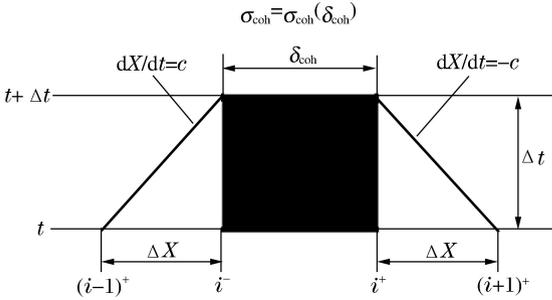


图 3(a) 内聚断裂点发生断裂时的特征线

Fig. 3(a) Numerical scheme for solving the state of an internal cohesive cracked point

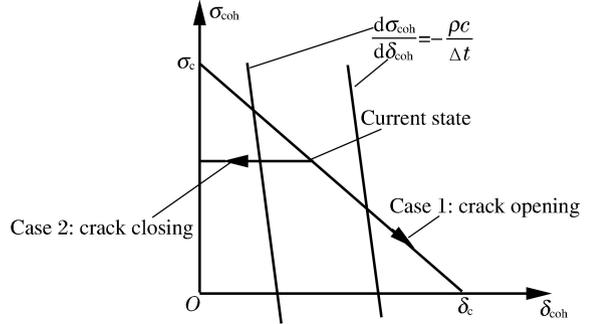


图 3(b) 应用斜率判断裂纹走势

Fig. 3(b) Determining the opening/closing behavior of the cohesive cracking point based on the slopes of cohesive law and the dynamic equation (17)

### 3 程序界面

采用 C++ 编写计算程序,编译生成可执行文件 ExpRing.exe,可模拟给定材料参数、应变率、缺陷特征及分布的圆环(或杆)的碎裂过程。输出文件记录计算结果,供进一步分析。图 4 为程序界面,具体使用方法参考说明文件<sup>[13]</sup>。

### 4 不同初始缺陷对碎裂过程的影响

采用 ExpRing 分析不同初始缺陷对碎裂过程的影响。考虑一个周长  $L = 50 \text{ mm}$  的陶瓷圆环,材料密度  $\rho = 2.75 \text{ t/m}^3$ ,弹性模量  $E = 275 \text{ GPa}$ ,弹性波速度  $c = 10 \text{ km/s}$ ,断裂强度  $\sigma_c = 300 \text{ MPa}$ ,断裂能  $G_c = 100 \text{ N/m}$ 。根据式(10)计算得到  $\delta_c = 2G_c / \sigma_c \approx 0.67 \mu\text{m}$ 。在 ExpRing 界面设定材料参数,并设置内置节点 49 999 个,将圆环分成 50 000 个计算区域。

#### 4.1 强度分布均匀的圆环的碎裂

首先考虑均质圆环的碎裂过程。为提供随机种子,假设圆环强度有很小、分布完全随机的扰动。随机扰动可以理解为极细小、分布完全随机的缺陷。由于扰动幅值微小,因此材料相当于均质材料。另一方面,由于这些扰动在空间分布完全随机,没有特殊的波长参与碎裂过程。具体设定强度  $\pm 0.3\%$ 、断裂能  $\pm 1\%$  的随机扰动,模拟圆环在  $\dot{\epsilon} = 10 \sim 5 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  范围内共计 18 种应变率下的碎裂过程,得到相应的平均碎片尺寸  $s$ 。图 5 给出了  $s$  随  $\dot{\epsilon}$  变化的双对数关系。

将该结果与 Grady 公式(1)<sup>[4]</sup>以及 Glenn-Chudnovsky(G-C)公式(2)<sup>[5]</sup>的理论值进行比较,可知  $s$



图 4 ExpRing 的应用界面

Fig. 4 The graphical user interface for ExpRing

随  $\dot{\epsilon}$  的变化趋势与 G-C 公式<sup>[5]</sup>一致,但具体数值存在明显不同,分 3 个阶段:

(1)在低应变率( $10 \sim 10^3 \text{ s}^{-1}$ )下,计算得到的  $s \approx 1.200 \text{ mm}$ ,约为 G-C 准静态碎裂尺寸( $2EG_c/\sigma_c^2 \approx 0.611 \text{ mm}$ )的 2 倍。

(2)在中应变率( $10^3 \sim 10^6 \text{ s}^{-1}$ )下, $s$  接近并跨越 G-C 曲线。

(3)在高应变率( $\geq 10^6 \text{ s}^{-1}$ )下,在双对数坐标系中, $s$  随  $\dot{\epsilon}$  的增大而线性减小, $s-\dot{\epsilon}$  曲线平行于 Grady 和 G-C 理论曲线(斜率为  $-2/3$ ),即存在缩比率  $s \propto \dot{\epsilon}^{-2/3}$ 。但具体碎片尺寸数值远小于 Grady 和 G-C 理论值,仅为 Grady 理论值的  $1/3$ 。图 5 所示结果与周风华等<sup>[11]</sup>得到的结果(约为 Grady 理论值的  $1/4$ )基本一致,仅在高应变率下,计算所得到的碎片平均尺寸略高。这是因为本文的计算模型中材料的初始强度具有很小范围( $\pm 0.3\%$ )的随机涨落,这种随机涨落造成每块碎片的尺寸分布更均匀,平均尺寸偏大。

以应变率为  $10 \text{ s}^{-1}$  时的计算结果为例,分析碎裂完成后各节点  $n_n$  的损伤分布,如图 6(a)所示。可见,除了完全断裂的节点( $D=1.0$ ),碎片中存在一定程度的损伤,由于相邻断裂节点的卸载作用,使部分开裂节点无法完全裂开。最终得到 42 个碎片,平均尺寸  $s=1190 \mu\text{m}$ 。统计碎片的长度以及碎片的中心位置,得到碎片位置分布,如图 6(b)所示。

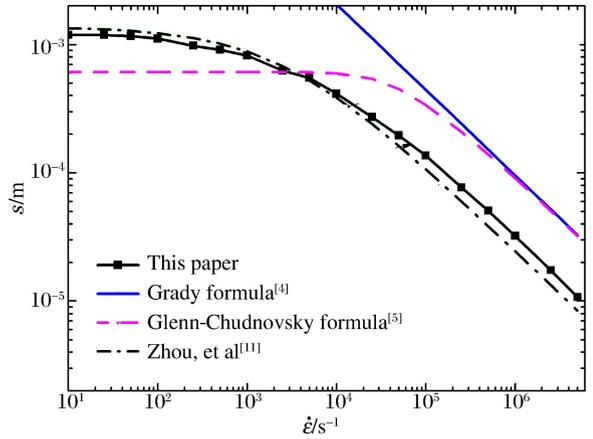


图 5 碎片平均尺寸与加载应变率的双对数关系  
Fig. 5 Average fragment size as a double-logarithmic function of strain rate

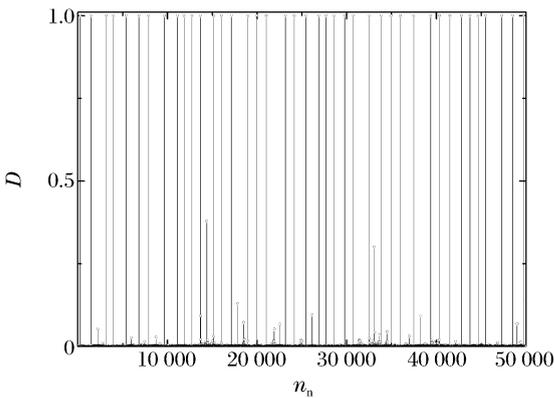


图 6(a) 应变率为  $10 \text{ s}^{-1}$  时沿圆周的损伤分布

Fig. 6(a) Damage distribution on the circumference of the ring fragmentized at the strain rate of  $10 \text{ s}^{-1}$

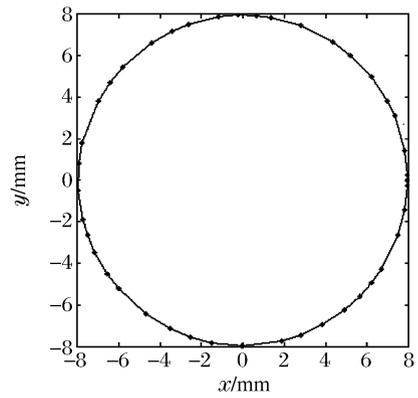


图 6(b) 碎片在圆环中的分布

Fig. 6(b) Distributions of fragments on the ring

## 4.2 具有等间距缺陷点的圆环的碎裂特征

较大的、有一定分布特征的缺陷将对材料的碎裂过程产生重大影响。为进一步分析缺陷对碎裂过程的影响,在上述均质模型中设置较大的缺陷点:缺陷点的强度为无缺陷材料强度的  $90\%$ ,总数为 200。因此,初始缺陷将封闭圆环分成 200 段,每段长  $0.25 \text{ mm}$ 。模拟该圆环在  $10 \sim 5 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  的应变率范围内的 18 种应变率下的碎裂过程。

### 4.2.1 等间距缺陷对碎片尺寸的影响

图 7 给出了有上述等间距缺陷点的圆环的平均碎片尺寸  $s$  与应变率  $\dot{\epsilon}$  之间的关系。与无缺陷均质圆环的  $s-\dot{\epsilon}$  曲线相比,存在等间距缺陷点时, $s-\dot{\epsilon}$  曲线上呈现 3 个明显的区域。

(1)准静态碎裂区:低应变率下,部分缺陷点发生完全断裂,碎片的个数少于缺陷的个数,并随应变

率的升高而缓慢增加,碎片尺寸大于缺陷间距。

(2)缺陷控制碎裂区:随着施加应变率的升高,所有的初始缺陷点均发生完全断裂,其他未弱化的节点则不断裂,碎片尺寸恰等于初始缺陷点的间距(0.25 mm)。

(3)高应变率碎裂区:更高的应变率下,不仅初始缺陷点均发生断裂,部分未弱化的节点也发生断裂,碎片尺寸随加载应变率的升高而迅速减小。

可见,等间距缺陷造成  $s-\dot{\epsilon}$  曲线的主要特征是:存在一个  $s =$  缺陷间距的平台。在这个平台上,碎裂过程完全由缺陷控制,称该碎裂过程为缺陷控制碎裂。发生缺陷控制碎裂的应变率范围与材料参数及缺陷间距有关。从图 7 可以看出,缺陷控制碎裂平台恰以无缺陷的  $s-\dot{\epsilon}$  曲线中  $s = 0.25$  mm 点为中心,前后应变率宽度大约 1 个数量级。

#### 4.2.2 强度相同、间距不同的等间距缺陷对碎裂过程的影响

以下研究具有不同分布特征的缺陷对碎裂过程的影响,首先考虑等间距点缺陷,缺陷点材料强度为无缺陷材料强度的 90%,周长为 50 mm 的圆环中缺陷点数分别为 10、50、100 和 200,缺陷间距分别为 5.00、1.00、0.50 和 0.25 mm。分析圆环在不同应变率下的碎裂过程,得到相应的  $s-\dot{\epsilon}$  曲线,见图 8(a)。

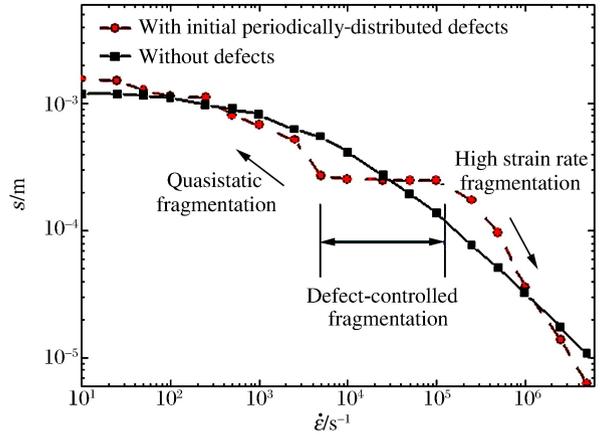


图 7 均质圆环和有周期分布缺陷点的圆环的平均碎片尺寸随应变率的变化

Fig. 7 Average fragment size as a function of strain rate for the rings with and without initial periodically-distributed defects

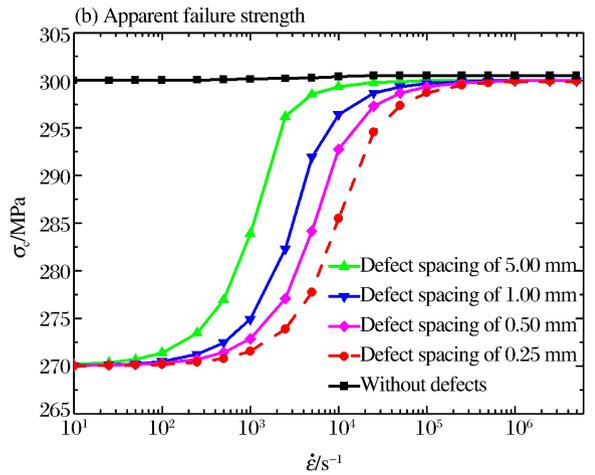
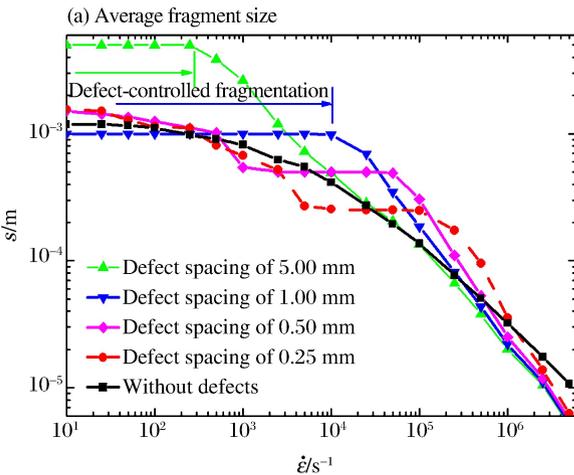


图 8 具有不同间距、强度为无缺陷材料强度 90% 的周期分布缺陷的圆环的碎裂特征  
Fig. 8 Fragmentation features of the rings with initial differently-spaced defects whose failure strength equal to 90% of no-defect material strength

由图 8(a)可以看出:

(1)对于任何一种间距的缺陷,都存在一个缺陷控制碎裂区域,在此区域所形成的碎片个数与初始缺陷点个数一致。缺陷控制碎裂区域所对应的应变率范围取决于缺陷间距,随着初始缺陷间距的减小(缺陷点个数增加),缺陷控制碎裂区域向右方移动。

(2)在更低的应变率下,初始缺陷点的个数(间距)不同导致准静态碎裂区产生的碎片个数不同。如果缺陷点的间距大于无损伤材料的准静态碎片尺寸( $4EG_c/\sigma_c^2 \approx 1.20$  mm),则缺陷控制碎裂区与准静态碎裂区重合,如图 8(a)中缺陷间距为 5.00 和 1.00 mm 的情形所示。

(3)在更高的应变率下,随着加载应变率的升高,产生的碎片个数迅速增加,碎片尺寸减小。碎片尺寸随应变率的升高而减小的速度比无缺陷情况的快,近似地存在缩比率  $s \propto \dot{\epsilon}^{-n}$ ,  $n > 2/3$ 。

数值模拟同时给出圆环各点的应力时程曲线,取应力平均值,其时程曲线的峰值即为圆环表观失效强度。图 8(b)给出了具有不同特征缺陷的圆环在不同应变率下的表观失效强度。可以看出,如果存在缺陷,则材料表观强度呈现明显的应变率硬化效应:在准静态加载区,材料强度由最弱缺陷(270 MPa)控制;在高应变率加载区,材料强度等于整体平均强度(300 MPa)。随着应变率从准静态向高应变率变化,材料表观强度从最弱点强度向整体平均强度转变。具有不同分布特征的缺陷的材料表观强度发生快速转变的应变率范围与图 8(a)所示的缺陷控制碎裂的应变率平台范围定性一致。

#### 4.2.3 相同间距、弱化程度不同的缺陷对碎裂过程的影响

固定地取 50 个间距为 1 mm 的缺陷点,强度分别为无缺陷材料强度的 90%、75%和 50%。图 9 给出了平均碎片尺寸和表观失效强度随应变率的变化关系。

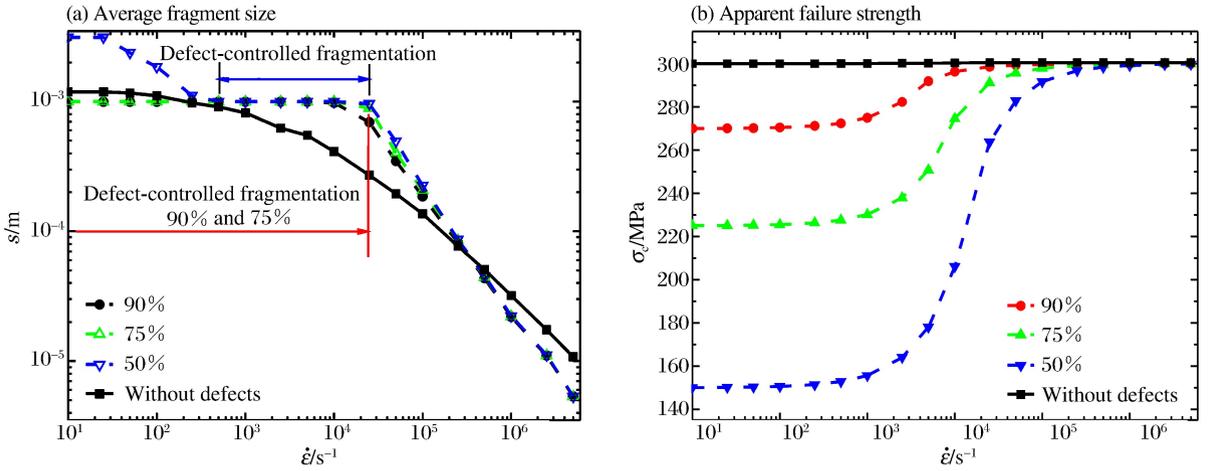


图 9 具有间距相同、弱化程度不同的缺陷的圆环的碎裂特征

Fig. 9 Fragmentation features of the rings with initial equally-spaced defects that are weakened differently

从图 9 可以看出:

(1)不论弱化程度如何,  $s-\dot{\epsilon}$  曲线上始终存在一个缺陷控制碎裂区域,在此区域形成 50 个尺寸为 1 mm 的碎片;弱化程度不同的缺陷所对应的缺陷控制碎裂区以及高应变率碎裂区几乎重合。

(2)准静态碎裂区域的碎片尺寸不一样。原因在于,在准静态碎裂区,材料的准静态碎片尺寸与动态断裂强度有关,如果材料的表观断裂强度降低,相应的准静态碎片尺寸  $4EG_c/\sigma_c^2$  将变大,这将改变碎片尺寸曲线。

(3)与无缺陷材料相比,含有初始缺陷的圆环的表观强度呈现明显的应变率硬化特征。缺陷弱化程度越高,材料的准静态强度(最弱点强度)越低。

#### 4.2.4 具有等间距缺陷的圆环的高应变率碎裂过程

为了便于清晰地观察碎裂的具体过程,具体研究初始缺陷为 10 个(间距为 5.00 mm)、缺陷弱化后的材料强度为无缺陷材料强度的 90%、应变率为  $10^4 \text{ s}^{-1}$  的圆环的碎裂情形。由图 8(a)可知,此时圆环处于高应变率碎裂区域。

图 10(a)给出了碎片个数  $n_f$  随加载时间的变化过程,可见,圆环的断裂首先发生在缺陷区域,在加载后  $0.15 \mu\text{s}$ ,所有的缺陷点都发生断裂,碎片个数为 10。由于圆环结构还含有大量残余动能,初期碎片将进一步断裂,形成更多的碎片。

图 10(b)给出了加载后  $t_1 = 0.15 \mu\text{s}$  的损伤分布,此时缺陷点接近但尚未完全断开,圆环保持完整。

图 10(c)给出了碎裂过程完全结束后 ( $t_2 = 0.80 \mu\text{s}$ ),沿圆环周长的损伤分布,从此图可见,间距为 5.00 mm 的缺陷之间,大量的损伤和断裂点进一步产生,缺陷之间的碎片进一步碎裂。在缺陷之间,损伤即断裂点的分布呈现边缘稀少中间密集的特征,如 20~25 mm 局部放大的图 10(d)所示。

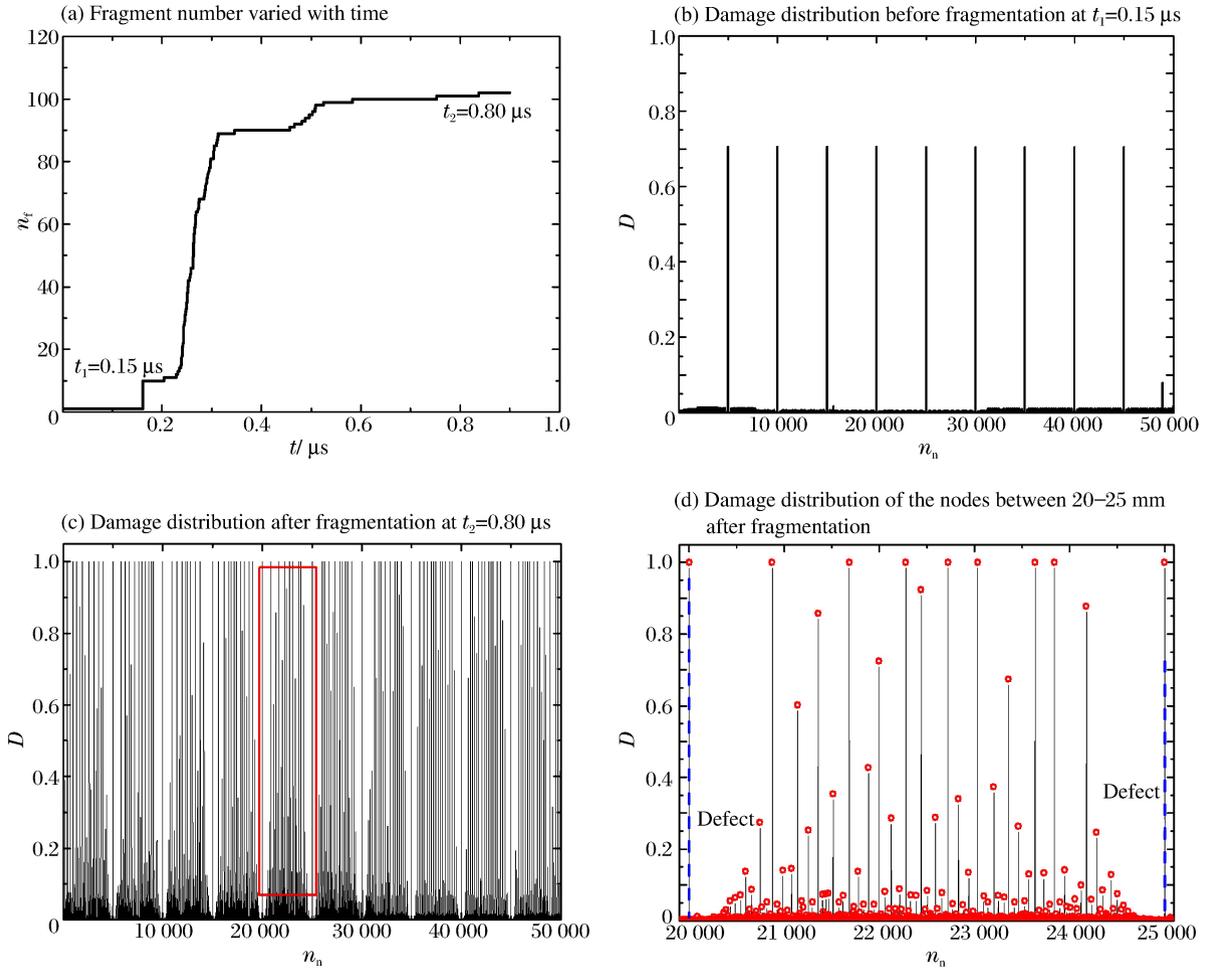


图 10 缺陷间距为 5.00 mm、缺陷点材料强度为无缺陷材料强度的 90% 的圆环在  $10^4 \text{ s}^{-1}$  应变率下的碎裂过程

Fig. 10 Fragmentation process of a ring with 5.00-mm-spaced defects whose failure strength equal to 90% of no-defect material strength under tensile strain rate  $10^4 \text{ s}^{-1}$

### 4.3 具有正弦形式分布的缺陷点的杆的碎裂

实际加工过程中,在圆环或者杆上形成的缺陷未必是点缺陷,而可能是周期性分布缺陷。采用正弦函数描述材料强度的空间分布,分析具有这种周期性强度分布的圆环的碎裂特征。

具体设置如下几种情形的正弦形式分布的缺陷弱化:弱化后强度为无缺陷材料强度的 90%、75% 和 50%,正弦波周期数为 10、50、100 和 200。利用 ExpRing 软件,模拟在  $10 \sim 5 \times 10^6 \text{ s}^{-1}$  的应变率范围内的 18 种应变率下的圆环碎裂过程。取弱化后强度为无缺陷材料强度的 90% 时的碎裂数据进行分析,得到的  $s-\dot{\epsilon}$  曲线如图 11(a) 所示,失效强度的变化规律如图 11(b) 所示。

与图 8(a)、(b) 相比可知,存在正弦形式分布的缺陷的圆环,平均碎片尺寸以及失效强度随应变率变化的规律与点缺陷情形的基本一致。可以推测,强度具有正弦分布时,控制碎裂过程的关键因素依然是最弱缺陷点,其他弱化点仅起辅助作用。在细节上,正弦缺陷导致损伤控制碎裂的平台不那么完整,可能呈现小的阶梯;此外,在同等应变率下,正弦缺陷的高应变率失效强度比点缺陷的失效强度大,表明相邻的、弱化程度低的弱化点会影响最弱缺陷点的断裂。

具有其他特征分布(如双周期分布)和强度的缺陷,无疑会影响圆环的碎裂过程,改变碎裂结果的特征变量。由于问题的复杂性和多样性,最终结果难以通过简单的图表定量描述清楚,但是通过本文中提供的 ExpRing 工具,可以在个人计算机上模拟各种碎裂情况,并根据模拟结果得到定量结论<sup>[13]</sup>。

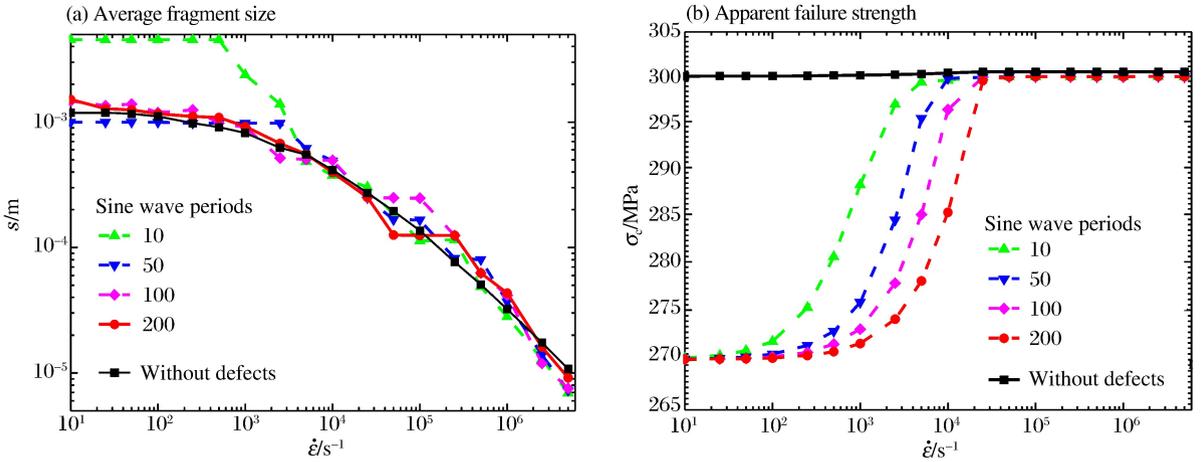


图 11 具有强度为无缺陷材料强度的 90% 的不同正弦形式分布的缺陷的圆环的碎裂特征  
 Fig. 11 Fragmentation features of the rings with different sinusously-distributed defects whose failure strength equal to 90% of no-defect material strength

### 5 结 论

具有不同形式的初始缺陷时,脆性材料的碎裂过程变得复杂。由于缺陷的存在,碎裂过程、碎片平均尺寸以及失效强度均有明显变化。本文中提供了一个模拟脆性材料一维拉伸碎裂过程的实用工具 ExpRing。采用这个工具模拟了含有不同形式的缺陷的圆环的碎裂过程,得出以下结论:

(1)与无缺陷均质圆环的碎裂过程相比,缺陷的存在将平均碎片尺寸随应变率变化的  $s-\dot{\epsilon}$  曲线分为 3 个区域:准静态碎裂区、缺陷控制碎裂区和高应变率碎裂区。随着缺陷的增多(间距缩短),缺陷控制碎裂区在应变率轴上向右移动。随着缺陷个数的减少(间距加大),缺陷控制碎裂区左移,并可能与准静态碎裂区重合。

(2)存在缺陷时,在高应变率碎裂区,碎片平均尺寸随应变率的升高而减小的速率会增大。碎片平均尺寸与应变率的缩比关系将超过  $-2/3$  幂次,即  $s \propto \dot{\epsilon}^{-n}$ ,  $n > 2/3$ 。推测在高应变率加载时,缺陷能促使脆性材料裂纹发展。

(3)存在缺陷的圆环的碎裂首先发生在缺陷点的位置。在缺陷控制碎裂区由于加载应变率不够高,在初始形成的碎片中不会再形成新的碎片,缺陷点个数控制碎片的个数;在高应变率碎裂区域,加载应变率足够高,在初始碎片中还会再次形成新的碎片。

(4)脆性材料中存在缺陷时,其表观强度表现出应变率硬化的现象。在准静态加载区,材料的表观失效强度由最弱缺陷控制,在高应变率加载区域,由材料本身的整体平均强度控制。

(5)含有正弦形式分布的缺陷的圆环,其碎裂过程与含有缺陷点的圆环的碎裂过程大致相同,说明正弦形式分布的缺陷控制碎裂时主要由其中的最弱缺陷点控制。

具有更复杂的缺陷分布模型的圆环的碎裂过程,可以通过使用本文中提供的工具 ExpRing 进行具体分析,得到定量结果。

### 参考文献:

[1] Weibull W. A statistical distribution function of wide applicability[J]. Journal of Applied Mechanics, 1951,18:293-297.  
 [2] Denoual C, Hild F. A damage model for the dynamic fragmentation of brittle solids[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2000,183(3/4):247-258.  
 [3] Hild F, Denoual C, Forquin P, et al. On the probabilistic-deterministic transition involved in a fragmentation process of brittle materials[J]. Computers and Structures, 2003,81(12):1241-1253.  
 [4] Grady D E. Local inertial effects in dynamic fragmentation[J]. Journal of Applied Physics, 1982,53(1):322-325.

- [5] Glenn L A, Chudnovsky A. Strain-energy effects on dynamic fragmentation[J]. *Journal of Applied Physics*, 1986, 59(4):1379-1380.
- [6] Miller O, Freund L B, Needleman A. Modeling and simulation of dynamic fragmentation in brittle materials[J]. *International Journal of Fracture*, 1999, 96(2):101-125.
- [7] Drugan W J. Dynamic fragmentation of brittle materials: Analytical mechanics-based models[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 2001, 49(6):1181-1208.
- [8] Shenoy V B, Kim K S. Disorder effects in dynamic fragmentation of brittle materials[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 2003, 51(11/12):2023-2035.
- [9] Zhou F H, Molinari J F, Ramesh K T. A cohesive-model based fragmentation analysis: Effects of strain rate and initial defects distribution[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42(18/19):5181-5207.
- [10] Zhou F H, Molinari J F, Ramesh K T. Effects of material properties on the fragmentation of brittle materials[J]. *International Journal of Fracture*, 2006, 139(2):169-196.
- [11] 周风华, 王永刚. 影响冲击载荷下脆性材料碎片尺度的因素[J]. *爆炸与冲击*, 2008, 28(4):298-303.  
Zhou Feng-hua, Wang Yong-guang. Factors controlling sizes of brittle fragments due to impact loadings[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2008, 28(4):298-303.
- [12] Camacho G T, Ortiz M. Computational modeling of impact damage in brittle materials[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1996, 33(20/21/22):2899-2938.
- [13] Zhou Feng-hua, Duan Zhong. ExpRing: A tool to simulate the fragment of brittle materials[CP/OL]. [2011-09-29]. <http://ishare.iask.sina.com.cn/f/19452454.html>.

## Effects of defects on fragmentation processes of brittle materials\*

Duan Zhong, Zhou Feng-hua

(Faculty of Mechanical Engineering and Mechanics, Ningbo University,  
Ningbo 315211, Zhejiang, China)

**Abstract:** The method of characteristics was used to analyze the stress wave propagations in the brittle materials. The random nucleation and the growth of the cracks in the brittle materials were described by using the cohesive fracture model. A practical simulation tool, ExpRing was developed for simulating the fracture and fragmentation in an expanding brittle ring. The ExpRing code was briefly explained. By using this code, the fragmentations of the rings with different intrinsic defects were simulated. The calculation results show: (1) within a certain strain-rate range, the equally-spaced point defects will control the final fracture sites and the fragment sizes and it can induce a defect-controlled-fragmentation (DCF) platform in the relation curve between the fragment size and the strain rate; (2) the spacing and the magnitude of the defects will alter the width and the location of the DCF platform; (3) the strength of the brittle materials with initial defects exhibit an apparent strain-rate effect. And further study displays that the materials with sinuously-distributed defects exhibit similar fragmentation behaviors to the materials with equally-spaced point defects.

**Key words:** solid mechanics; defect-controlled fragmentation (DCF); method of characteristics; brittle materials; cohesive fracture model; fragmentation; intrinsic defect

\* Received 13 October 2011; Revised 28 October 2011

Supported by the National Natural Science Foundation of China (10572066, 10972108)

Corresponding author: Zhou Feng-hua, fzhou@nbu.edu.cn