

文章编号: 1001-1455(2013)03-0282-05

金属电阻率模型*

阚明先,王刚华,赵海龙,谢 龙

(中国工程物理研究院流体物理研究所,四川 绵阳 621999)

摘要:修正了Burgess电阻率模型中的错误公式和算法流程,获得了与文献中结果完全相同的电阻率曲线。采用Burgess电阻率对Z装置上的磁驱动飞片实验进行数值模拟,计算的自由面速度曲线与实验结果相差较大。由于液体到达汽化点时,是气液混合体,因此从汽化点到临界温度的Burgess电阻率公式不应采用气体计算公式,应改为气液混合体的计算公式。采用从汽化点到临界温度阶段修改为气液混合体的电阻率公式进行数值模拟,计算的自由面速度曲线与实验结果、文献计算结果相吻合。

关键词:爆炸力学;金属电阻率;修正的Burgess电阻率模型;磁驱动飞片

中图分类号: O382.3 **国标学科代码:** 1303530 **文献标志码:** A

在磁流体力学数值模拟中,导体的电阻率计算通过加热项影响物质的温度、密度、压强等物理量。导体的电阻率是温度、密度(比容)的函数^[1-5],不同的计算模型电阻率相差较大,磁流体力学数值模拟的结果也不相同。因此,选择合适的电阻率计算式对磁流体数值模拟是非常重要的。

Burgess电阻率模型^[5]中,电阻率是温度和比容的函数,随着温度和比容的变化而变化。在电阻率公式中,温度 θ 的单位是eV,比容 v 的单位是 cm^3/g ,电阻率 η 的单位是 $\text{m}\Omega \cdot \text{cm}$ 。模型中把金属分成固体、液体、部分电离的气体和混合体(固体或液体与部分电离的气体的混合体)等4个阶段进行模拟。当 $v \leq v_0$ (v_0 是固体零压状态时的比容)时,金属为压缩状态。按照Lindemann标准^[6],压缩状态又分为固体、液体2个阶段。当 $v > v_0$ 时,金属为混合气体阶段。无论压缩状态还是混合气体阶段,当温度大于某个设定的临界温度 θ_c 时,金属为部分电离的气体阶段。固体、液体阶段的电阻率采用实验电阻率^[7]拟合的解析公式,气体和混合气体采用Kidder电阻率公式^[8]。采用文献[5]中的公式和算法流程图,计算结果和文献后面的电阻率曲线相差很大。本文中,对文献[5]中的公式、算法流程进行研究,对其中的金属熔点温度公式、熔点时气体状态和固体状态的电阻率比的公式、混合状态液体部分的电阻率公式和算法流程图等进行必要的修改,以期获得与文献[5]相符的电阻率曲线。采用Burgess电阻率曲线对Z装置上的磁驱动飞片实验进行数值模拟,计算结果与实验结果不是很好符合。最后,将Burgess电阻率模型中液体汽化到气体的计算式修改为混合气体公式,并对Z装置上的磁驱动飞片实验进行数值模拟,以期计算结果与实验结果、文献计算结果吻合。

1 电阻率模型

固体阶段的电阻率公式为:

$$\eta_s = (c_1 + c_2 \theta^{c_3}) f_c(v/v_0) \quad 0.001 \text{ eV} \leq \theta \leq \theta_m \quad (1)$$

式中: θ_m 是熔化温度,它是比容 v 的函数; c_1 、 c_2 和 c_3 及下文中的 c_i ($i=4, \dots, 12$)是常数(参见文献[5]);指数函数为:

$$f_c(v/v_0) = (v/v_0)^{2\gamma-1} \quad (2)$$

式中: γ 是Grüneisen参数。对于金属钨和不锈钢,应分别用 $2\gamma+1$ 、 2γ 代替指数 $2\gamma-1$ 。由于 γ 是比容

* 收稿日期: 2012-01-04; 修回日期: 2012-05-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(11172277);

中国工程物理研究院科学技术发展基金项目(2010B0402052, 2011B0201003)

作者简介: 阚明先(1971—),男,硕士,副研究员。

的函数, 可设

$$\gamma = \gamma_0 - (\gamma_0 - 1/2)(1 - v/v_0) \tag{3}$$

式中: γ_0 是常数。设 $\theta_{m,0}$ 为零压状态的熔化温度, ρ_0 为零压时的密度, ρ 为密度, 则熔化温度为^[4]:

$$\theta_m = \theta_{m,0} \exp \left[2 \int_{\rho_0}^{\rho} \left(\gamma - \frac{1}{3} \right) \frac{d\rho}{\rho_0} \right] \tag{4}$$

从而

$$\theta_m = \theta_{m,0} (v/v_0)^{-1/3} \exp[(2\gamma_0 - 1)(1 - v/v_0)] \tag{5}$$

液体阶段的电阻率公式为:

$$\eta_l = \Delta\eta (\eta_s)_{\theta_m} (\theta/\theta_m)^{c_4} \quad \theta_m \leq \theta \leq \min(\theta_b, \theta_c) \tag{6}$$

式中: θ_b 是沸点温度。若 L_F 是电阻丝的潜热, k 是金属有关的常数, 则^[2]:

$$\Delta\eta = k e^{0.69L_F/\theta_m} \tag{7}$$

当 $\min(\theta_b, \theta_c) < \theta < \theta_c$ 时, 采用气体的电阻率计算公式。气体阶段的电阻率公式由电子-离子碰撞和电子-中子碰撞 2 部分组成。电子-离子碰撞产生的电阻率公式为:

$$\eta_{ei} = \frac{c_5}{\theta} [1 + \ln(1 + c_6 v \theta^{3/2})] \tag{8}$$

电子-中子碰撞产生的电阻率公式为:

$$\eta_{en} = c_7 \theta^{1/2} (\phi_i + 1) \tag{9}$$

$$\phi_i = \left(1 + \frac{c_8 e^{c_9/\theta}}{v \theta^{3/2}} \right)^{1/2} \tag{10}$$

为了防止计算溢出, 当温度低于零压状态的沸点 $\theta_{b,0}$ 时, 上述公式改为:

$$\phi_i = \left(1 + \frac{c_8 e^{c_9/\theta_{b,0}}}{v \theta^{3/2}} \right)^{1/2} \tag{11}$$

混合阶段由冷的气体和固、液体组成。混合阶段, 气体所占质量的比例为:

$$m = (v - v_0) \frac{c_{10}}{c_{11}} e^{-c_{12}/\theta} \tag{12}$$

显然, $m=0$ 对应着固液阶段; $m \geq 1$ 对应着气体阶段; $0 < m < 1$ 对应着混合阶段。则混合气体的电阻率公式为:

$$\eta_{\text{mixed}} = \left(\frac{x_c}{\eta_c} + \frac{x_v}{\eta_v} \right)^{-1} \quad x_c = \frac{1 - m}{v/v_0}, \quad x_v = 1 - x_c \tag{13}$$

2 公式修改和补充

按照文献[5]的电阻率公式和流程图编程序, 并不能获得文献后面的计算结果。我们对文献中公式进行了修改和补充, 最终得到了文献电阻率完全相同的结果。具体修改如下:

(1) 文献[5]中 $\Delta\eta$ 计算式出错, 应把公式中的 0.069 修改为(7)中的 0.69。图 1 是金属铝当 $v/v_0=0.4$ 时修改前后的结果。从图 1 可知, 公式修改后, 铝在熔点时, 液体状态的电阻率比固体状态的电阻率高^[5], 电阻率的计算结果与文献结果完全一致。

(2) 金属沸点温度 θ_b 的计算公式为:

$$\theta_b = \theta_m + (\theta_{b,0} - \theta_{m,0}) \theta_m / \theta_{m,0} \tag{15}$$

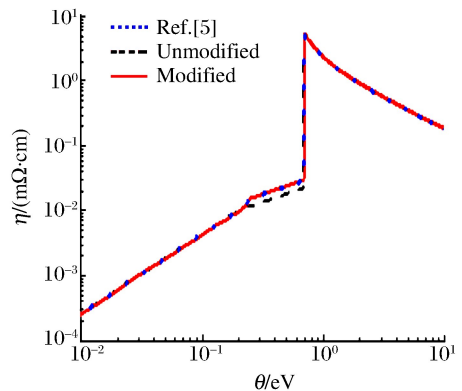


图 1 修改 $\Delta\eta$ 前后的电阻率

Fig. 1 The resistivities corresponding to the modified and unmodified $\Delta\eta$

(3)对于熔化温度 θ_m , 计算混合阶段 ($v > v_0$) 的固液体电阻率时, 应令 $v/v_0 = 1, \theta_m = \theta_{m,0}$, 计算固液体阶段时, θ_m 计算式中的 γ_0 应改为 γ 。图2是金属铝当 $v/v_0 = 0.4$ 时修改前后的结果。从图2可看出, 采用 γ_0 计算的熔点温度大于临界温度, 金属不经过溶化而直接汽化; 采用 γ 计算的熔点为 0.238 eV , 金属先熔化为液体, 再汽化为气体。修改后的结果与文献结果一致。

(4)对于混合气体, 当 $\min(\theta_b, \theta_c) < \theta < \theta_c$ 时, 液体部分的电阻率不能采用气体的电阻率计算式, 应继续采用液体电阻率公式(6)进行计算。图3是金属铝当 $v/v_0 = 10$ 时修改前后的结果比较。显然, 公式修改前后, 电阻率相差很大, 修改后的电阻率与文献[5]的结果一致。

(5)算法流程图如图4, 虚框内是修改的部分。

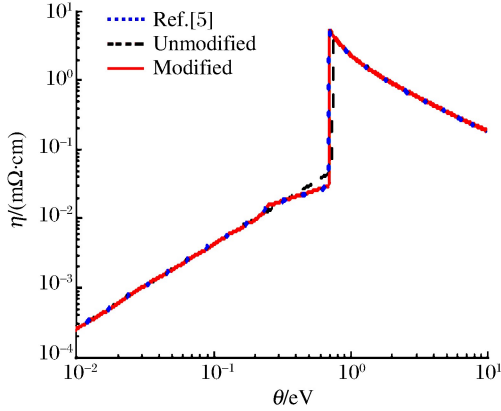


图2 修改 θ_m 前后的电阻率

Fig. 2 The resistivities corresponding to the modified and unmodified θ_m

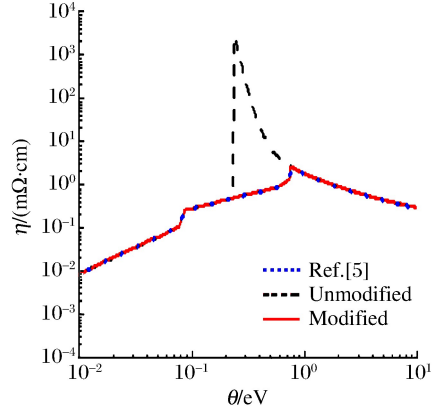


图3 修改液体部分电阻率公式前后的电阻率

Fig. 3 The resistivities corresponding to the modified and unmodified formulae of liquid phase

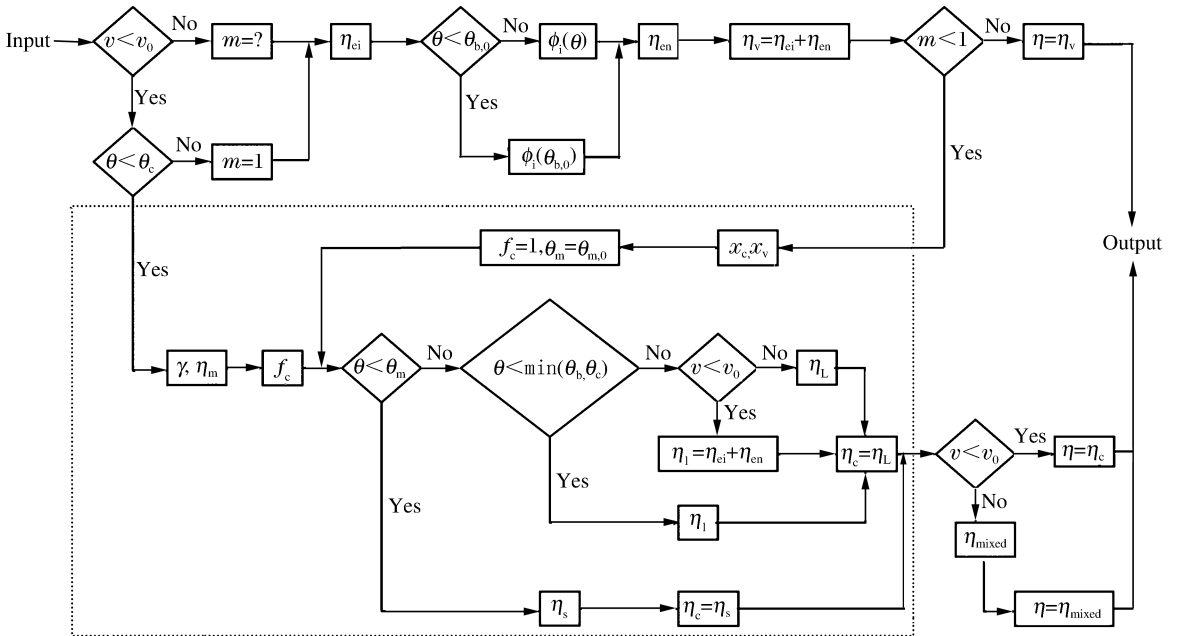


图4 电阻率算法流程图

Fig. 4 Flow chart of algorithm for electrical resistivity

根据上述电阻率算法流程图, 编制了电阻率的计算公式, 对 2024 铝、铜、钨、304 不锈钢、金、银等 6 种金属材料的电阻率进行了模拟, 计算结果与文献结果完全吻合。图5是铝的电阻率和文献[5]电阻率的比较, 其结果完全相同。

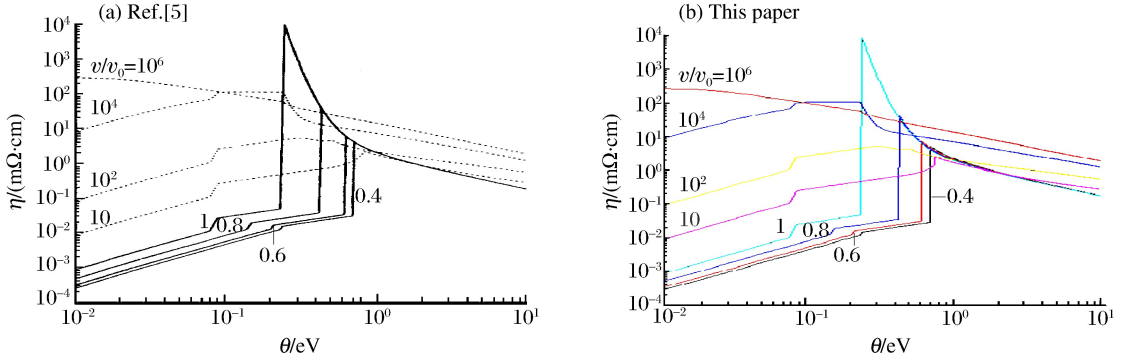


图 5 铝的电阻率-温度曲线

Fig. 5 Resistivity-temperature curves for aluminum

3 磁驱动飞片数值模拟

采用 Burgess 电阻率模型,对文献[9]中磁驱动铝飞片实验进行数值模拟。实验中,铝飞片的厚度为 0.092 5 cm,加载电流见文献[9]图 3,峰值为 15 MA。图 6 为飞片自由面上粒子速度随时间的变化曲线。从图 6 可知,计算结果与实验结果相差较大。另外,对于 Burgess 电阻率模型,当压缩物体从液态转化到气态时,电阻率变化太大,超过 10^5 倍,由磁扩散方程的 Courant 条件,计算时时间步长将缩至 10^{-5} ,给计算带来巨大困难。金属温度到达汽化点时,不可能立刻都汽化为气体,应有一部分为液体,另一部分为气液,即气液混合体,当温度到达临界温度时,全部变为气体。因此,在计算压缩物体从液体到气体的计算公式中,从汽化点到临界温度不应采用气体计算公式,应改为气液混合体公式。电阻率公式修改后,对上述 Z 装置上的磁驱动飞片实验进行计算,图 7 是采用不同电阻率公式的自由面速度与实测结果的比较。从图 7 可看出,采用文献[10]的插值电阻率公式计算的自由面曲线与实验结果在初始时间很好吻合,在后期相差较大;采用修改的 Burgess 电阻率模型的二维计算结果与实验结果基本一致,尤其和 ALEGRA 程序计算的自由面速度曲线几乎重合。

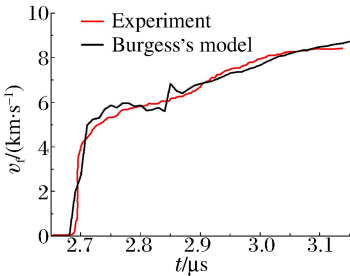


图 6 Burgess 电阻率模型计算与 VISAR 测量的自由面速度

Fig. 6 The free surface velocities by Burgess's resistivity model and VISAR measurement

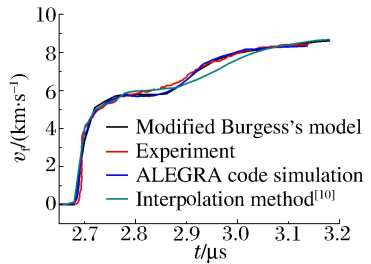


图 7 不同电阻率公式计算与 VISAR 测量的自由面速度

Fig. 7 The free surface velocities by different resistivity formulae and VISAR measurement

4 结 论

电阻率在磁驱动飞片、Z 箍缩计算中十分重要,它关系磁场强度的扩散速度、温度分布、压力分布等。Burgess 电阻率模型把金属分成固体、液体、部分电离的气体和混合体等 4 个阶段进行计算。根据 Burgess 电阻率模型,对某些错误的公式和电阻率流程图进行了修改和补充,编制了电阻率公式,获得了与文献结果相同的铜、钨、铝等金属的电阻率曲线。

采用 Burgess 电阻率模型计算的电阻率,电阻率在压缩物质的液体阶段变化太大,造成计算困难。对压缩物体液体阶段的电阻率公式进行了修改,并对磁驱动飞片实验进行了数值模拟,计算结果与文献结果很好吻合。

参考文献:

- [1] Lee Y T, More R M. An electron conductivity model for dense plasmas[J]. *Physics of Fluids*, 1984,27(5):1273-1286.
- [2] Ichimaru S, Tanaka S. Theory of interparticle correlations in dense, high-temperature plasmas. V. Electric and thermal conductivities[J]. *Physical Review A*, 1985,32(3):1790-1798.
- [3] Hsieh K T, Kim B K. International railgun modeling effort[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1997,33(1):245-248.
- [4] Kurilenkov Y K, Valuev A A. The electrical conductivity of plasma in wide range of charge densities[J]. *Beitrag aus der Plasmaphysik*, 1984,24(3):161-171.
- [5] Burgess T J. Electrical resistivity model of metals[R]. SAND86-1093C, 1986.
- [6] Palciauskas V V. Lindemann's criterion and the melting of solid of solids at high pressures[J]. *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 1976,37(6):571-579.
- [7] Meadon G T. Electrical resistance of metals[M]. New York: Plenum Press, 1965.
- [8] Kidder R E. Compression of magnetic field inside a follow explosive-driven cylindrical conductor[C]// Knoepfel H, Herlach F. *Proceedings of the Conference on Megagauss Magnetic Field Generation by Explosives and Related Experiments*. Brussels: European Atomic Energy Community, 1966:37-54.
- [9] Lemke R W, Knudson M D, Hall C A, et al. Characterization of magnetically accelerated flyer plates[J]. *Physics of Plasmas*, 2003,10(4):1092-1099.
- [10] 王刚华. 磁驱动准等熵压缩和高速飞片实验、计算与反积分数据处理技术[D]. 绵阳:中国工程物理研究院,2008.

Electrical resistivity model for metals*

Kan Ming-xian, Wang Gang-hua, Zhao Hai-long, Xie Long
*(Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics,
 Mianyang 621999, Sichuan, China)*

Abstract: We modify the inaccurate formulas used in Burgess's resistivity model (BRM) and his algorithm flow, and calculate the electrical resistivity of the metals aluminum, copper, tungsten, stainless steel, gold and silver. The calculated results are consistent with the ones by Burgess. A magneto-hydrodynamic model is proposed to simulate the magnetically-accelerated flyer plate experiment performed on the Z machine at Sandia National Laboratories. The computed free-surface velocities of the flyer plates with BRM do not agree well with the experimental records by VISAR. As the liquid reaches the vaporization point, the liquid becomes the gas-liquid mixture, so the gas-liquid mixture resistivity model (GLMRM) should be used in the temperature range from the vaporization point to the critical temperature and the gas phase resistivity model is not appropriate in this temperature region. The simulated free-surface velocities of the flyer plate with GLMRM coincide with the experimental results and the simulation results by ALEGRA code.

Key words: mechanics of explosion; electrical resistivity of metal; modified Burgess's resistivity model; magnetically-accelerated flyer plates

* Received 4 January 2012; Revised 2 May 2013

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11172277)

Corresponding author: Kan Ming-xian, kanmingxian@yahoo.com.cn