

DOI: 10.11883/1001-1455(2017)03-0387-09

# 六边形桥墩柔性抗船撞装置抗弯刚度\*

王 硕, 杨黎明

(宁波大学机械工程与力学学院, 浙江 宁波 315211)

**摘要:** 针对中国自主研发的桥梁柔性抗船撞装置, 构建该装置模型: 由两个相似的六边形梁为内外钢围以及均布且垂直于六边形各边的防撞圈构成。分析该模型得到在冲击载荷作用下六边形梁的控制方程及相应的初边值条件。利用 Laplace 变换和数值 Laplace 逆变换对该方程进行求解, 揭示六边形梁在冲击载荷作用下的动态响应。并进一步分析外钢围等效抗弯刚度对抗船撞装置动态响应的影响, 发现外钢围结构在冲击载荷作用下存在临界等效抗弯刚度。当外钢围等效抗弯刚度达到该临界值后, 该外钢围在冲击载荷作用下可以近似为刚性。

**关键词:** 柔性抗船撞装置; 冲击载荷; Laplace 变换; 等效抗弯刚度; 动态响应

**中图分类号:** O383      **国标学科代码:** 13035      **文献标志码:** A

内河航运和海运航线日益繁忙, 大型桥梁数量急剧增多, 使得船撞桥事故不断增加, 严重威胁交通运输的安全。因此, 对于船撞桥碰撞理论及防护方法的研究受到广泛的关注<sup>[1-6]</sup>。在桥墩上加设防撞设施是一种典型的大桥防船撞措施。一旦发生船舶撞击桥墩事故, 防撞设施能减小作用在桥墩上的撞击力从而保护桥梁<sup>[7]</sup>。近年来, 许多桥梁开始加设防撞设施<sup>[8-11]</sup>。Wang Lili 等<sup>[12]</sup>设计了一种新型柔性抗船撞装置。该柔性抗船撞装置采用了刚柔结合的防撞方式, 大幅减小了撞击力, 既能够保护桥梁也能够保护船舶。而外钢围等效抗弯刚度正是保证外钢围刚性、柔性元件能整体发挥性能的重要参数。因此, 研究外钢围等效抗弯刚度对于柔性抗船撞装置的设计及优化十分重要。现在对桥梁防船撞方法的研究, 更多的是采用数值模拟的方法<sup>[13-16]</sup>, 借助 LS-DYNA 程序对柔性抗船撞装置进行数值模拟。由于该数值模拟是一个非线性动态数值模拟, 计算量大, 因此期望发展一个针对该装置的简化动力学分析方法, 对该装置的力学性能做初步预估。杨峰等<sup>[17]</sup>提出了一个椭圆形装置模型, 并通过该模型分析了静态下装置在平动、转动以及平动转动耦合时的结构响应。但该装置模型与抗船撞装置的实际设计有较大出入, 且考虑到与准静态载荷下的力学问题相比较, 冲击动载荷下的力学问题必须计及惯性效应<sup>[18]</sup>。因此, 本文中构建一个与实际设计接近的六边形柔性抗船撞装置模型, 通过该模型, 且计及装置结构的惯性力和防撞圈的黏性效应, 对外钢围在冲击载荷作用下的动态响应进行研究, 并进一步分析外钢围结构等效抗弯刚度对抗船撞装置动态响应的影响。

## 1 桥墩柔性抗船撞装置模型

### 1.1 装置几何模型

桥墩柔性抗船撞装置由内、外钢围与钢围之间均布的防撞圈组成。外钢围直接承受船舶的撞击, 内钢围则固定在桥墩上, 防撞圈连接内外钢围, 在受到船舶撞击时产生变形, 起缓冲和耗能的作用。为了研究该抗船撞装置在冲击载荷下的动态力学响应, 将装置简化为如图 1 所示的六边形结构, 内外钢围为六边形梁, 钢围之间均布有防撞圈。六边形梁 ABCDEF 为外钢围, 其中梁 AB、CD、DE、FA 为受船舶撞击概率较大的迎撞面, P 为施加在迎撞面上的冲击载荷, U 为迎撞面梁上施加冲击载荷点。梁 BC、FE 受船舶撞击的可能性相对较小, 且受到的撞击力也较小。因此, 本文中主要分析处于迎撞面上的梁

\* 收稿日期: 2017-01-19; 修回日期: 2017-03-10

第一作者: 王 硕(1990—), 男, 硕士研究生; 通信作者: 杨黎明, yangliming@nbu.edu.cn。

受到冲击载荷作用的情况。

为了便于分析,对模型提出以下假定:(1)防撞圈为由拉压同性的线性弹簧和牛顿黏壶并联的组合模型,均布于外钢围与内钢围之间,并垂直于外钢围;(2)根据对椭圆形装置模型的分析,外钢围较大的变形总是发生在受到冲击载荷的局部,其余部分的变形很小,因此假定梁 AB 段为弹性梁,而其余段均为刚性梁;(3)冲击载荷通过装置结构中心 O 点,结构只发生平动而不转动。

### 1.2 模型参量

如图 1 所示,梁 AB、AF、ED、CD 长度均为  $l$ ,梁 EF、BC 长度均为  $2\mu l$ ,抗船撞装置外钢围总长为  $4(1+\mu)l$ ,外钢围结构角  $\angle OAB = \alpha$ 。外钢围线密度为  $\rho$ ,总质量  $M = 4(1+\mu)\rho$ 。冲击载荷与桥梁垂向的夹角为冲击载荷角  $\angle AOU = \beta$ 。外钢围单位长度上平均的防撞圈弹性系数为  $k$ ,防撞圈黏性系数为  $\eta$ 。冲击载荷作用点 U 点到 A 点距离为  $u$ 。

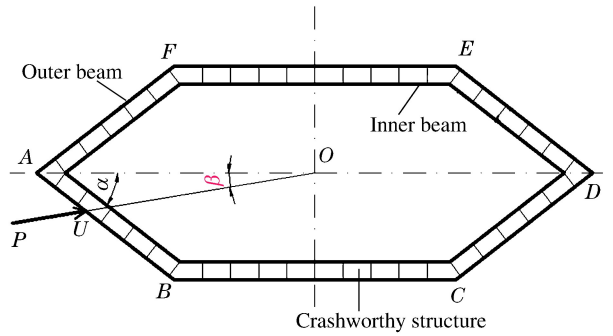


图 1 抗船装置简化模型示意图

Fig. 1 An analyzing model of the crashworthy structure

## 2 控制方程

### 2.1 基本方程

根据假定(2)、(3)可知,外钢围刚性段仅发生平动,其上任意点的位移与梁 AB 端点处的位移均相同。因此,仅通过研究梁 AB 在冲击载荷作用下的动态响应,即可得到六边形梁的动态响应。图 1 中的梁 AB 为受冲击载荷作用的弹性梁,该梁的杨氏模量为  $E$ ,横截面对中性轴的惯性矩为  $I$ , $P$  为施加在梁上的冲击载荷,其受力分析见图 2。定义以冲击载荷作用点 U 为原点,沿梁 AB 轴线方向为  $x$  轴,垂直梁 AB 轴线的方向为  $y$  轴, $y$  值为梁的实际挠度。建立只考虑弯曲、不考虑轴向变形的动力学方程:

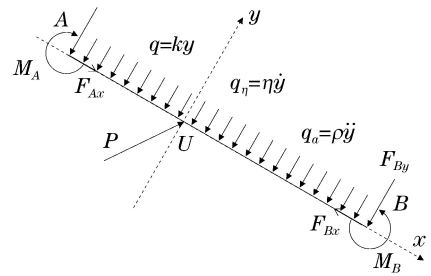


图 2 梁 AB 受力分析

Fig. 2 The forces applied to the beam AB

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial y}{\partial t} + ky = 0 \tag{1}$$

### 2.2 量纲一化及量纲一参数

取梁 AB 长度  $L = l$  为特征长度,取特征时间为  $T = \sqrt{\rho L^4 / (EI)}$ ,则量纲一挠度和量纲一时间分别为  $\bar{y} = y/L, \bar{t} = t/T$ 。定义量纲一参数  $a_1 = EI / (kL^4)$ ,式中  $EI$  为外钢围抗弯刚度,取  $kL^4$  为特征弯曲刚度; $a_1$  为外钢围等效抗弯刚度,表示外钢围抗弯刚度和柔性基础刚度之比。取  $\bar{\eta} = \eta / \sqrt{k\rho}$  为量纲一黏性系数,则式(1)量纲一化后为:

$$\frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^4} + \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{t}^2} + \frac{\bar{\eta}}{\sqrt{a_1}} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{t}} + \frac{\bar{y}}{a_1} = 0 \tag{2}$$

### 2.3 初边值条件(力载荷)

在初始时刻  $\bar{t} = 0$  时,梁上任意点均无挠度和速度:

$$\bar{y}(\bar{x}, 0) = \frac{\partial \bar{y}(\bar{x}, 0)}{\partial \bar{t}} = 0 \tag{3}$$

根据实际情况,确定以下边值条件。

(1)梁 A、B 端点任意时刻挠度相同,即:

$$\bar{y}(-\bar{u}, \bar{t}) = \bar{y}(1 - \bar{u}, \bar{t}), \quad \bar{u} = \frac{u}{L} = \frac{\sin\beta(\mu + \cos\alpha)}{\sin(\alpha + \beta)} \tag{4}$$

式中: $\bar{u}$ 为冲击载荷作用点  $U$  点到端点  $A$  点的量纲一距离。冲击载荷作用点  $U$  为原点,因此  $A$  点在  $x$  轴上坐标为  $-\bar{u}$ ,  $B$  点在  $y$  轴上的坐标为  $1 - \bar{u}$ 。

(2)外钢围刚性段(梁 BCDEFA)不发生变形,因此 A、B 端点处任意时刻转角均为 0,即:

$$\frac{\partial \bar{y}}{\partial x}(-\bar{u}, \bar{t}) = 0, \quad \frac{\partial \bar{y}}{\partial x}(1 - \bar{u}, \bar{t}) = 0 \tag{5}$$

(3)对于  $U$  点处受冲击载荷作用的梁微元,其两端剪力之差等于冲击载荷垂直作用在梁上的分力  $P_0$ 。该微元在  $x$  轴方向的尺寸极小,因此其上的惯性力相较于  $P_0$  可以忽略不计,近似取微元中心点  $U$  处( $x=0$ )左右两端剪力之差等于  $P_0$ ,得到冲击载荷作用点  $U$  处的剪力边界条件。根据挠度与剪力的关系<sup>[19]</sup>将剪力边界条件化为如下形式:

$$\frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial x^3}(0^+, \bar{t}) - \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial x^3}(0^-, \bar{t}) = \frac{\bar{P}_0(\bar{t})}{a_1} \tag{6}$$

式中: $\bar{P}_0 = P \sin(\alpha + \beta) / (kL^2)$ 为冲击载荷  $P$  垂直作用在梁上的量纲一分力。

(4)冲击载荷作用点  $U$  处有位移、转角、弯矩连续条件,即:

$$\bar{y}(0^+, \bar{t}) = \bar{y}(0^-, \bar{t}), \quad \frac{\partial \bar{y}}{\partial x}(0^+, \bar{t}) = \frac{\partial \bar{y}}{\partial x}(0^-, \bar{t}), \quad \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial x^2}(0^+, \bar{t}) = \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial x^2}(0^-, \bar{t}) \tag{7}$$

(5)梁 A、B 端点处还存在一个剪力边界条件,但考虑到其具有非线性,使得方程组难以求解,这里提出用一个简化的线性边界条件来进行替代。通过对 6 边皆为刚性梁的六边形防船撞装置模型进行分析,得到的 A、B 端点处的挠度时间关系,将其作为求解式(2)的边界条件:

$$\bar{y}(-\bar{u}, \bar{t}) = \bar{P}(\bar{t}) \left[ \frac{\cos\beta}{4 \sin\alpha} \left( 1 - \frac{c'_3 e^{\frac{c'_1}{\sqrt{a_1}} \bar{t}}}{c'_3 - c'_1} - c'_1 e^{\frac{c'_3}{\sqrt{a_1}} \bar{t}} \right) + \frac{\sin\beta \cos\alpha}{4(\cos^2\alpha + \mu)} \left( 1 - \frac{c'_4 e^{\frac{c'_2}{\sqrt{a_1}} \bar{t}}}{c'_4 - c'_2} - c'_2 e^{\frac{c'_4}{\sqrt{a_1}} \bar{t}} \right) \right] \tag{8}$$

使用该边界条件对计算结果的影响将在第 2.4 节中讨论。上式中有:

$$\begin{aligned} c'_1 &= -\frac{\bar{\eta} \sin^2\alpha}{2(1 + \mu)} + \sqrt{\left[ \frac{\bar{\eta} \sin^2\alpha}{2(1 + \mu)} \right]^2 - \frac{\sin^2\alpha}{1 + \mu}} \\ c'_2 &= -\frac{\bar{\eta}(\cos^2\alpha + \mu)}{2(1 + \mu)} + \sqrt{\left[ \frac{\bar{\eta}(\cos^2\alpha + \mu)}{2(1 + \mu)} \right]^2 - \frac{\cos^2\alpha + \mu}{1 + \mu}} \\ c'_3 &= -\frac{\bar{\eta} \sin^2\alpha}{2(1 + \mu)} - \sqrt{\left[ \frac{\bar{\eta} \sin^2\alpha}{2(1 + \mu)} \right]^2 - \frac{\sin^2\alpha}{1 + \mu}} \\ c'_4 &= -\frac{\bar{\eta}(\cos^2\alpha + \mu)}{2(1 + \mu)} - \sqrt{\left[ \frac{\bar{\eta}(\cos^2\alpha + \mu)}{2(1 + \mu)} \right]^2 - \frac{\cos^2\alpha + \mu}{1 + \mu}} \end{aligned}$$

### 2.4 速度边界条件

上述分析是建立在施加撞击力边界条件基础上的,但是实际情况下的撞击力是未知且较复杂的,所以进一步分析在速度  $v$  边界条件下装置受到的撞击力。设撞击速度  $v$  作用于梁  $AB$  上,方向指向结构中心  $O$  点。由于抗船撞装置转动角度远小于  $5^\circ$ <sup>[17]</sup>,外钢围难以转动,所以,假定在撞击速度  $v$  作用下外钢围转动角度为零,梁  $AB$  的基本方程不变,因此仅需改变 2.3 节中的边值条件。将冲击载荷作用点  $U$  处的剪力边界条件(6)改为如下的速度边界条件:

$$\frac{\partial \bar{y}(0, \bar{t})}{\partial \bar{t}} = \bar{v}_0(0, \bar{t}) = \bar{v}(\bar{t}) \sin(\alpha + \beta) \tag{9}$$

式中: $\bar{v}_0$ 为撞击速度  $v$  垂直作用在梁上的量纲一分量, $\bar{v}$ 为作用在点  $U$  处的量纲一撞击速度, $\beta$ 为撞击速度与桥梁垂向(图 1 中  $AD$  方向)的夹角。

梁 A、B 端点处的边界条件(8)改为以下剪力边界条件,该剪力边界条件为刚性梁端点 A、B 的剪力差与刚性梁上惯性力、防撞圈反力沿  $y$  轴方向的分力三者平衡,可化为如下形式:

$$\frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{x}^3} (1 - \bar{u}, \bar{t}) - \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial \bar{x}^3} (-\bar{u}, \bar{t}) = I_1 \bar{y}(-\bar{u}, \bar{t}) + I_2 \frac{\partial \bar{y}(-\bar{u}, \bar{t})}{\partial \bar{t}} + I_3 \frac{\partial^2 \bar{y}(-\bar{u}, \bar{t})}{\partial \bar{t}^2} \quad (10)$$

式中:等号右端第 1 项为弹性反力项,第 2 项为黏性反力项,第 3 项为惯性力项。系数  $I_1$ 、 $I_2$ 、 $I_3$  分别为:

$$I_1 = \frac{1}{a_1 \sin(\beta + \alpha)} [\sin(\beta + \alpha) + 4\mu \sin\beta \cos\alpha - 2\sin(\alpha - \beta) \cos(2\alpha)]$$

$$I_2 = \frac{\bar{\eta}}{\sqrt{a_1} \sin(\beta + \alpha)} [\sin(\beta + \alpha) + 4\mu \sin\beta \cos\alpha - 2\sin(\alpha - \beta) \cos(2\alpha)], \quad I_3 = 3 + 4\mu$$

其余初边值条件与式(3)、(4)、(5)、(7)相同。

### 3 方程求解

#### 3.1 拉普拉斯变换

采用 Laplace 变换求解控制方程组,记  $L[y(\bar{t}, \bar{x}), \bar{t} \rightarrow p] = F(p, \bar{x})$ , 其中  $p$  为变换域参数。对式(2)进行 Laplace 变换,得到方程如下式:

$$\frac{d^4 F}{d\bar{x}^4} + \left( p^2 + \frac{\bar{\eta}}{\sqrt{a_1}} p + \frac{1}{a_1} \right) F = 0 \quad (11)$$

对式(11)进行求解,分别得到梁上 AC、BC 段满足该方程的解分别为:

$$F(\bar{x}, p) = B_1 e^{d_1 \bar{b}\bar{x}} + B_2 e^{d_2 \bar{b}\bar{x}} + B_3 e^{-d_1 \bar{b}\bar{x}} + B_4 e^{-d_2 \bar{b}\bar{x}} \quad -\bar{u} < \bar{x} < 0 \quad (12a)$$

$$F(\bar{x}, p) = C_1 e^{d_1 \bar{b}\bar{x}} + C_2 e^{d_2 \bar{b}\bar{x}} + C_3 e^{-d_1 \bar{b}\bar{x}} + C_4 e^{-d_2 \bar{b}\bar{x}} \quad 0 < \bar{x} < 1 - \bar{u} \quad (12b)$$

式中:  $b = \sqrt{p^2 + \frac{\bar{\eta}}{\sqrt{a_1}} p + \frac{1}{a_1}}$ ,  $d_1 = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ ,  $d_2 = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$ , 而  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ 、 $B_4$ 、 $C_1$ 、 $C_2$ 、 $C_3$ 、 $C_4$  为待定系数。

对式(4)~(8)进行 Laplace 变换得到变换域中边界条件,将式(12)代入该条件,得到 8 个关于待定系数的线性方程,求解该方程组可以得到待定系数。8 个关于待定系数的方程分别为:

$$d_2 B_1 + d_1 B_2 - d_2 B_3 - d_1 B_4 - d_2 C_1 - d_1 C_2 + d_2 C_3 + d_1 C_4 = \frac{\bar{P}^*(p) \sin(\alpha + \beta)}{a_1 p b^3} \quad (13a)$$

$$e^{-d_1 \bar{b}\bar{u}} B_1 + e^{-d_2 \bar{b}\bar{u}} B_2 + e^{d_1 \bar{b}\bar{u}} B_3 + e^{d_2 \bar{b}\bar{u}} B_4 = \frac{\bar{P}^* \cos\beta}{4 \sin\alpha} \left( \frac{1}{p} - \frac{c'_2}{c'_2 - c'_1} \frac{1}{p - \frac{c'_1}{\sqrt{a_1}}} + \frac{c'_1}{c'_2 - c'_1} \frac{1}{p - \frac{c'_2}{\sqrt{a_1}}} \right) + \frac{\bar{P}^* \sin\beta \cos\alpha}{4(\cos^2\alpha + \mu)} \left( \frac{1}{p} - \frac{c'_4}{c'_4 - c'_3} \frac{1}{p - \frac{c'_3}{\sqrt{a_1}}} + \frac{c'_3}{c'_4 - c'_3} \frac{1}{p - \frac{c'_4}{\sqrt{a_1}}} \right) \quad (13b)$$

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 - C_1 - C_2 - C_3 - C_4 = 0 \quad (13c)$$

$$d_1 B_1 + d_2 B_2 - d_1 B_3 - d_2 B_4 - d_1 C_1 - d_2 C_2 + d_1 C_3 + d_2 C_4 = 0 \quad (13d)$$

$$B_1 - B_2 + B_3 - B_4 - C_1 + C_2 - C_3 + C_4 = 0 \quad (13e)$$

$$e^{-d_1 \bar{b}(1-\bar{u})} B_1 + e^{-d_2 \bar{b}(1-\bar{u})} B_2 + e^{d_1 \bar{b}(1-\bar{u})} B_3 + e^{d_2 \bar{b}(1-\bar{u})} B_4 - e^{d_1 b(1-\bar{u})} C_1 - e^{d_2 b(1-\bar{u})} C_2 - e^{-d_1 b(1-\bar{u})} C_3 - e^{-d_2 b(1-\bar{u})} C_4 = 0 \quad (13f)$$

$$d_1 e^{-d_1 \bar{b}\bar{u}} B_1 + d_2 e^{-d_2 \bar{b}\bar{u}} B_2 - d_1 e^{d_1 \bar{b}\bar{u}} B_3 - d_2 e^{d_2 \bar{b}\bar{u}} B_4 = 0 \quad (13g)$$

$$d_1 e^{d_1 b(1-\bar{u})} C_1 + d_2 e^{d_2 b(1-\bar{u})} C_2 - d_1 e^{-d_1 b(1-\bar{u})} C_3 - d_2 e^{-d_2 b(1-\bar{u})} C_4 = 0 \quad (13h)$$

式中:  $\bar{P}^*(p) = L[\bar{P}(\bar{t})]$ 。求解该待定系数方程组,将解得的待定系数代入式(12),则得到在冲击载荷  $P$  作用下梁上 AC、BC 段挠度在 Laplace 域中的变换解。

对撞击速度  $v$  作用在梁上的情况,仅需将上述待定系数方程组中式(13a)、(13b)分别改为:

$$B_1 + B_2 + B_3 + B_4 = \frac{1}{p}V(p)\sin(\alpha + \beta) \tag{14a}$$

$$B_1(d_2b^3 - I_1 - I_2p - I_3p^2)e^{-d_1b\bar{u}} + B_2(d_1b^3 - I_1 - I_2p - I_3p^2)e^{-d_2b\bar{u}} - B_3(d_2b^3 + I_1 + I_2p + I_3p^2)e^{d_1b\bar{u}} - B_4(d_1b^3 + I_1 + I_2p + I_3p^2)e^{d_2b\bar{u}} - C_1d_2b^3e^{d_1b(1-\bar{u})} - C_2d_1b^3e^{d_2b(1-\bar{u})} + C_3d_2b^3e^{-d_1b(1-\bar{u})} + C_4d_1b^3e^{-d_2b(1-\bar{u})} = 0 \tag{14b}$$

式中: $V(p)=L[\bar{v}(\bar{t})]$ 。求解该待定系数方程组,将解得的待定系数代入式(12),则得到撞击速度  $v$  作用下梁上 AC、BC 段挠度在 Laplace 域中的变换解。

### 3.2 拉普拉斯逆变换

由于得到的变换解形式过于复杂,难以通过解析方法对其进行逆变换,仅能通过数值逆变换方法进行求解。采用 Fourier-Euler(FE)逆变换算法<sup>[20]</sup>,调用 FE 算法的 Mathematic 函数对得到的式(12)进行数值逆变换,直接得到无量化挠度  $\bar{y}(\bar{x}, \bar{t})$  的具体数值。

## 4 等效抗弯刚度分析

主要分析在计及装置惯性力和防撞圈黏性力下外钢围抗弯刚度对外钢围动态响应的影响,取冲击载荷为不考虑卸载的脉冲载荷  $F(t) = qH(t)$ ,  $H(t)$  为阶跃函数,冲击载荷时程关系如图 3 所示。

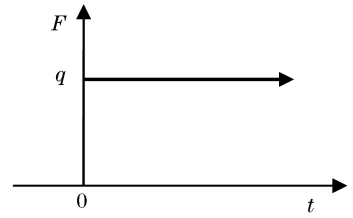


图 3 冲击载荷  
Fig. 3 Impact load

根据第 3 节中的计算,绘制在不同量纲一黏性系数下,等效抗弯刚度  $a_1$  分别取 0.050、0.100、0.200、0.500、1.000 时,外钢围上冲击载荷作用点 U、梁 AB 端点处的量纲一挠度时间曲线,以及两点的量纲一挠度差时间曲线(U 点处量纲一挠度减去梁端点处量纲一挠度)。取外钢围结构角  $\alpha = 30^\circ$ ,外钢围结构参数  $\mu = 0.4$ ,冲击载荷角度  $\beta = 10^\circ$ ,量纲一冲击载荷  $q = 1$ 。

取量纲一黏性系数  $\bar{\eta} = 0$ ,在冲击载荷作用点 U 处量纲一挠度时间曲线如图 4 所示,在梁 AB 端点处量纲一挠度时间曲线如图 5 所示,相应两点量纲一挠度差时间曲线如图 6 所示。

取量纲一黏性系数  $\bar{\eta} = 0.2$ ,在冲击载荷作用点 U 处量纲一挠度时间曲线如图 7 所示,在梁 AB 端点处量纲一挠度时间曲线如图 8 所示,相应两点量纲一挠度差时间曲线如图 9 所示。

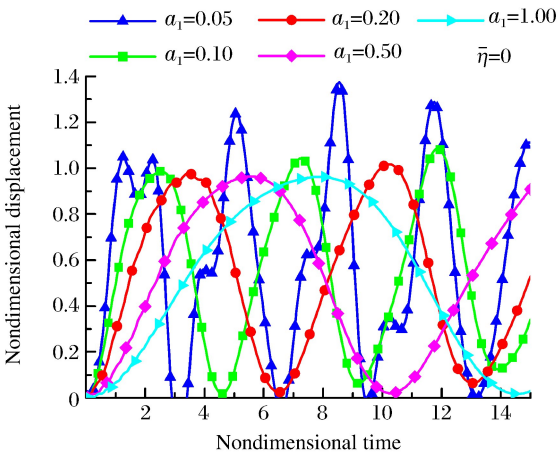


图 4 冲击载荷作用点 U 处量纲一挠度时间曲线  
Fig. 4 Nondimensional deflection histories at the loading point U

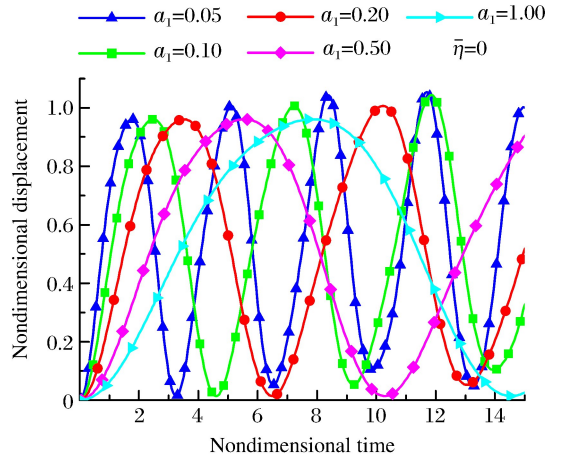


图 5 梁 AB 端点处量纲一挠度时间曲线  
Fig. 5 Nondimensional deflection histories at the end of the beam AB

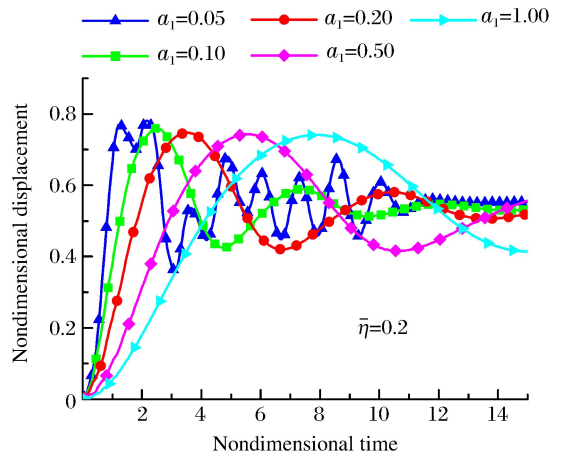
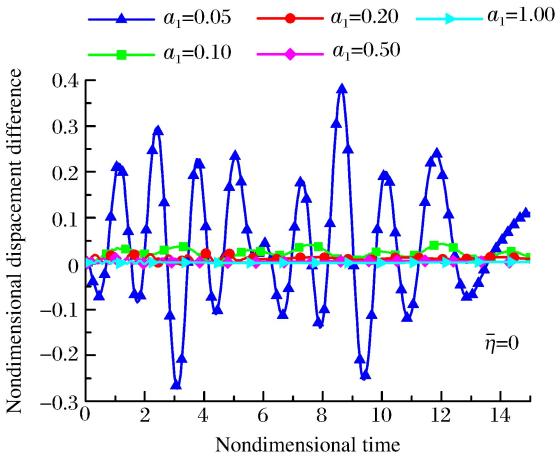


图 6 相应图 4~5 中两点量纲一挠度差时间曲线

图 7 冲击载荷作用点 U 处量纲一挠度时间曲线

Fig. 6 Nondimensional deflection difference histories corresponding to two points in Fig. 4-5

Fig. 7 Nondimensional deflection histories at the loading point U

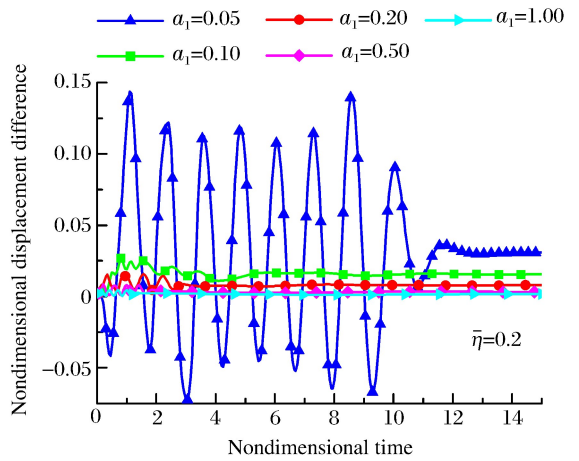
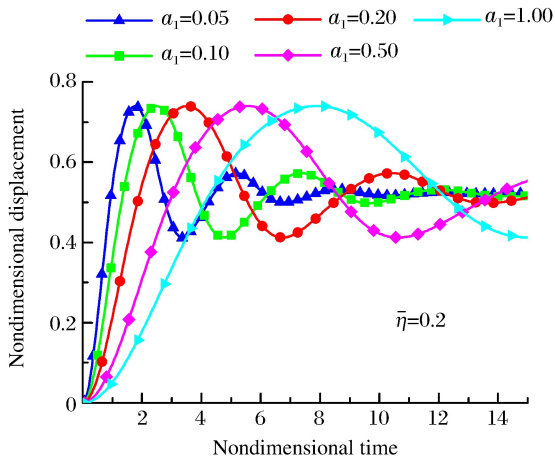


图 8 梁 AB 端点处量纲一挠度时间曲线

图 9 相应图 7 和 8 中两点量纲一挠度差时间曲线

Fig. 8 Nondimensional deflection histories at the end of the beam AB

Fig. 9 Nondimensional deflection difference histories corresponding to two points in Fig. 7-8

通过观察分析上述计算结果得出：

(1)由图 4、5 可知，在不考虑黏性的情况下，梁 AB 做无衰减振动。

(2)在 2.3 节中梁 AB 端点的边界条件采用简化的式(8)，仅当  $a_1$  较大时，该简化近似的线性边界条件符合实际情况；而当  $a_1$  较小时，计算结果将与实际情况产生较大偏差。因此，等效抗弯刚度临界值是本文研究的关键，当外钢围等效抗弯刚度大于该临界值，该外钢围在冲击载荷作用下可以近似视为刚性的，从而简化的边界条件式(8)能够真实刻画梁端点的实际运动。

(3)图 4 中，随着  $a_1$  的增大，梁 AB 端点处振幅几乎无变化；而在图 5 中， $a_1$  较小时，U 点处振幅较大，随着  $a_1$  的增大，U 点处的振幅减小并接近梁 AB 端点处的振幅。 $a_1 \geq 0.200$  时，U 点处振幅已接近于定值，可以近似认为此时外钢围抗弯刚度远大于防撞圈柔性基础的刚度，外钢围结构表现为刚性。

(4)由图 4、5 可知，随着  $a_1$  的增大，梁 AB 端点和 U 点处量纲一振动频率逐渐减小。根据 2.2 节，特征时间  $T$  与  $\sqrt{a_1}$  成反比。根据换算得到，当  $a_1 \geq 0.200$  时，梁 AB 端点和 U 点处的实际频率基本保持一致。这也说明当  $a_1$  较大 ( $\geq 0.200$ ) 时，外钢围振动频率更多地与结构参数、防撞圈的分布相关，而与外钢围抗弯刚度关系较小。当  $a_1 < 0.200$  时，由于边界条件式(8)引起的误差较大，所以导致量纲一

频率随等效抗弯刚度的增大而减小。

(5)由图 6 可知,当  $a_1$  较小时,量纲一挠度差较大;随着  $a_1$  的增大,量纲一挠度差逐渐减小。当  $a_1 \geq 0.200$  时,量纲一挠度差已较小,可忽略不计。可以认为在不考虑黏性的情况下,外刚围结构的临界等效抗弯刚度为 0.200。

(6)由图 7、8 可知,在考虑有黏性的情况下,梁 AB 做有衰减的振动。由图 9 可知,仍然是当  $a_1 \geq 0.200$  时,量纲一挠度差较小,可以忽略不计。可以认为在考虑黏性的情况下,取外刚围结构的临界等效抗弯刚度仍为 0.200 是合理的。

(7)上述(3)~(6)点表明, $a_1 \geq 0.200$  时,采用简化的边界条件式(8)所产生的误差是可以忽略的。

### 5 速度边界条件下撞击力分析

为确定外钢围抗弯刚度对其承受撞击力的影响,分析在速度边界条件下外钢围受到的反力。取撞击速度  $v$  与时间  $t$  呈线性关系即  $\bar{v}(\bar{t}) = \bar{v}_0(1 - \bar{t}/\bar{t}_0)$ ,  $\bar{v}_0$  为量纲一初始速度,  $\bar{t}_0$  为量纲一撞击持续时间。取外钢围结构角  $\alpha = 30^\circ$ , 外钢围结构参数  $\mu = 0.4$ , 撞击速度角度  $\beta = 10^\circ$ , 量纲一初始速度  $\bar{v}_0 = 1$ 、量纲一撞击持续时间  $\bar{t}_0 = 15$ , 等效抗弯刚度  $a_1$  分别取 0.05、0.100、0.200、0.500、1.00 时,根据计算得到撞击作用点 U 处量纲一挠度时间曲线如图 10 中实线所示,梁 AB 端点处量纲一挠度时间曲线如图 10 中虚线及点画线所示,外钢围量纲一反力时间曲线如图 11 所示。

图 10 表明,随着量纲一速度减小到 0,U 点和梁 AB 端点处的量纲一挠度达到最大值。因为速度边界条件式(9)约束了 U 点处的量纲一速度,该点的量纲一挠度时间关系不随  $a_1$  的改变而改变;而梁 AB 端点处的量纲一挠度随着  $a_1$  的增大而增大,在  $a_1 < 0.200$  时表现的尤为明显,但当  $a_1 \geq 0.2$  时,其差别逐渐减小,并逐渐接近 U 点处量纲一挠度。说明  $a_1$  的增大使得梁 AB 的变形减小,导致外钢围刚性段发生更大的位移。

由图 11 可看出,当  $a_1 < 0.200$  时,量纲一反力同样随着  $a_1$  的增大而增大,在撞击点处量纲一挠度相同的情况下,量纲一反力更大则说明抗船撞装置的防撞能力更强, $a_1$  的增大提升了装置的防撞能力。当  $a_1 \geq 0.200$  时,量纲一反力曲线已经十分接近,说明此时已难以再通过增大  $a_1$  来提升抗船撞装置的防撞能力,也验证了上节的结论。

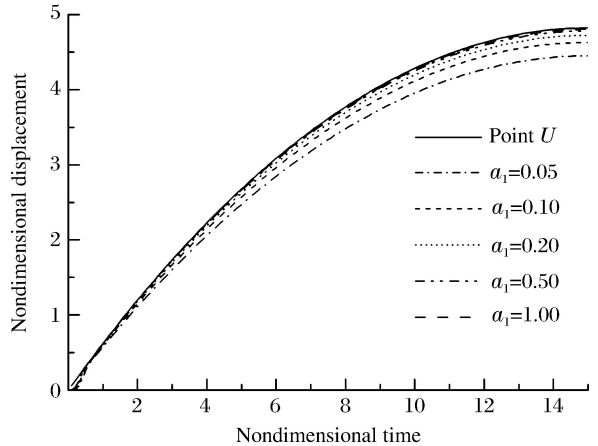


图 10 量纲一挠度时间曲线

Fig. 10 Nondimensional deflection histories

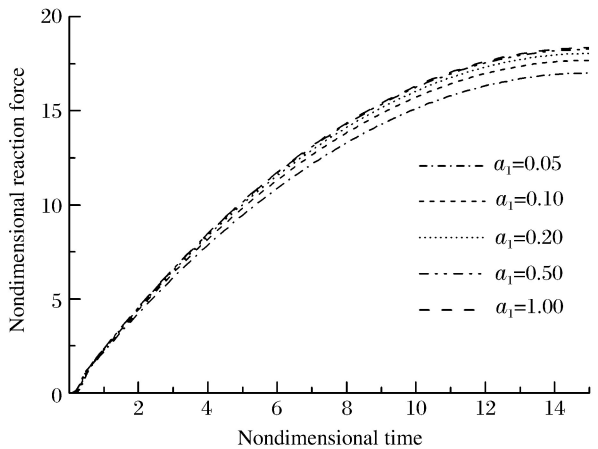


图 11 量纲一反力时间曲线

Fig. 11 Nondimensional reaction force histories

## 6 结 论

通过建立一个由六边形梁结构及防撞圈构成的桥墩柔性抗船撞装置模型,得到了装置模型在冲击载荷作用下,六边形梁的动力学方程及相应的初边值条件。通过对该方程进行 Laplace 变换以及数值 Laplace 逆变换进行求解,得到外钢围在冲击载荷作用下的动态响应。通过对比不同工况下的计算结果,进一步分析了抗弯刚度对外钢围的动态响应和承受撞击力性能的影响。

在考虑惯性力和防撞圈黏性效应的基础上,外钢围结构的临界等效抗弯刚度为 0.200,当外钢围结构等效抗弯刚度达到该临界值后,在冲击载荷的作用下可以近似为刚性。因此,建议在实际工程应用中,设计抗船撞装置外钢围抗弯刚度为  $EI=0.2kL^4$ ,就能够有效地发挥抗船撞装置的防护功能,从而更好地达到保护大桥和船舶的设防目的。

### 参考文献:

- [1] Larry D, Olson P E. Dynamic bridge substructure evaluation and monitoring; FHWA-RD-03-09[R]. 2005.
- [2] Whitney M W, Harik I E, Griffin J J, et al. Barge collision design of highway bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 1996,1(2):47-58.
- [3] Consolazio G, Davidson M T, Cowan D R. Barge bow force-deformation relationships for barge-bridge collision analysis[J]. Journal of the Transportation Research Board, 2009(2131):3-14.
- [4] Park W, Lim J H, Koh H M. Vessel collision design method for long-span bridges[C]//IABSE Symposium Report. International Association for Bridge and Structural Engineering, 2013,101(13):1-7.
- [5] 项海帆,范立础,王君杰. 船撞桥设计理论的现状与需进一步研究的问题[J]. 同济大学学报(自然科学版),2002,30(4):386-392.  
Xiang Haifan, Fan Lichu, Wang Junjie. State of art of ship collision design for bridges and future research[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2002,30(4):386-392.
- [6] 王礼立,杨黎明,周风华. 强动载荷下结构的柔性防护和刚性防护[J]. 爆炸与冲击,2009,29(4):337-344.  
Wang Lili, Yang Liming, Zhou Fenghua. On flexible protection and stiff protection for structure safety under explosive/impact loading[J]. Explosion and Shock Waves, 2009,29(4):337-344.
- [7] 耿波. 桥梁船撞安全评估[D]. 上海:同济大学,2007:52-53.  
Geng Bo. Safety assessment of bridges due to vessels impact[D]. Shanghai: Tongji University, 2007:52-53.
- [8] American Association of State Highway and Transportation Officials. Guide specifications and commentary for vessel collision design of highway bridges[M]. 2ed. Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2009:1-2.
- [9] 张海明,曹映泓,段乃民,等. 湛江海湾大桥主墩防撞设施结构设计[J]. 中外公路,2006(5):82-84.
- [10] Patsch A, Gerbaudo C F, Prato C A. Analysis and testing of piles for ship impact defenses[J]. Journal of Bridge Engineering, 2002,7(4):236-244.
- [11] Svensson H. Protection of bridge piers against ship collision[J]. Steel Construction, 2009,2(1):21-32.
- [12] Wang Lili, Yang Liming, Huang Dejin, et al. An impact dynamics analysis on a new crashworthy device against ship-bridge collision[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008,35(8):895-904.
- [13] Consolazio G R, Cowan D R. Nonlinear analysis of barge crush behavior and its relationship to impact resistant bridge design[J]. Computers and Structures, 2003,81(8):547-557.
- [14] Liu Jiancheng, Gu Yongning. Simulation of ship-bridge head-on collision based on finite element model of whole ship-bridge[J]. Engineering Mechanics, 2003,20(5):155-162.
- [15] 潘晋,吴卫国,王德禹,等. 船-桥墩防护装置碰撞的有限元仿真[J]. 武汉理工大学学报(交通科学与工程版), 2005,29(2):178-181.  
Pan Jin, Wu Weiguo, Wang Deyu, et al. Finite element simulation to the collision between ship and anti-collision equipment[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Transportation Science and Engineering), 2005,29(2):178-181.



- [16] Gary R C, David R C. Numerically efficient dynamic analysis of barge collisions with bridge piers[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2005,131(8):1256-1266.
- [17] 杨峰,杨黎明. 桥墩柔性防撞装置的静力学模型研究[J]. *固体力学学报*, 2011,32(S1):399-405.  
Yang Feng, Yang Liming. Research on the statics model of the crashworthy device for the bridge pile[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2011,32(S1):399-405.
- [18] 王礼立. 爆炸与冲击载荷下结构和材料动态响应研究的新进展[J]. *爆炸与冲击*, 2001,21(2):81-88.  
Wang Lili. Progress in studies on dynamic response of structures and materials under explosive/impact loading [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2001,21(2):81-88.
- [19] 范钦珊,殷雅俊,唐靖林. 材料力学[M]. 3版. 北京:清华大学出版社,2014:152-153.
- [20] Montella C, Diard J P. New approach of electrochemical systems dynamics in the time-domain under small-signal conditions: I; A family of algorithms based on numerical inversion of Laplace transforms[J]. *Journal of Electroanalytical Chemistry*, 2008,623(1):29-40.

## Equivalent bending stiffness of a hexagonal flexible crashworthy device for bridge piers

Wang Shuo, Yang Liming

(*Department of Mechanics, Ningbo University, Ningbo 351211, Zhejiang, China*)

**Abstract:** An analytical model is established to study the flexible crashworthy device which is developed independently in China. The model is composed of a distributed springs linking and supporting two hexagonal-shape box-beam structures that encircle the bridge pier. The governing equation together with adequate boundary conditions and initial conditions is deduced for the outer beam under dynamic impact loading. This governing equation is solved by the method of Laplace transform and the numerical inverse Laplace transform to get the dynamic response of the outer beam. The influence of the equivalent bending stiffness on the dynamic response of the outer beam is analyzed, and the critical equivalent bending stiffness is obtained. When the equivalent bending stiffness of the outer beam is more than the critical value, the beam can be considered as a rigid one under impact load.

**Keywords:** flexible crashworthy device; impact load; Laplace transform; equivalent bending stiffness; dynamic response

(责任编辑 张凌云)