文章编号:1001-1455(2013)03-0269-06

铝蜂窝异面压缩的扩胞等效方法

王中钢1,2,姚 松1,2

(1.中南大学轨道交通安全教育部重点实验室,湖南长沙 410075;2.中南大学交通运输工程学院,湖南长沙 410075)

摘要:基于铅蜂窝表观密度、质量、平台强度、异面弹性模量、压缩率、吸能量 6 个基本力学量,建立了正 六边形铅蜂窝等效前后胞元厚跨比(胞壁厚度与跨度的比)间的映射关系,得到相同厚跨比蜂窝结构具有相同 的力学属性与吸能特性。采用以大换小的扩胞途径,保持胞元厚跨比不变,通过改变蜂窝胞元结构几何参数, 提出了将致密孔格稀疏化的蜂窝扩胞等效分析流程,实现了致密蜂窝数值模拟时单元规模与计算时间的有 效减缩。基于显式有限元方法,建立了 8 种等间距扩胞铅蜂窝求解模型,结果验证了扩胞等效方法的可行性。 等效前后计算效率的对比分析显示了扩胞方法的高效性。但在异面方向尺度与胞元跨度相近时,扩胞等效方 法受到一定的局限。

关键词:固体力学;等效方法;扩胞;铝蜂窝;异面压缩 **中图分类号:**O342;TB303 **国标学科代码:**1301565 **文献标志码:**A

铝蜂窝是优良的缓冲吸能材料,因质量轻、吸能性能好,已被广泛应用于航空、汽车、高速铁路、爆炸 工程防护、包装等领域。作为防护工程的核心元件之一,铝蜂窝的研究与开发中,都与数值模拟密切相 关。如直接建立蜂窝的全尺度模型,则计算工作量巨大,消耗大量的计算机资源。近年来,随着模拟技 术的不断进步,逐渐发展的蜂窝胞体模型^[1-2]将蜂窝模型化为实体单元,并赋以实体单元真实的蜂窝属 性。对于每种规格的蜂窝产品,该方法均需进行系统全面的实验,才能准确确定其实体参数,这样研究 成本大大增加,因此等效计算方法成为了热点。梁森等^[3]、赵剑等^[4]和王飞等^[5]探讨了蜂窝弹性模量的 等效计算;刘叶花等^[6]研究了铝蜂窝胞元结构参数对其宏观等效表征性能的影响;夏利娟等^[7]实现了卫 星结构蜂窝夹层板的等效计算;牛斌等^[8]分析了正交各向异性 Kagome 蜂窝材料宏观等效力学性能;张 卫红等^[9]对周期性多孔材料等效剪切模量与尺寸效应进行了研究。他们均对蜂窝结构力学特性进行等 效表征,而工程中遇到的问题主要是数值模拟时的巨大单元规模和求解过程所需的超长时间,因此,探 寻行之有效的等效计算方法意义重大。

1 铝蜂窝结构特点及性能表征

铝蜂窝是典型的正交各向异性材料,在共面加载与异面加载时力学性能差异明显^[10-11]。六边形蜂窝通常可用铝箔厚度t、铝箔长度l、铝箔高度h和蜂窝胞壁内夹角 θ 表征,结构形式如图 1 所示。规则商用蜂窝结构满足 $h=l,\theta=\pi/3$ 。同时,受生产工艺的影响,延展而来的蜂窝通常在胞元的 6



Fig. 1 Structure of commercial honeycomb

* 收稿日期: 2012-03-01; 修回日期: 2012-07-06

基金项目:国家自然科学基金项目(51275532);中央高校基本科研业务费专项资金项目(2012zzts015); 博士研究生学术新人奖项目;湖南省科技计划项目(2011RS4062)

作者简介:王中钢(1984—),男,博士研究生。

个边长中有2个双倍壁厚的边。本文中研究对象为该类工程商用蜂窝产品。

表征蜂窝结构的性能参数包括力学指标与能量指标^[12]。主要表征量有 3 个,分别为:

(1)峰值载荷 F_{peak},指蜂窝初始破坏所需的载荷,一般是载荷时程曲线中的初始峰值。

(2)平台均载 *F*_{mean},指蜂窝平台区平均载荷。由于蜂窝结构平台区段载荷比较稳定^[10-11],本文中平台载荷取蜂窝 *T* 方向压缩至 33%~66%对应的平均载荷,作为该蜂窝的平台载荷。

(3)吸能量 W。不同密实程度的蜂窝总吸量不同。直接将密实段的应变作为位移终点,比较结果 并不在同一基准线上得到。本文中铝蜂窝结构吸能量是指从初始撞击时刻至结构初始密实时刻为止, 铝蜂窝所吸收的能量。

对比不同结构参数间吸能特性需采用比值量,以避免体积量的引入对结果带来附加影响,上述 3 个量分别对应平面强度 σ_{peak} 、平台强度 σ_{mean} 和比吸能 $W_{s,o}$

2 蜂窝扩胞等效关系的建立及实现

2.1 等效关系建立

表观密度、质量、载荷、模量、压缩率、吸能量是结构间等效的基础。定义蜂窝孔壁的厚跨比 $\eta = t/h$,由 L.J.Gibson 等^[10]给出的蜂窝密度的表达式可知,等效前后蜂窝密度 ρ_1^* 和 ρ_2^* 需满足 $\rho_1^* = 8\rho_s\eta_1/(3\sqrt{3}), \rho_2^* = 8\rho_s\eta_2/(3\sqrt{3}),$ 由此可得:

$$\rho_1^* / \rho_2^* = \eta_1 / \eta_2 \tag{1}$$

式中: ρ_s 为构造蜂窝的基材的密度。对W、L、T方向的尺寸分别为 a_W 、 a_L 、 a_T 的单蜂窝芯块,假定其表面积大到足以包容足够多的大、小胞元,且等效前后面积相等,等效前后胞元参数分别为 t_1 、 h_1 、 t_2 、 h_2 ,则等效前后蜂窝质量 m_1 和 m_2 可分别表示为 $m_1 = \rho_1^* A_1 a_{T_1}, m_2 = \rho_2^* A_2 a_{T_2}$,可得:

$$m_1/m_2 = \eta_1/\eta_2 \tag{2}$$

所需要的塑性坍塌载荷 σ_{pl}^* ,可由经验公式 $\sigma_{pl}^* \approx 6.6 \sigma_s \eta^{5/3}$ 得到^[10],其中 σ_s 为蜂窝基材的屈服强度。同理,可得等效前后蜂窝的塑性坍塌载荷 $\sigma_{pl}^* 与 \sigma_{p2}^*$ 将满足:

$$\sigma_{\rm pl_1}^* / \sigma_{\rm pl_2}^* \approx (\eta_1 / \eta_2)^{5/3}$$
 (3)

根据蜂窝异面模量 $E^* = 2\eta E_0 / [(1 + \sin\theta)\cos\theta], E_0$ 为基体材质的弹性模量,可推得等效前后异面 模量 E_1^* 和 E_2^* 间的相互关系:

$$E_1^* / E_2^* = \eta_1 / \eta_2 \tag{4}$$

考察单块蜂窝的异面压缩,G.X.Lu 等^[11]给出的压实应变 $\epsilon_D = 5.2\eta/[2\cos\theta(1+\sin\theta)]$ 。同理,可得 等效前后压缩率 γ_1 和 γ_2 满足:

$$\gamma_1/\gamma_2 = \eta_1/\eta_2 \tag{5}$$

基于式(3)、(5),可得到动态应力 $\sigma(\varepsilon)$ 关于应变增量 de 积分的能量表达式 $W = \int_{0}^{\epsilon_{d}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon = \sigma_{mean} \varepsilon_{D}$, 其中 ε_{d} 为动态的压缩应变。将 σ_{mean} 按 σ_{n}^{*} 考虑,则有:

$$W_1/W_2 = (\eta_1/\eta_2)^{8/3} \tag{6}$$

根据式(1)~(6)可知,蜂窝的力学属性与能量特性直接与胞元厚跨比相关,具有相同厚跨比的蜂窝 结构具有相同的力学属性与吸能特性,可直接等效处理。

2.2 等效方法实现

蜂窝的扩胞等效主要通过控制 η 实现,具体体现在等效后蜂窝胞壁长度的优化上。在 a_W 与 a_L 给定的情况下,需同时匹配 W 和 L 方向的胞元数。设 W 方向和 L 方向的胞元数分别为 N_W 和 N_L ,忽略胞间胶量厚度,由几何关系可知,等效后的铝蜂窝需在 W 方向上满足 $h_2 = a_W/(2N_W \cos\theta)$,同时还需在 L 方向满足协调条件 $h_2 = a_L/[(1+\sin\theta)N_L]$ 。

等效后的胞元边长的最优值即由 N_w 和 N_L 的优化组合确定,其总体目标是在 h₂ 尽可能大的情况 下,使等效前后承载面积差满足误差限要求。选配流程如图 2 所示。初次预选的 N_w 和 N_L 应使 h₂ 尽 可能大,进入循环后判定前后次 N_w 和 N_L 引起的面积误差是否满足误差限要求,如不满足,则向 h_2 减小的方向重新设定 N_w 和 N_L ,直到面积差满足误差限为止。在胞元边长确定的情况下,等效后的蜂窝 胞壁厚可由 $t_2 = t_1 h_2 / h_1$ 确定。等效示意图如图 3 所示。









3 等效关系验证

3.1 有限元模型

采用显式动力学求解软件包 DYNA3D 对扩胞前后结构进行数 值验证。运用 Belytschko-Tsay 薄板单元构建胞壁离散模型,结构 整体网格控制均采用同一尺度,确保每一个屈曲行为均能被捕捉。 离散精度对结果的影响已预先滤除。离散模型与边界条件如图 4 所 示。胞元基材为铝 5052H18,密度 $\rho=2$ 680 kg/m³,弹性模量 E= 69.3 GPa,泊松比 $\nu=0.33$,屈服强度 $\sigma_s=215$ MPa。现有实验结果 表明,蜂窝胞壁在承受低速冲击过程中,胞间粘合胶剂具备足够的强 度,不会引起双倍胞壁间的撕裂,因此,建模时可不考虑胞间粘合胶 剂。为了减少计算工作量,所有模拟均采用双刚性墙模式,底端固定 刚性墙为刚性边界,顶端刚性墙以恒定 5 m/s 的速度加载,总压缩时



图 4 数值模型与边界条件 Fig. 4 Numerical model and boundary condition

间为13.5 ms。为了防止胞间穿透,选用自动单面接触算法,摩擦因子为0.20。

3.2 等效模型及结果

等效验证初始选用 t=0.06 mm、h=2 mm 的蜂窝,分别将其胞元边长 h 扩胞至 1~8 倍,比较数值 模拟结果,考察不同扩胞倍数 n 下各蜂窝结构的力学性能与吸能特性。各扩胞后蜂窝外观如图 5 所示。

表1给出了不同扩胞倍数下 蜂窝L、W、T方向的总体尺寸及 对应离散模型的单元总数N。 由表1可知,离散模型的单元总 数随h的增大急剧增加,在h= 2mm时,约80mm×80mm× 80mm蜂窝芯块的单元数便达到 了228万余。为方便比较,力学 表征量中仅给出了平面强度与平 台强度,峰值载荷与平台均载可 由承载面积换算得到。本文中总 计算时间是指动态冲击过程结束



图 5 不问序时比蚌两侯望 Fig. 5 Models of different thickness and length

时计算机消耗的时间。除 t=0.06 mm、h=l=2 mm 的确因单元数目巨大,在 16 个 CPU 的超级计算 机群中完成,其余 7 种模拟工作均在相同配置及相同操作系统的 PC 机上进行,且均为双核计算模式。 各次等效计算的载荷曲线和吸能量曲线如图 6 所示。

表 1 不同扩胞情况的数值模拟结果

Table 1 Simulated results at different magnifications of a cell

п	t/mm	h/mm	a_L/mm	a_W/mm	a_T/mm	N	$\sigma_{ m peak}/{ m MPa}$	$\sigma_{\rm mean}/{\rm MPa}$	$W_{\rm s}/({\rm kJ} \cdot {\rm kg}^{-1})$	$T_{\rm ite}/{ m s}$
1	0.06	2	76	79.67	80	2 283 520	10.35	4.07	25.76	2 131 688
2	0.12	4	80	83.14	80	319 360	9.90	4.10	25.49	182 602
3	0.18	6	84	83.14	80	102 384	10.52	4.05	25.05	35 771
4	0.24	8	88	83.14	80	45 440	10.51	4.10	24.33	10 473
5	0.30	10	80	86.60	80	22 528	10.52	4.02	23.59	4 175
6	0.36	12	96	83.14	80	15 336	10.78	3.86	22.97	1 673
7	0.42	14	70	72.75	80	6 440	10.65	3.88	22.45	503
8	0.48	16	80	83.14	80	5 600	10.65	3.88	22.48	431



图 0 氧何曲线相吸能曲线



3.3 分析与讨论

由表1可知,扩胞前后各铝蜂窝的平面强度、平台强度非常接近,比吸能也总体相差不大,说明相同 厚跨比的蜂窝结构具有相同的力学性能与吸能特性。这验证了理论推导的正确性,且计算总时间锐减, 体现出扩胞的经济性。比强度曲线直观展现了各次扩胞结果间力学特性的完好近似(见图7)。

从图 6 可以看出,除扩胞 7 倍后的蜂窝承载载荷、吸能结果与其他扩胞结果相差稍大,其余的结果 均相当接近。产生这一现象的原因主要是扩胞 7 倍后承载面积明显小于其他几种扩胞情况,由此可知, 合理准确地匹配等效前后的承载面积是提高等效精度的最有效途径。以 8 种计算结果中峰值载荷、平 台均载、比吸能的单项最大值作为参考值,其余模拟结果相对该单项值的最大误差分别为:峰值载荷 8.16%、平台均载 5.85%、比吸能 12.85%。在数值模拟允许的误差范围内,该结果是可以接受的,但其 计算时间却大大缩短,计算效率呈指数次提高,最大迭代时间是最小的近 4 900 倍。对作为辅助吸能元 件设计的组合计算,扩胞等效完全可行且非常高效。

图 8 为 8 倍扩胞模型的载荷曲线与初始模型的对比。由图 8 可知,在压缩过程中,8 倍扩胞模型的 平台区段比 1 倍的波动更明显,产生这个现象的原因主要在于,异面压缩时孔壁按波长 λ 渐近地折叠, 而该波长通常约等于孔壁边长 h。因此在等效处理过程中,h 增大,必然引起屈曲波长的变化而出现载 荷波动的情况。在 a_T 远大于 h 时,对蜂窝整体力学特性与能量特性影响不大,但当 a_T 仅略大于 h 时, 可能出现极不完整的压缩周期,扩胞的等效结果必然产生较大偏差。为避免这种情况,往往需要蜂窝结 构在 T 方向做几何改变。因而在 T 方向尺度较小时,扩胞等效法受到一定的局限。





Fig. 8 Comparison between force-time curves before and after magnification eight times

4 结 论

(1)基于表观密度、质量、载荷、模量、压缩率、吸能量建立的蜂窝等效前后胞元厚跨比间的映射关系 表明:具有相同厚跨比的蜂窝结构在理论上具有相同的力学属性与吸能特性。

(2)采用以大换小的扩胞方法,通过改变蜂窝胞元结构几何参数配比关系,提出了蜂窝扩胞等效分 析流程,实现了致密孔格稀疏化,使蜂窝数值求解的单元规模有效减缩。

(3)扩胞模型的显式有限元模拟验证了扩胞等效方法的可行性,误差结果在可接受范围内,且计算 时间大大缩短。对作为辅助吸能元件设计的组合计算,扩胞等效完全可行且非常高效。

(4)随着 h 增大,对应的每个屈曲波的波长相应地增加,在 T 方向尺度较小时,扩胞等效方法受到 一定的局限。

参考文献:

- [1] Aktay L, Johnson A F, Kroplin B H. Numerical modeling of honeycomb core crush behavior[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008,75(9):2616-2630.
- [2] Eskandarian A, Marzougui D, Bedewi N E. Finite element model and validation of a surrogate crash test vehicle for impacts with roadside objects[J]. International Journal of Crashworthines, 1997,2(3):239-258.
- [3] 梁森,陈花玲,陈天宁,等.蜂窝夹芯结构面内等效弹性参数的分析研究[J]. 航空材料学报,2004,23(3):26-31.
 Liang Sen, Chen Hua-ling, Chen Tian-ning, et al. Analytical study of the equivalent elastic parameters for a honey-comb core[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2004,23(3):26-31.
- [4] 赵剑,谢宗蕻,安学峰,等.蜂窝芯体材料面外等效弹性模量预测与分析[J].航空材料学报,2008,28(4):94-100.
 Zhao Jian, Xie Zong-hong, An Xue-feng, et al. Prediction and analysis of equivalent out-of-plane modulus of honey-comb core materials[J]. Journal of Aeronautical Materials, 2008,28(4):94-100.
- [5] 王飞,庄守兵,虞吉林.用均匀化理论分析蜂窝结构的等效弹性参数[J].力学学报,2002,34(6):914-923.
 Wang Fei, Zhuang Shou-bing, Yu Ji-lin. Application of homogenization FEM to the equivalent elastic constants of honeycomb structures[J]. Acta Mechanica Sinica, 2002,34(6):914-923.
- [6] 刘叶花,谢桂兰,曹尉南,等. 铝蜂窝胞元结构参数对其宏观等效表征性能的影响[J]. 材料工程,2011,75(11):29-34.

Liu Ye-hua, Xie Gui-lan, Cao Wei-nan, et al. Effects of aluminum honeycomb cell structural parameters on its macro-equivalent characteristic properties[J]. Journal of Materials Engineering, 2011,75(11):29-34.

[7] 夏利娟,金咸定,汪庠宝.卫星结构蜂窝夹层板的等效计算[J].上海交通大学学报,2003,37(7):999-1001.
 Xia Li-juan, Jin Xian-ding, Wang Yang-bao. Equivalent analysis of honeycomb sandwich plates for satellite structure[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2003,37(7):999-1001.

- [8] 牛斌,王博,徐胜利.正交各向异性 Kagome 蜂窝材料宏观等效力学性能[J].固体力学学报,2009,30(6):600-608. Niu Bin, Wang Bo, Xu Sheng-li. Effective mechanical properties of orthotropic Kagome honeycomb materials[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2009,30(6):600-608.
- [9] 张卫红,骆金威,戴高明,等.周期性多孔材料等效剪切模量与尺寸效应研究[J].力学学报,2011,43(1):144-152. Zhang Wei-hong, Luo Jin-wei, Dai Gao-ming, et al. Numerical predictions of effective shear modulus and size effect for periodic cellular materials[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2011,43(1):144-152.
- [10] Gibson L J, Ashby M F. Cellular solids: Structures and properties [M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1997:268-278.
- [11] Lu G X, Yu T X. Energy absorption of structures and materials[M]. Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2003.268-278.
- [12] 宋宏伟,范子杰,虞钢.几类典型耐撞性结构吸能性能的比较[C]//中国汽车工程学会.汽车安全技术.北京:人民 交通出版社,2004:44-49.

An equivalent method to cell magnification of aluminum honeycomb under out-of-plane compression*

Wang Zhong-gang^{1,2}, Yao Song^{1,2}

 Key Laboratory of Traffic Safety on Track, Ministry of Education, Central South University, Changsha 410075, Hunan, China;
 School of Traffic & Transportation Engineering, Central South University, Changsha 410075, Hunan, China)

Abstract: Based on the six basic parameters including apparent density, mass, plateau load, out-ofplane elastic modulus, compression ratio and energy absorption, the mapping relations were developed between the thickness-length ratios of the hexagonal aluminum honeycomb cells before and after magnification. The developed mapping relations display that the cellular structures with the same thickness-length ratios have the same mechanical and energy-absorbing properties. By magnifying the cell geometric configurations in length but keeping the same thickness-length ratios at the same times, a new analysis process was put forward for the equivalent magnification of the aluminum honeycomb cells from compactness to sparseness. Based on the above analysis process, the time cost in the numerical simulation for the high-density cellular structures was decreased by reducing the cell numbers. Subsequently, eight numerical models at 1-8 times magnification of the same aluminum honeycomb cell were built on the basis of the explicit finite element method and the simulated results by them confirmed the validity of the equivalent method developed. Comparison of the computed time before and after magnification shows the high efficiency of the equivalent method. But when the total size in the out-of-plane direction is approximate to the cell length, the equivalent method is limited.

Key words: solid mechanics; equivalent method; magnifying cell; aluminum honeycomb; out-of-plane compression

Received 1 March 2012; Revised 6 July 2012
 Supported by the National Natural Science Foundation of China (51275532)
 Corresponding author: Wang Zhong-gang, wangzg@csu.edu.cn