

文章编号: 1001-1455(2013)06-0561-06

# 有机玻璃中球形应力波传播的分析\*

卢强, 王占江, 门朝举, 郭志昫, 李进

(西北核技术研究所, 陕西 西安 710024)

**摘要:** 基于球形发散波实验技术及圆环型电磁粒子速度测试技术, 采用 0.125 g TNT 当量的微型炸药作为爆炸源, 对填充爆炸下有机玻璃中球形波的传播规律进行了实验研究, 并基于粒子速度波形进行了分析。结果表明: 粒子速度峰值及粒子位移峰值符合指数衰减规律, 粒子速度、位移峰值的衰减指数分别为 1.34 和 1.28; 负向粒子速度峰值随比距离的增加有先增大后减小的趋势; 基于强间断假设得到的低压 (小于 1 GPa) 下径向压力峰值-粒子速度峰值关系与一维应变下得到的  $\sigma-v$  Hugoniot 曲线吻合较好; 采用变模量模型假设, 结合粒子速度数据反演的有机玻璃弹性模量  $E=(6.40\pm 0.64)$  GPa、体积模量  $K=(7.12\pm 0.71)$  GPa、剪切模量  $G=(2.37\pm 0.24)$  GPa。

**关键词:** 固体力学; 球面应力波; 粒子速度计; 有机玻璃; 微量炸药

**中图分类号:** O347.4

**国标学科代码:** 13015

**文献标志码:** A

由于具有高强度密度比、高透明度、易热成型、易机械加工及抗老化等诸多优点, 有机玻璃在诸多领域得到广泛应用。在爆炸冲击动力学研究领域, 有机玻璃通常被用来作为冲击波衰减器、波形整形器及观察窗口等<sup>[1-2]</sup>。在航空和汽车等工程领域中, 有机玻璃可作为防护结构, 如风挡玻璃等。

李孝兰<sup>[3]</sup>、柴华友等<sup>[4]</sup>分别对一维应变和一维应力下一组有机玻璃中测得的粒子速度波形进行了拉格朗日分析, 得到了有机玻璃的动态应力应变曲线, 揭示了有机玻璃材料与应变率相关的弹塑性本构关系特征。周风华等<sup>[5]</sup>基于一维应力下有机玻璃的应力应变关系, 对有机玻璃在高应变率下的损伤型非线性黏弹性本构关系及破坏准则进行了研究, 给出了适用于有机玻璃的本构参数。F. S. Wang 等<sup>[6]</sup>以周风华改进的损伤型非线性黏弹性本构关系及破坏准则为基础, 利用 LS-DYNA 的二次开发功能对其进行了数值实现, 并对鸟撞风挡问题进行了模拟。张宝平等<sup>[7]</sup>利用轻气炮和平面爆轰波发生器技术, 分别以碳质压阻传感器和 H 型锰铜压阻传感器作为测试压力波形的应力计, 对有机玻璃在 0.1~20 GPa 内的动态力学性能进行了研究, 给出有机玻璃材料的 Hugoniot 曲线, 这对确定有机玻璃材料的状态方程有重要意义。L. M. Barker 等<sup>[8]</sup>也基于气炮实验技术, 采用 VISAR 测试技术, 对有机玻璃在 2 GPa 下的动力学特性进行了研究。文献[7-8]中给出的  $\sigma-v$  Hugoniot 曲线在 2 GPa 下一致性良好。

通过以上文献可以看出, 对介质动力学特性研究的实验技术大部分是在一维平面波理论框架内发展的。但由于在球面波加载下, 介质所受到的应力应变状态为三维应力、三维应变状态 (更接近于地下爆炸中介质所承受的应力应变状态), 不同于一维应变或一维应力下的应力应变状态。因此, 对介质在球面波加载下的动力学响应的研究则显得十分重要。为研究有机玻璃中球形波的传播现象, 本文中基于球形发散波实验技术及圆环型电磁粒子速度测试技术<sup>[9-10]</sup>, 对有机玻璃中球形波传播演化规律进行实验研究, 并以实测的粒子速度数据为依据对有机玻璃的部分参数进行反演分析。

## 1 有机玻璃样品制作及测试技术

### 1.1 有机玻璃样品制作

实验样品构型如图 1 所示。实验样品由 2 块  $\varnothing 250$  mm  $\times$  125 mm 的圆柱形有机玻璃粘接而成。

\* 收稿日期: 2012-06-29; 修回日期: 2013-03-23

基金项目: 国家自然科学基金项目(11172244)

作者简介: 卢强(1984—), 男, 硕士, 助理研究员。

样品制作过程为:(1)在有机玻璃块1中心预先加工1个 $\varnothing 6$  mm的台阶孔并在粘接面中心加工 $\varnothing 5$  mm的半球;(2)在有机玻璃块2粘接面上预先加工1个 $\varnothing 5$  mm的半球并在 $\varnothing 20\sim 60$  mm区域内加工沿径向分布、大小为 $0.2\text{ mm}\times 0.2\text{ mm}$ 的环槽;(3)在有机玻璃块2的粘接面上均匀涂抹一层环氧树脂,在不同直径的环槽中置入圆环型电磁粒子速度计,这里需保证每个环槽中均已塞满环氧树脂,防止存在空隙;(4)在有机玻璃块1中安装 $\varnothing 5$  mm、 $0.125\text{ g}$  TNT当量的微型炸药球及不导磁不锈钢管,不锈钢管的主要作用是防止柔爆索爆炸产生的铅粒子干扰测试磁场及减弱柔爆索爆炸对球面波的干扰;(5)把2个有机玻璃块对合粘接、压实,保证粘接面上没有气泡。制作好的实验用有机玻璃样品如图2所示。

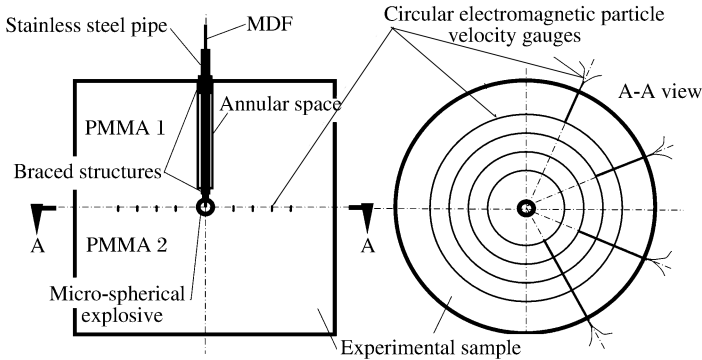


图1 实验原理图

Fig. 1 The principle of the experimentation

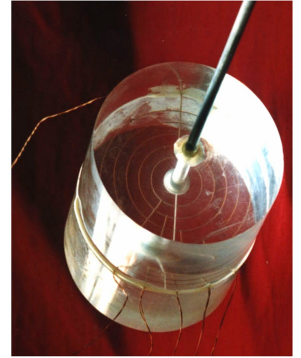


图2 有机玻璃样品

Fig. 2 The PMMA sample

## 1.2 粒子速度测试原理

把制作好的有机玻璃实验样品放入螺线管中,尽量使样品中截面和螺线管中截面重合。球形发散波实验的过程为首先由电雷管起爆柔爆索,柔爆索传爆,引爆安装在实验样品中心的 $0.125\text{ g}$  TNT当量的微型炸药球,激发球面发散波。球面波向外传播,造成介质运动,将带动当地的粒子速度计的圆环敏感部分一起运动,并切割由螺线管放电产生的轴向磁力线,从而产生与运动速度成正比的感生电动势(径向槽中的引线部分运动时,不切割磁力线,对感生电动势无贡献),测得感生电动势,便可由法拉第电磁感应定律计算出测计处的粒子速度

$$v(r,t) = \frac{\epsilon(r,t)}{B(r)L(r)} = \frac{\epsilon(r,t)}{2\pi r B(r)} \quad (1)$$

式中: $\epsilon$ 为圆环型电磁粒子速度计引线端的电动势, $B$ 为测计半径 $r$ 处磁感应强度, $L=2\pi r$ 为半径为 $r$ 的圆环型速度计切割轴向磁力线的有效长度, $v$ 为测计半径 $r$ 处粒子速度。

## 2 实验结果分析

### 2.1 粒子速度波形分析

基于球形发散波实验技术及圆环型电磁粒子速度测试技术,测到一组粒子速度波形,如图3所示。可以看出,粒子速度曲线的峰值随着比距离的增加迅速衰减,同时还观察到介质远离爆心运动之后出现了反向运动。从图3可以看出, $20\text{ m/kt}^{1/3}$ 处粒子速度的反向运动峰值低于 $40\text{ m/kt}^{1/3}$ 处的反向运动峰值,而大于 $50\text{ m/kt}^{1/3}$ 处的反向运动峰值均低于 $40\text{ m/kt}^{1/3}$ 处的反向运动峰值。这种现象说明在 $20\sim 50\text{ m/kt}^{1/3}$ 区域内存在一个 $R^*$ ,当 $R < R^*$ 时,这种反向运动的幅度随着比距离的增加有增加的趋势,而当 $R > R^*$ 时,这种反向运动的幅度随着比距离的增加有降低的趋势,这一点与文献[11]给出的结论是一致的。实际上,由于靠近炸药球附近的介质在高温、高压作用下可能发生汽化、相变、破碎、破裂等非线性物理过程,近区一般只能观察到介质的正向运动。当应力波强度衰减到弹性区和流体区之间的过度区时,能够观察到介质的反向运动,产生这种反向运动的一个主要原因是介质受压缩积聚能量的释放造成的,释放的多少与介质的动力学特性相关,在宏观上表现为负向粒子速度峰值的大小。前面提到

的  $R^*$  是出现负向粒子速度峰值的地方,反映了波从塑性区向弹性区过度的某些特性。由于实验中在  $20 \sim 50 \text{ m/kt}^{1/3}$  区域内布置的圆环型粒子速度量计较少,还不能精细地描述出  $R^*$  的具体参数。

图 4(a)、(b)分别给出了粒子速度峰值及粒子位移峰值随折合比距离的变化曲线。通过对实验数据的拟合可以看出,粒子速度及粒子比位移峰值符合指数衰减规律,分别满足以下公式

$$v_{\max} = 1.16 \times 10^4 R^{-1.34} \tag{2}$$

$$u_{\max} = 2.75 \times 10^4 R^{-1.28} \tag{3}$$

式中:  $v_{\max}$  为速度峰值,  $\text{m/s}$ ;  $u_{\max}$  为比位移峰值,  $\text{mm/kt}^{1/3}$ ;  $R$  为比距离,  $\text{m/kt}^{1/3}$ 。

对弹性球面波的研究表明,对于强间断球面波,粒子速度峰值与传播距离  $R$  成反比<sup>[12]</sup>,即衰减指数为 1.0,这是球面波几何扩散效应的结果。而本文中实验给出的有机玻璃中粒子速度峰值的衰减指数为 1.34,这说明有机玻璃中球面波的衰减除了几何扩散效应的影响外,还必须考虑介质的本构引起的衰减,即介质的黏性效应。

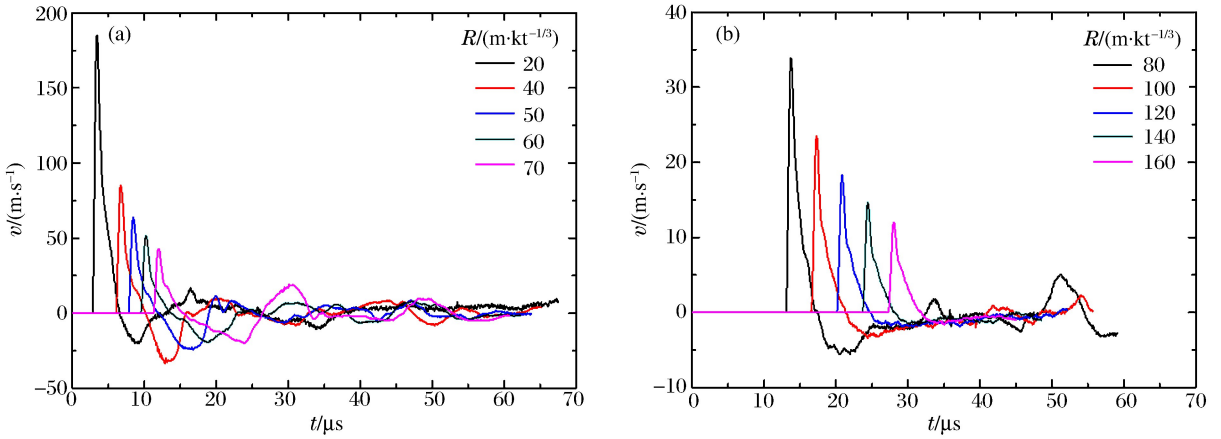


图 3 粒子速度曲线

Fig. 3 The particle velocity curves

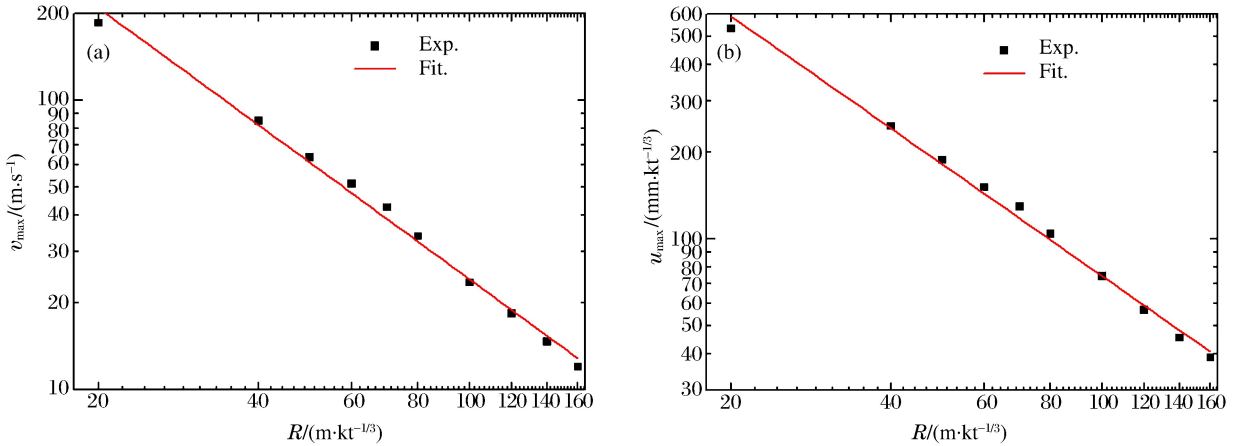


图 4 粒子速度峰值和比位移峰值随比距离的变化

Fig. 4 The peak values of the particle velocity and the scaled displacement varying with the scaled distance

### 2.2 由粒子速度波形反推的有机玻璃力学参数

现在通过粒子速度曲线对有机玻璃的部分参数进行反推。图 3 给出的粒子速度波形的上升沿在  $20 \text{ m/kt}^{1/3}$  处约  $0.6 \mu\text{s}$ ,  $160 \text{ m/kt}^{1/3}$  处约  $0.8 \mu\text{s}$ ,近似认为在有机玻璃中传播的球面波属于强间断波,则在强间断两侧满足强间断运动学相容条件公式<sup>[12]</sup>

$$[v] = -D[\epsilon_r] \tag{4}$$

$$[\sigma_r] = -\rho_0 D[v] \quad (5)$$

通过公式(4)~(5),由粒子速度峰值及波速数据能够求出粒子速度最大值对应时刻的径向应变  $\epsilon_r$ 、径向应力  $\sigma_r$ 。对于球面波,还存在粒子幅度最大值时刻的环向应变  $\epsilon_\theta$ 、环向应力  $\sigma_\theta$  需要确定。环向应变  $\epsilon_\theta$  的确定可通过下式确定

$$\epsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad (6)$$

环向应力  $\sigma_\theta$  的确定存在一定的困难,此处作类似弹性本构方程的定义,  $\epsilon_r$ 、 $\epsilon_\theta$ 、 $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$  之间的关系可表示为

$$\sigma_r + 2\sigma_\theta = 3K(\epsilon_r + 2\epsilon_\theta) \quad (7)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = 2G(\epsilon_r - \epsilon_\theta) \quad (8)$$

式中:  $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$  为体积模量,  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$  为剪切模量,  $E$  为杨氏模量,  $\mu$  是泊松比。在此分析中假定  $\mu$  为定值,  $K$  和  $G$  非常数,实际上公式(7)~(8)表征为变模量本构模型。综合公式(4)~(8),能够得到不同比距离处的参数  $\epsilon_r$ 、 $\epsilon_\theta$ 、 $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$ 、 $K$ 、 $G$ 、 $E$ ,如表1所示。计算中取  $\mu = 0.35$ 。

表1 由粒子速度波形反推的有机玻璃力学参数

Table 1 The mechanical parameters of PMMA calculated from the particle velocity curves

$R/(m \cdot kt^{-1/3})$	$D/(km \cdot s^{-1})$	$\sigma_r/\text{GPa}$	$\sigma_\theta/\text{GPa}$	$\epsilon_r/10^{-3}$	$\epsilon_\theta/10^{-3}$	$E/\text{GPa}$	$K/\text{GPa}$	$G/\text{GPa}$
20	3.11	-0.682	-0.293	-59.518	6.027	8.01	8.90	2.97
40	2.98	-0.300	-0.145	-28.523	1.583	6.97	7.74	2.58
50	2.93	-0.220	-0.109	-21.659	0.920	6.64	7.37	2.46
60	2.89	-0.176	-0.088	-17.841	0.710	6.44	7.15	2.38
70	2.85	-0.144	-0.073	-15.004	0.518	6.22	6.92	2.31
80	2.83	-0.114	-0.058	-11.972	0.305	6.07	6.75	2.25
100	2.79	-0.078	-0.040	-8.412	0.179	5.88	6.53	2.18
120	2.79	-0.061	-0.032	-6.577	0.118	5.86	6.51	2.17
140	2.80	-0.049	-0.025	-5.239	0.078	5.88	6.53	2.18
160	2.85	-0.040	-0.021	-4.204	0.061	6.09	6.76	2.25
统计值						6.40±0.64	7.12±0.71	2.37±0.24

表1中应力、应变负值代表压缩状态。由表1可以看出,由粒子速度数据反演得到的弹性模量  $E = (6.40 \pm 0.64)$  GPa、体积模量  $K = (7.12 \pm 0.71)$  GPa、剪切模量  $G = (2.37 \pm 0.24)$  GPa,这与赖华伟等<sup>[13]</sup>给出的  $E = 6.81$  GPa、 $K = 7.57$  GPa、 $G = 2.52$  GPa 吻合较好。同时本文把径向压力  $-\sigma_r$  的结果与 L. M. Barker 等<sup>[8]</sup>和张宝平等<sup>[7]</sup>在一维应变条件下得到的低压(小于1 GPa)下的  $\sigma$ - $v$  Hugoniot 曲线进行了比较,可以看出数据之间的吻合性较好,如图5所示。通过假设公式(7)~(8)计算得到的  $\sigma_\theta$  的精度相对较低,在这里只作为参考值。

从表1给出的参数  $\epsilon_r$ 、 $\epsilon_\theta$  可以看出,对应粒子速度峰值时刻的径向应变  $\epsilon_r$  和环向应变  $\epsilon_\theta$  分别处于压缩和拉伸状态,并且随着传播距离的增加,两者均迅速降低。在球对称问题中,一点的应变状态为  $\boldsymbol{\epsilon}_{ij} =$

$\begin{pmatrix} \epsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_\varphi \end{pmatrix}$ ,把  $\boldsymbol{\epsilon}_{ij}$  分解为球量与偏量,则  $\boldsymbol{\epsilon}_{ij} = \boldsymbol{e}_{ij} - \epsilon_V \boldsymbol{\delta}_{ij}$ ,其中  $\epsilon_V$  和  $\boldsymbol{e}_{ij}$  分别为

$$\epsilon_V = -\frac{\epsilon_r + 2\epsilon_\theta}{3} \quad (9)$$

$$\boldsymbol{e}_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{2(\epsilon_r - \epsilon_\theta)}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(\epsilon_r - \epsilon_\theta)}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-(\epsilon_r - \epsilon_\theta)}{3} \end{pmatrix} \quad (10)$$

定义  $k$  为最大球量和最大偏量之比, 则  $k = \left| \frac{\epsilon_r + 2\epsilon_\theta}{2(\epsilon_r - \epsilon_\theta)} \right|$ 。从表 1 数据变化的趋势可知  $k$  的最大值为 0.5, 对应  $\epsilon_\theta = 0$ , 此时的应变状态和一维应变状态是一样的。图 6 给出了  $k$  随传播距离的变化曲线, 可以看出,  $k$  随着比距离的增加逐渐趋于定值 0.5。这说明, 在球面波的传播过程中, 随着传播距离的增加, 介质所受的应变状态将主要取决于径向应变  $\epsilon_r$ , 并无限地接近一维应变状态, 而这种结果也印证了文献[12]中给出的理论论断。

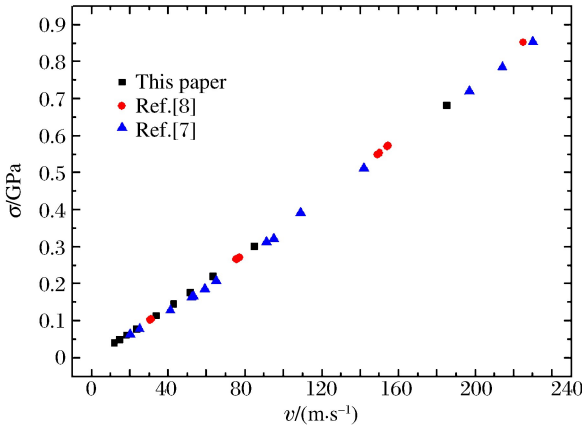


图 5  $\sigma$ - $v$  曲线

Fig. 5 The  $\sigma$ - $v$  curves

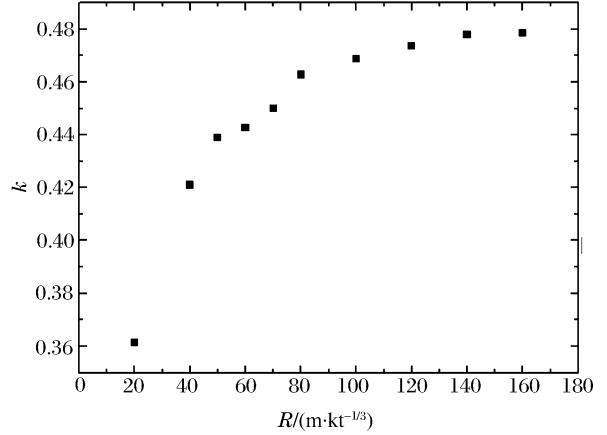


图 6  $k$  随比距离  $R$  变化曲线

Fig. 6 The  $k$ - $R$  curve

### 3 结 论

利用球形发散波实验技术及圆环型粒子速度测试技术对有机玻璃中球形波的传播规律进行了实验研究, 得到以下结论: (1) 粒子速度峰值、粒子位移峰值的衰减系数分别为 1.34 和 1.28; (2) 负向粒子速度峰值有先增大后减小的趋势, 在  $20 \sim 50 \text{ m/kt}^{1/3}$  区域内出现极值; (3) 采用粒子速度数据反演得到有机玻璃的弹性模量  $E = (6.40 \pm 0.64) \text{ GPa}$ 、体积模量  $K = (7.12 \pm 0.71) \text{ GPa}$ 、剪切模量  $G = (2.37 \pm 0.24) \text{ GPa}$ ; (4) 由粒子速度峰值及波速数据, 通过公式(5)给出的径向压力-粒子速度曲线与文献[7-8]给出的低压(1 GPa 以下)下的  $\sigma$ - $v$  Hogoniot 曲线吻合较好; (5) 对径向应变、环向应变变化的分析表明, 当传播距离足够大时, 球面波下介质所受应变状态趋于一维应变状态。

### 参考文献:

[1] Gupta Y M. Determination of the impact response of PMMA using combined compression and shear loading[J]. Journal of Applied Physics, 1980,51(10):5352-5361.

[2] Mori Y, Nagayama K. Anomalous shock properties of polymeric materials around 0.5 GPa stress region[C]//Furnish M D, Chhabildas L C, Hixson R S. Conference on Shock Compression of Condensed Matter. Utah: American Institute of Physics, 1999:149-152.

[3] 李孝兰. 对一组有机玻璃粒子速度测量波形的拉格朗日分析[J]. 爆炸与冲击, 1985,5(1):45-53. Li Xiao-lan. Lagrangian analysis for a set of particle velocity profiles measured in PMMA[J]. Explosion and Shock Waves, 1985,5(1):45-53.

[4] 柴华友, 唐志平. 拉格朗日分析在一维杆波研究中的应用[J]. 中国科学技术大学学报, 1991,21(3):97-100. Chai Hua-you, Tang Zhi-ping. Application of Lagrangian analysis in study of wave propagation along one-dimensional stress bars[J]. Journal of China University of Science and Technology, 1991,21(3):97-100.

[5] 周风华, 王礼立, 胡时胜. 有机玻璃在高应变率下的损伤型非线性粘弹性本构关系及破坏准则[J]. 爆炸与冲击, 1992,12(4):333-342. Zhou Feng-hua, Wang Li-li, Hu Shi-sheng. A damage-modified nonlinear visco-elastic constitutive relation and fail-



- ure criterion of PMMA at high strain-rates[J]. *Explosion and Shock Waves*, 1992, 12(4):333-342.
- [6] Wang F S, Yue Z F. Numerical simulation of damage and failure in aircraft windshield structure against bird strike[J]. *Materials and Design*, 2010, 31(2):687-695.
- [7] 张宝平, 刘长林, 洪兵. 冲击压力 20 GPa 以下有机玻璃动态力学性能[J]. *兵工学报*, 1993, 增刊 1:62-69.  
Zhang Bao-ping, Liu Chang-lin, Hong Bing. Dynamic behaviour of PMMA under shock pressures lower than 20 GPa[J]. *Acta Armamentarii*, 1993, suppl 1:62-69.
- [8] Barker L M, Hollenbach R E. Shock-wave studies of PMMA, fused silica, and sapphire[J]. *Journal of Applied Physics*, 1970, 41(19):4208-4227.
- [9] 王占江. 岩土中填实与空腔解耦爆炸的化爆模拟实验研究[D]. 长沙:国防科技大学, 2003.
- [10] 王占江, 李孝兰, 张若祺, 等. 固体介质中球形发散波的实验装置[J]. *爆炸与冲击*, 2000, 20(2):103-109.  
Wang Zhan-jiang, Li Xiao-lan, Zhang Ruo-qi, et al. An experimental apparatus for spherical wave propagation in solid[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2000, 20(2):103-109.
- [11] 钱七虎, 王明洋. 岩土中的冲击爆炸效应[M]. 北京:国防工业出版社, 2010.
- [12] 王礼立. 应力波基础[M]. 北京:国防工业出版社, 2005.
- [13] 赖华伟, 王占江, 杨黎明, 等. 由球面波径向质点速度实测数据反演材料黏弹性本构参数[J]. *高压物理学报*, 2013, 27(2):245-252.  
Lai Hua-wei, Wang Zhan-jiang, Yang Li-ming, et al. Inversion of constitutive parameters for visco-elastic material from radial velocity measurements of spherical wave experiments[J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2013, 27(2):245-252.

## Analysis of spherical stress wave propagating in PMMA\*

Lu Qiang, Wang Zhan-jiang, Men Chao-ju, Guo Zhi-yun, Li Jin

(Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, Shaanxi, China)

**Abstract:** Based on the technique of the spherical divergent stress wave experiments and the circle electromagnetic testing method of the particle velocity, the propagation of spherical stress wave and the particle velocities in PMMA under tamped explosion were experimentally investigated by choosing a miniature spherical explosive of 0.125 g TNT equivalent as the spherical explosion source. The results reveal that the peak values of the particle velocities and displacements follow exponential attenuation laws and the corresponding attenuation indexes are 1.34 and 1.28, respectively. As the scaled distance increases, the negative peak values of the particle velocities trend to first increase and then decrease. As the radial stress is lower than 1 GPa, the relations of the radial stress peak with the particle velocity peak under the strong discontinuity assumption are consistent with the  $\sigma$ - $v$  Hugoniot curves from one-dimensional strain experiments. And inverted from the variable modulus model assumption and the particle velocity curves, the elastic, bulk and shear moduli of PMMA are  $(6.40 \pm 0.64)$ ,  $(7.12 \pm 0.71)$  and  $(2.37 \pm 0.24)$  GPa, respectively.

**Key words:** solid mechanics; spherical stress wave; velocity gauge; PMMA; mini-chemical explosion

\* Received 29 June 2012; Revised 23 March 2013

Supported by the National Natural Science Foundation of China (11172244)

Corresponding author: Wang Zhan-jiang, wzjh\_nint@163.com