

文章编号: 1001-1455(2005)01-0017-09

应力波在用 SHPB 研究材料动态本构特性中的重要作用*

王礼立^{1,2}, 王永刚^{1,2}

(1. 宁波大学材料科学与力学研究中心, 浙江 宁波 315211;

2. 中国工程物理研究院流体物理研究所冲击波物理与爆轰物理实验室, 四川 绵阳 621900)

摘要: 在材料动态本构关系的研究中, 不论是由波传播信息反求材料本构关系, 即所谓解第二类反问题, 还是利用应力波效应和应变率效应解耦的方法(如 SHPB 技术), 应力波传播实际上都起着关键作用。在一般性讨论的基础上, 就 SHPB 试验技术分析了应力波传播如何影响材料动态本构特性的有效确定。对于应力/应变沿试件长度均匀分布假定以及一维应力波假定, 着重进行了分析。

关键词: 爆炸力学; 应力波传播; SHPB; 材料动态本构特性; 爆炸/冲击载荷; 应变率效应

中图分类号: O347.1

国标学科代码: 130·3520

文献标志码: A

1 引言

研究材料和结构在爆炸/冲击载荷下的动态响应时, 问题的复杂性通常可归结于最基本的两类动态效应: 惯性效应和应变率效应。实质上, 前者可归结为对各种形式的、精确或简化的应力波传播的研究, 由此大大促进了结构动力学的发展; 而后者可归结为对材料力学行为的应变率相关性及其相耦合的各种力学响应的研究, 由此大大促进了材料动力学的发展。

然而, 应力波效应和应变率效应又互相联系、互相影响、互相依赖、互相耦合, 使问题变得更加复杂。事实上, 一方面, 在应力波传播的研究中, 材料动态本构方程是组成整个问题基本控制方程组所不可缺少的部分; 换言之, 对波传播的研究是以已知材料动态本构关系为前提的; 而另一方面, 在进行材料高应变率下动态本构关系的试验时, 又必须涉及试验装置中和试件中应力波传播及相互作用; 换言之, 材料动态响应的研究中又要依靠所试验材料中应力波传播的知识来分析。于是, 在对这两类动态效应的研究中, 就遇到了“狗咬尾巴”或者“先有鸡蛋还是先有鸡”的怪圈。

如何解决这一怪圈难题呢? 就材料动态本构关系的研究而言, 目前最常用的方法有两类。第一类是把试件设计成易于进行应力波传播分析的简单结构, 在已知的爆炸/冲击载荷(初边条件)下, 测量波传播信息或其残留下来的后果(如残余变形分布等), 由此来反推材料的动态本构关系。例如: Taylor 杆冲击试验残余变形法, 长杆的波传播法, 以及气炮平板撞击的波传播法等。这些都从原理上归属于由波传播信息反求材料本构关系, 即所谓解第二类反问题。第二类是设法在试验中把应力波效应和应变率效应解耦。其中, 最典型并应用最广泛的就是分离式 Hopkinson 压杆(SHPB)试验。其巧妙之处在于: 一方面, 对于同时具有冲击加载和动态测量双重作用的入射杆和透射杆, 由于始终处于一维应力弹性状态, 允许忽略应变率效应而只计应力波的传播; 另一方面, 夹在入射杆和透射杆之间的试件由于长度足够短, 使应力波在试件两端间传播所需时间与加载总历时相比小得足以可把试件视为处于均匀变形状态, 从而允许忽略试件中的应力波效应, 而只计其应变率效应。这样, 压杆和试件中的应力波效应和应变率效应都解耦了, 试件材料力学响应的应变率相关性可以通过弹性杆中应力波传播的信息来确定。对于试件而言, 这相当于高应变率下的准静态试验; 而对于压杆而言, 这相当于由波传播信息反求相邻短试件材料的动态本构响应。

由此可见, 不论用第一类方法还是第二类方法来研究材料动态本构特性, 应力波传播的分析都起着关键作用。这是与准静态试验最大的区别所在, 并且随着对材料动态特性研究的要求的提高, 又不断地提出了新问题。

本文中主要就 SHPB 技术与应力波传播有关的几个值得重视的问题作进一步讨论。

* 收稿日期: 2004-03-02; 修回日期: 2004-07-07

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(10032010); 中国工程物理研究院科研合作基金项目

作者简介: 王礼立(1934—), 男, 教授, 博士生导师。

2 应力波效应和应变率效应的解耦

一定条件下,应力波效应和应变率效应可以解耦。以这类方法研究材料动态力学响应时,要注意保证解耦条件及其相关基本假定成立的前提。就 H. Kolsky^[1]创建的 SHPB 技术而言,一般可归纳为应满足三个基本条件:(1)入射波的升时 t_r 足够小(例如 $t_r < 10 \mu\text{s}$)以实现高应变率试验条件;(2)杆径与波长相比足够细,以满足一维应力波的假定;(3)试件足够短,以满足应力/应变沿其长度均匀分布(以下简称均匀化)的假定。下面从应力波理论出发^[2~3],分析这三个基本要求的具体体现,以及如何满足这三个基本要求。否则,SHPB 试验结果的有效性就值得怀疑了。

如所熟知,典型的 SHPB 装置见图 1,其中撞击杆(子弹)、输入杆(入射杆)和输出杆(透射杆)均要求处于弹性状态,且一般具有相同的直径和材质,即其弹性模量 E ,波速 c_0 和波阻抗 $\rho_0 c_0$ 均相同。试验时,短试样夹置在输入杆和输出杆之间。当压缩气枪驱动撞击杆以速度 v^* 撞击输入杆时,产生入射脉冲载荷 $\sigma_I(t)$,其幅值($\rho c v^*/2$)可藉调节撞击速度 v^* 来控制,而其历时($2L_0/c$)可藉调节撞击杆长度 L_0 来控制。短试件在入射脉冲加载下高速变形,与此同时向输入杆传播反射波 $\sigma_R(t)$ 和向输出杆传播透射波 $\sigma_T(t)$ 。不同试件材料的不同动态力学行为正是通过 $\sigma_R(t)$ 和 $\sigma_T(t)$ 来反映的。这些脉冲信息由贴在压杆上的电阻应变片-超动态应变仪-瞬态波形存储器等组成的测量系统记录;而子弹速度 v^* 则由平行聚光源-光电管-放大电路-时间间隔仪组成的测速系统测知。当透射脉冲从吸收杆自由端反射时,吸收杆将带着陷入其中的透射脉冲的动量飞离(并通过撞击阻尼器最终耗尽能量),从而可使输出杆在透射波通过后保持静止。

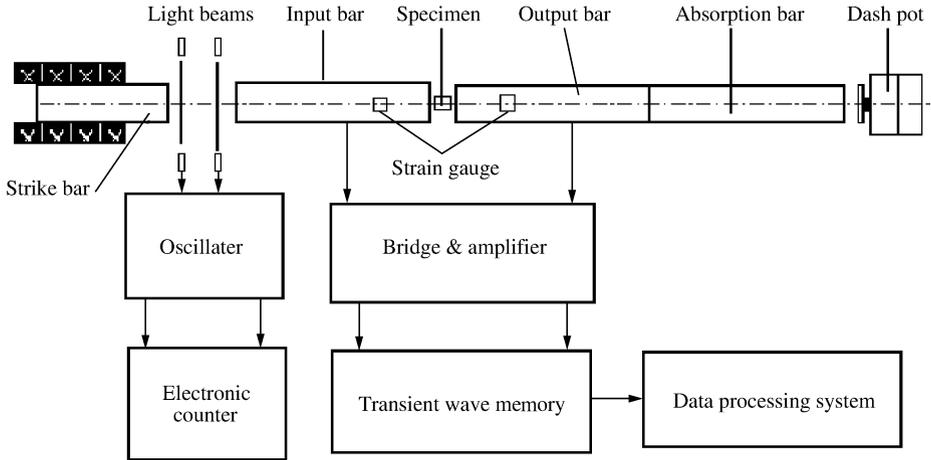


图 1 SHPB 装置的示意图

Fig. 1 Schematics of split Hopkinson pressure bar (SHPB)

在满足一维应力波假定的条件下,一旦测得试样与输入杆界面 X_1 处的应力 $\sigma(X_1, t)$ 和质点速度 $v(X_1, t)$,以及试样与输出杆界面 X_2 处的应力 $\sigma(X_2, t)$ 和质点速度 $v(X_2, t)$,就可确定试样材料的应力 $\sigma_s(t)$,应变率 $\dot{\epsilon}_s(t)$ 和应变 $\epsilon_s(t)$

$$\begin{cases} \sigma_s(t) = A [\sigma(X_1, t) + \sigma(X_2, t)] / (2A_s) = A [\sigma_I(X_1, t) + \sigma_R(X_1, t) + \sigma_T(X_2, t)] / (2A_s) \\ \dot{\epsilon}_s(t) = [v(X_2, t) - v(X_1, t)] / l_s = [v_T(X_2, t) - v_I(X_1, t) - v_R(X_1, t)] / l_s \\ \epsilon_s(t) = \int_0^t \dot{\epsilon}_s(t) dt = \frac{1}{l_s} \int_0^t [v_T(X_2, t) - v_I(X_1, t) - v_R(X_1, t)] dt \end{cases} \quad (1)$$

式中: A 是压杆截面积, A_s 是试件截面积, l_s 是试件长度。这里的试件应力、应变率和应变都是指试件两端各值的平均值。实际上已经隐含了均匀性假定。所以,这三个基本关系式的建立,已经是以一维应力波和均匀性假定为前提的。

上述三式的等号右端所包含的待测量是应力或质点速度,他们都不如应变易测。在弹性压杆情况下,由一维弹性波理论知,应力和质点速度都与应变存在线性关系

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma(X_1, t) = \sigma_I(X_1, t) + \sigma_R(X_1, t) = E [\epsilon_I(X_1, t) + \epsilon_R(X_1, t)] \\ \sigma_2 = \sigma(X_2, t) = \sigma_T(X_2, t) = E \epsilon_T(X_2, t) \\ v_1 = v(X_1, t) = v_I(X_1, t) + v_R(X_1, t) = c_0 [\epsilon_I(X_1, t) - \epsilon_R(X_1, t)] \\ v_2 = v(X_2, t) = v_T(X_2, t) = c_0 \epsilon_T(X_2, t) \end{cases} \quad (2)$$

于是问题转化为如何测知界面 X_1 处入射应变波 $\epsilon_I(X_1, t)$ 和反射应变波 $\epsilon_R(X_1, t)$,以及界面 X_2 处透射应变波 $\epsilon_T(X_2, t)$ 。最后,利用一维应力波在细长杆中传播时无畸变的特性,界面 X_1 处的入射应变波 $\epsilon_I(X_1, t)$ 和反射应变波 $\epsilon_R(X_1, t)$ 就可以由粘贴在入射杆 X_{G_1} 处的应变片 G_1 所测入射应变信号 $\epsilon_I(X_{G_1}, t)$ 和反射应变波 $\epsilon_R(X_{G_1}, t)$ 来代

替,而界面 X_2 处的透射应变波 $\epsilon_T(X_2, t)$ 可以由粘贴在透射杆 X_{G_2} 处的应变片 G_2 所测应变信号 $\epsilon_T(X_{G_2}, t)$ 来代替。这样,以弹性压杆中波传播满足一维应力波为前提,由应变片 G_1 和 G_2 所测信号即可确定试样的动态应力 $\sigma_S(t)$ 和应变 $\epsilon_S(t)$

$$\begin{cases} \sigma_S(t) = \frac{EA}{A_S} \epsilon_T(X_{G_2}, t) = \frac{EA}{A_S} [\epsilon_1(X_{G_1}, t) + \epsilon_R(X_{G_1}, t)] \\ \epsilon_S(t) = -\frac{2c_0}{l_S} \int_0^t \epsilon_R(X_{G_1}, t) dt = \frac{2c_0}{l_S} \int_0^t [\epsilon_1(X_{G_1}, t) - \epsilon_T(X_{G_2}, t)] dt \end{cases} \quad (3)$$

当然,在 X_1 和 X_2 界面处分别向输入杆和输出杆传播反射波和透射波的过程中,应力波也同时在试件内部不断地在界面 X_1 和 X_2 之间往返传播。在应力波刚在试件中传播的早期,试件中应力分布不均匀;但如果试件足够短,试件中应力/应变分布将很快地趋于均匀化,从而允许忽略试件中的应力波效应,满足均匀化假定,即有 $\sigma_1 = \sigma_2$, 或再按一维应力波理论有 $\sigma_1 + \sigma_R = \sigma_T, \epsilon_1 + \epsilon_R = \epsilon_T$ 。于是,在所测的入射应变波 $\epsilon_1(X_{G_1}, t)$, 反射应变波 $\epsilon_R(X_{G_1}, t)$ 和透射应变波 $\epsilon_T(X_2, t)$ 中,实际上只要任取两个,就足以从式(3)确定试样的动态应力 $\sigma_S(t)$ 和应变 $\epsilon_S(t)$ 。消去时间参数 t , 就得到试件材料在冲击载荷下的动态应力应变曲线 $\sigma_S \sim \epsilon_S$ 。

由上述分析可知,在一维应力波假定和均匀性假定下, SHPB 技术巧妙地把应力波效应和应变率效应解耦了。在试验中,通过控制撞击速度,产生升时 t_r 足够短(一般 $t_r < 10 \mu s$) 的入射脉冲,就可以达到在高应变率下研究试件材料动态应力应变关系的目的。

对于大多数金属材料,传统的 SHPB 技术基本上已能满足上述前提而获得成功。但在不断涌现的新材料面前,特别是在材料很脆(很小应变下破坏)、波阻抗很低、粘性高和材料高度非均质等情况下,带来了一系列新问题,向 SHPB 技术提出了新的挑战。最为突出的问题主要:(1)对于固体火箭燃料和泡沫材料等软材料,由于试件波阻抗低,不仅会造成透射波信号太弱,影响测量精度,而且还会影响甚至破坏均匀化假定;(2)对于波阻抗既低、又表现脆性的材料,由于来不及在试件破坏前达到均匀化要求,会使整个试验丧失有效性;(3)对于非均质材料如混凝土和多孔泡沫等,除了存在与均匀化要求有关的问题外,还由于不得不采用大直径的压杆,从而引入横向惯性效应,会破坏一维应力波基本假定等。

下面先来分析一下影响均匀化假定的主要因素。

3 试件沿长度应力分布均匀化过程的波分析

首先设想,试件一旦受到入射脉冲的加载,如果能在试件尚处于弹性小变形的情况下,愈早实现均匀化,则愈理想。因此,在下面的分析中,设想图 1 所示的输入杆-试件-输出杆系统均处于弹性状态;并不失其普遍性,再设想压杆和试件的截面积 A 相同,则弹性波在输入杆-试件-输出杆系统中的反射-透射将首先取决于压杆的弹性波阻抗 $(\rho c)_B$ 和试件的弹性波阻抗 $(\rho c)_S$ (如果压杆和试件的截面积 A 不同,则只需代之以广义波阻抗 $\rho c A$ 即可)。这样,由一维弹性波在不同介质界面的反射-透射理论^[2-3]知,反射扰动 $\Delta\sigma_R$ 和透射扰动 $\Delta\sigma_T$ 与入射扰动 $\Delta\sigma_1$ 之间有如下关系

$$\begin{cases} \Delta\sigma_R = F\Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_T = T\Delta\sigma_1 \end{cases} \quad (4)$$

式中:反射系数 $F = (1 - n)/(1 + n)$, 透射系数 $T = 2/(1 + n)$, 而 n 为入射介质波阻抗与透射介质波阻抗之比。在图 1 所示 SHPB 情况下,对输入杆-试件而言, $n = (\rho c)_B/(\rho c)_S$; 而对于试件-输出杆而言,恰为其倒数,记作 $\beta = 1/n = (\rho c)_S/(\rho c)_B$ 。

于是,运用一维弹性波分析,不难在物理平面 ($X-t$ 平面) 和速度平面 ($\sigma-v$ 平面) 上对应地确定输入杆-试件-输出杆系统中弹性波的反射-透射过程,以及各阶段的应力 σ 和质点速度 v 状态,见图 2。此处,已设子弹以速度 v_0 撞击输入杆,因而产生幅值 $\sigma_A = -(\rho c)_B v_0/2$ 的强间断弹性波(矩形波阵面)。

这样,根据式(4),当输入杆中以弹性波速 c_B 传播的入射波 σ_A 到达界面 X_1 时,发生第 1 次透射-反射,透射波以弹性波速 c_S 传入试件,引起的应力强间断扰动(对应于图 2(a) 中 1 区) $\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - 0 = T_{B-S}\sigma_A$, 式中透射因数 $T_{B-S} = 2/(1 + n) = 2\beta/(1 + \beta)$, 其下标 B-S 特指应力波由杆介质 B 传入试件介质 S。

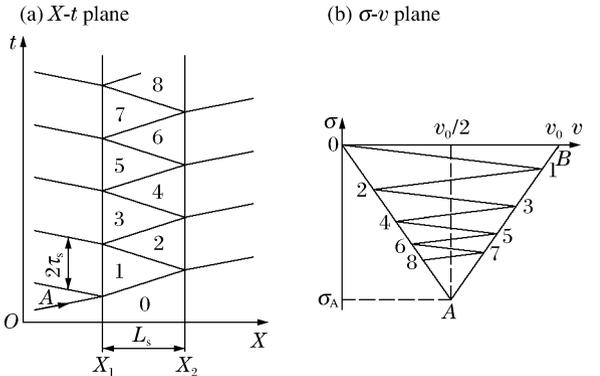


图 2 输入杆-试件-输出杆系统中弹性波反射-透射过程
Fig. 2 The reflected-transmitted process of elastic waves between input bar-specimen-output bar

经过 $\tau_s = l_s/c_s$ 时间后 (l_s 为试件长度), 在界面 X_2 处再次发生波的透射-反射。按式(4), 传回试件的反射应力强间断扰动 $\Delta\sigma_2 = \sigma_2 - \sigma_1 = F_{S-B}\Delta\sigma_1$, 式中反射因数 $F_{S-B} = (1-\beta)/(1+\beta)$, 其下标 S-B 特指应力波由试件介质 S 传入杆介质 B。显然, T_{B-S} 与 F_{S-B} 之间有关系: $T_{B-S} = 1 - F_{S-B}$ 。

反射波传回到界面 X_1 时, 发生第 3 次透射-反射, 在试件中引起的应力强间断扰动

$$\Delta\sigma_3 = \sigma_3 - \sigma_2 = F_{S-B}\Delta\sigma_2 = F_{S-B}^2\Delta\sigma_1$$

依次类推, 第 k 次透射-反射后的应力强间断扰动

$$\Delta\sigma_k = \sigma_k - \sigma_{k-1} = F_{S-B}\Delta\sigma_{k-1} = F_{S-B}^{k-1}\Delta\sigma_1 \quad (5)$$

而第 k 次透射-反射后, k 区(见图 2)的最终应力状态 σ_k 则为

$$\sigma_k = \sum_{i=1}^k \Delta\sigma_i = (1 + F_{S-B} + F_{S-B}^2 + F_{S-B}^3 + \cdots + F_{S-B}^{k-1})\Delta\sigma_1 \quad (6)$$

利用如下的二项式展开

$$1 - x^k = (1-x)(1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{k-1})$$

并计及 T_{B-S} 与 F_{S-B} 间的关系, 及其以 β 表达的形式, 式(6)最终可写为

$$\sigma_k = \frac{1 - F_{S-B}^k}{1 - F_{S-B}} \Delta\sigma_1 = \frac{1 - F_{S-B}^k}{1 - F_{S-B}} T_{B-S} \sigma_A = (1 - F_{S-B}^k) \sigma_A = \left[1 - \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^k \right] \sigma_A$$

这说明, 试件中经来回透射-反射 k 次后的应力 σ_k 既取决于次数 k , 也取决于试件波阻抗与压杆波阻抗之比 β 。注意, 次数 k 实际上也等于无量纲时间 $\bar{t} = t/\tau_s = tc_s/l_s$ 。

对于给定的 β 值, 当 k 取偶数值时(见图 2), 式(6)给出界面 X_2 处的透射区应力随透-反射次数 k 或无量纲时间 \bar{t} (tc_s/l_s) 的变化; 而当 k 取奇数值时, 式(6)则给出界面 X_1 处的反射区应力随透-反射次数 k 或无量纲时间 \bar{t} 的变化。例如当 $\beta=1/10$ 时, 由式(6)计算的无量纲应力 σ/σ_A 随 k 的变化曲线在 X_1 和 X_2 处如图 3 所示。两者都随时间 \bar{t} (即次数 k) 的增加而逐渐趋于 1, 意味着应力沿试件长度的分布有一个逐渐均匀化的过程, 而这一过程同时依赖于 β 和 k 。

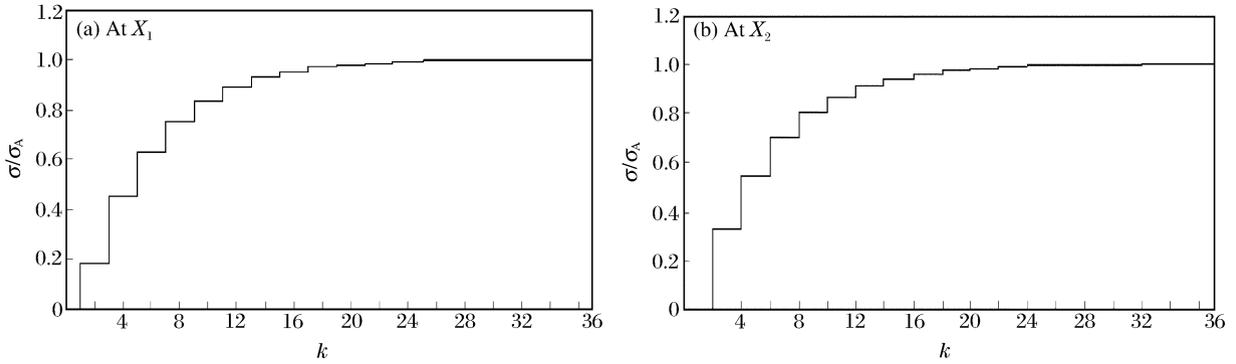


图 3 当 $\beta=1/10$ 时, 界面 X_1 处和界面 X_2 处无量纲应力 σ/σ_A 随 k (即 \bar{t}) 的变化

Fig. 3 The relation between dimensionless stress σ/σ_A and k (or \bar{t}) at X_1 and X_2 for $\beta=1/10$

由式(5)还可定义试件两端的无量纲应力差(相对应力差)

$$\alpha_k = \Delta\sigma_k/\sigma_k \quad (7)$$

将式(5)和式(6)代入式(7), 就得到对于矩形强间断入射波有

$$\alpha_k = \frac{\Delta\sigma_k}{\sigma_k} = \frac{F_{S-B}^{k-1}}{1 - F_{S-B}^k} = \frac{\left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^{k-1} \left(1 - \frac{1-\beta}{1+\beta} \right)}{1 - \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^k} = \frac{2\beta(1-\beta)^{k-1}}{(1+\beta)^k - (1-\beta)^k} \quad (8)$$

式(8)解析地描述了试件两端的相对应力差 α_k 随试件-压杆波阻抗比 β 和透-反射次数 k 变化的规律。对于不同的 β 值 ($\beta=1/2, 1/4, 1/6, 1/10, 1/25, 1/100$), 按式(8)计算所得的 α_k 随 k 变化的结果见图 4。由此可见, 随试件-压杆波阻抗比 β 的减小, 试件中的应力波要经过更多次的来回反射过程, 才能满足均匀化假设的要求。这是对软材料进行 SHPB 试验时应予特别注意的。如果像 G. Ravichandran 等^[4]所建议那样, 当 $\alpha_k \leq 5\%$ 时, 可近似认为试件中应力应变分布满足了均匀化假设的要求, 则由图 4(a)可见, 对于 $\beta=1/2$, 对应的最少来回反射次数 $k_{\min}=4$, 而对于 $\beta=1/100$ (即波阻抗很小的软材料), 对应的最少来回反射次数 k_{\min} 增加到了 18。

以上结果是对矩形强间断入射波而言的。但在 SHPB 实验中,实际遇到的入射波都是具有一定升时 t_r 的梯形波。对此,虽然情况更为复杂,但仍可用类似于以上所述的方法进行分析。设梯形波波阵面的升时 t_r 恰为弹性波在试件中传一个来回所需时间,即 $t_r = 2\tau_s = 2l_s/c_s$, 杨黎明等^[5]解得,当弹性波在试件中传一个来回后 ($k > 2$),有如下解析结果

$$\alpha_k = \frac{2\beta^2(1-\beta)^{k-2}}{(1+\beta)^k - (1-\beta)^{k-2}} \quad (9)$$

对于不同的 β 值 ($\beta = 1/2, 1/4, 1/6, 1/10, 1/25, 1/100$),按上式计算所得的 α_k 随 k 的变化如图 4(b) 所示。由此可见,与矩形波的情况相反,现在的 α_k - k 曲线是随波阻抗比 β 的减小而下降的。在本例讨论的 β 值范围内,应力波在试件中只需来回反射 3~4 次,都已满足均匀化假设的要求。

如果入射波具有历时较长的、随时间线性增长的波前沿,即设入射波 $\sigma_1(t)$ 为线性坡形波,即入射波可表述为: $\sigma_1(t) = \sigma^* t/\tau_s = \sigma^* c_s t/l_s$ (式中 σ^* 是 $t = \tau_s = l_s/c_s$ 时的入射波幅值),杨黎明等^[5]还给出如下解析结果(对于 $k \geq 3$)

$$\alpha_k = \frac{2\beta^2 \left[1 - \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^k \right]}{2k\beta - 1 + \left(\frac{1-\beta}{1+\beta} \right)^k} \quad (10)$$

对于不同的波阻抗比 $\beta(1/2, 1/4, 1/6, 1/10, 1/25, 1/100)$,按上式计算所得的 α_k 随 k 变化的结果如图 4(c) 所示。由此可见,坡形入射波的 α_k - k 曲线也随波阻抗比 β 的减小而下降,但随 β 的减小,曲线发生愈来愈明显的振荡。此外,在本例讨论的 β 值范围内,应力波在试件中要经过比梯形入射波更多次的来回反射,才能满足均匀化假设的要求。

在相同 β 值的情况下(以 $\beta = 1/2, 1/4, 1/10$ 为例),图 5 给出入射波分别为矩形波(A)、梯形波(B)和坡形波(C)时的各 α_k - k 曲线之间的比较。由图 5 可见,就满足均匀化假设而言,当 $\beta = 0.5$ 时,矩形波和梯形波无明显差别,反而是坡形波其实并不利于均匀化。随着 β 的降低,梯形波和坡形波的 α_k - k 曲线下降(见图 4(b)和图 4(c)),而矩形波的 α_k - k 曲线上升(见图 4(a)),从而到 $\beta = 0.1$ 时,矩形波已成为最不利于均匀化的波形,梯形波则始终是最有利于均匀化的波形(见图 5)。

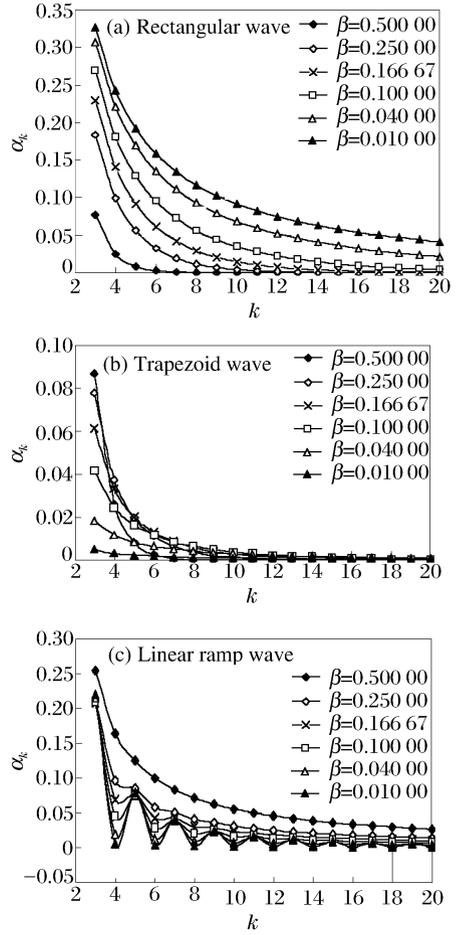


图 4 试件两端应力差 α_k 随试件-压杆波阻抗比 β 和透-反射次数 k 的变化

Fig. 4 The relation between the relative stress-difference α_k and k for different β

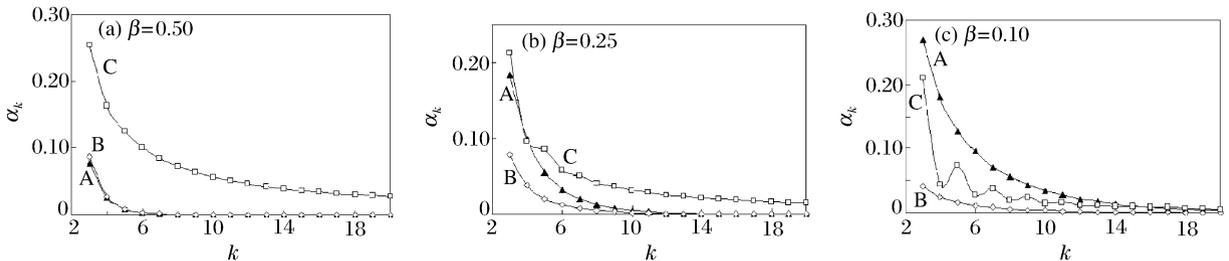


图 5 相同 β 值下,矩形波(A)、梯形波(B)和坡形波(C)的各 α_k - k 曲线之间的比较

Fig. 5 The comparison between the α_k - k curves for (A) rectangular wave, (B) trapezoid wave and (C) linear ramp wave

由上述分析可知,不仅波阻抗比 β ,而且入射波的波形,都会显著影响 SHPB 试验中试件应力应变分布均匀化所需的最低来回反射次数 k_{\min} 。

对于低波阻抗软材料的 SHPB 试验,人们还曾经改用波阻抗较低的材料来制造压杆,例如用有机玻璃(PMMA)制压杆来代替钢制压杆。这时,由于 PMMA 杆是粘弹性材料,应力波在压杆中传播时会发生畸变(弥散和衰减),因而不能再由应变片 G_1 和 G_2 所测应变波信号分别代替界面 X_1 和 X_2 处的应变波,也即不能直接按式(3)来确定试样的动态应力 $\sigma_s(t)$ 和应变 $\varepsilon_s(t)$ 了。但采用粘弹性波的分析处理后,只要仍旧满足一维应力波假定和均匀性假定,仍可获得成功^[6-7]。

4 SHPB 压杆中波传播的横向惯性效应

目前,危及 SHPB 试验一维应力波基本假定的,主要是随试件-压杆的直径增大所引起的横向惯性效应。下面着重讨论一下横向惯性效应的具体表现,及如何对一维应力波基本假定产生影响。

就传统 SHPB 所采用的圆柱形压杆而言,杆中弹性波的横向惯性修正通常可以从如下的 Pochhammer-Chree 近似式(或即 Rayleigh 近似式)出发来讨论^[2-3],不同波长 λ (或频率 $f=c/\lambda$)的波有不同的相速 c

$$c/c_0 \approx 1 - \nu^2 \pi^2 (R/\lambda)^2 \quad (11)$$

式中: $c_0 = (E/\rho_0)^{1/2}$ 为杆中一维波初等理论的弹性波速, R 为圆柱杆半径。 $R/\lambda \leq 0.7$ 时,式(11)能给出足够好的近似。

由此可见,只有当 $R/\lambda \ll 1$ 时,才满足一维应力波假定。否则必须计及式(11)等号右边第二项的修正。这时,高频波(短波)的传播速度较低,而低频波(长波)的传播速度较高。对于线弹性波来说,既然任意波形的波总可藉频谱分析方法看作由不同频率的谐波分量迭加组成,而不同频率的谐波分量现在将各按自己的相速传播,因此波形不能再保持原形而必定在传播过程中畸变,即发生波的弥散。但应注意,这种由横向惯性效应所引起的几何弥散,不同于由应力应变关系的非线性所引起的非线性本构弥散,也不同于由材料粘性效应所引起的本构粘性弥散。

在 SHPB 试验中,易被直观地认识到的横向惯性效应主要是实测波形的或多或少的附加振荡。由式(11)可以推断,这种振荡随着杆径的增大会越加明显。如果入射波为最常见的梯形脉冲,并设其幅值 $\sigma_0 = 800$ MPa,前沿升时和波尾降时均为 $10 \mu\text{s}$,总加载历时为 $120 \mu\text{s}$,则对于钢杆杆径 $D = 2R = 5.0, 14.5, 37.0, 74.0$ mm 四种情况下的二维数值计算结果如图 6 所示。图中各六条曲线分别指 $X=0$ (杆端)处,及离杆端 $100, 200, 300, 400, 500$ mm 处的应力脉冲波形。由此

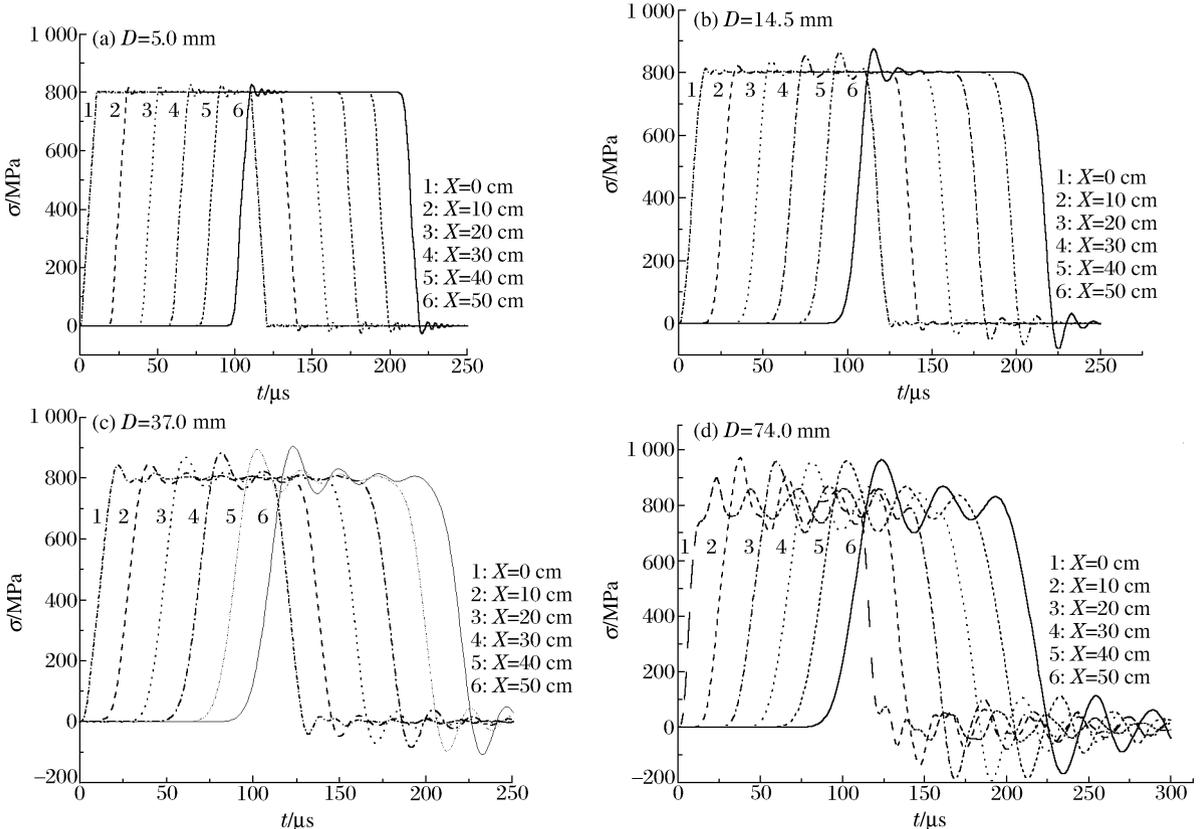


图 6 不同直径的钢杆离杆端不同距离处的应力波形的比较

Fig. 6 Stress profiles at different propagating distances from the ends of for steel bars with different diameters

可见,一方面随着杆径增大,波形振荡显著增大。具体到本例所讨论的梯形波,直径 5.0 mm 杆中的波形振荡基本可以忽略,直径 14.5 mm 杆中的波形振荡可以接受,但直径 37.0 mm 和 74.0 mm 杆中的波形振荡已经过于严重。另一方面还可见,对于给定杆径,波形振荡随传播距离增大。另外,当为了实现高应变率而提高撞击速度时,入射波的升时会相应地减小,其后果相当于入射波的高频分量频率提高了,或波长减小了。由式(11)可知,这与增大杆径有完全类似的作用。由此可以理解,当人们研究混凝土等非均质材料而不得不采用大直径 SHPB 时,尤其对于短升时的入射波,必须计及横向惯性效应的修正,否则将对试验结果的精度和有效性会造成很不利的影响。

其实,上述的波形振荡只是横向惯性效应的表现之一。由圆杆弹性波传播的二维(轴对称)数值分析还可知,横向惯性效应的其他表现同样不可忽略,主要包括以下几个主要方面:

(1)压杆横截面上应力分布的不均匀性。杆中应力波的初等理论是以应力在杆截面上均匀分布、从而满足一维应力的假定为前提;也因此由贴在压杆表面的应变片所测的应变信号,足以代表压杆全截面上均匀分布的一维应力。横向惯性效应则引起杆截面上的不均匀的二维应力分布。仍以上述梯形脉冲作用在杆端($X=0$)为例,对于直径 $D = 2R = 37.0$ mm 钢杆,二维计算给出的离加载端 $X_1 = 0.5D$ 处截面上的无量纲轴向应力分布如图 7(a)所示。可见轴向应力沿半径由中心向外表面逐渐减小,中心处应力最大(接近一维应变状态)、 $0.5R$ 处次之、外表面 R 处最小(接近一维应力状态)。随着应力脉冲向前传播,经历一定传播距离后,横截面上的应力分布将逐渐均匀化,但波形振荡则更显著了,见图 7(b)。

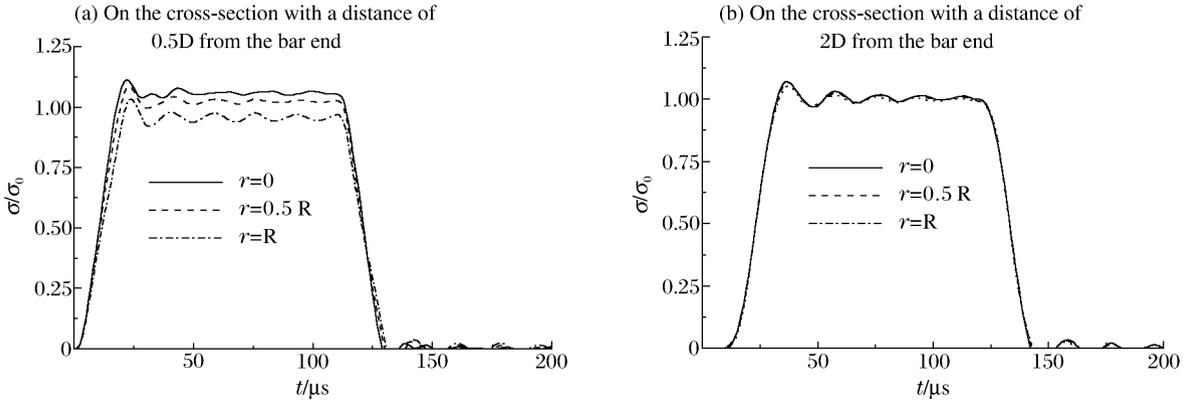


图 7 直径 37 mm 钢杆在不同横截面上轴向应力随半径的分布

Fig. 7 Axial stress distribution on different cross-sections of the 37 mm diameter steel bar

(2)应力脉冲前沿升时 t_s 的增大。对图 6 仔细观察后还可发现,作为横向惯性效应的另一个表现之一,应力脉冲的波阵面前沿实际上随传播距离的增加而逐渐由陡变缓,即应力脉冲前沿升时 t_s (指应力脉冲的起始点到应力最大值所经历的时间)随传播距离而逐渐增大;并且杆径越大,其升时变化越显著。对不同杆径,图 8 给出应力脉冲前沿升时 t_s 随传播距离 X 而增大的变化曲线。容易理解随杆径愈来愈大,既然横向惯性效应愈来愈显著,则升时随传播距离的增大也愈显著;尤其在传播的早期,升时变化尤其显著,之后才逐渐趋于稳定值。

应该再次指出,SHPB 试验主要研究材料在高应变率下的动态力学本构行为。横向惯性所引起的脉冲升时 t_s 随传播距离增大的表现,必然会相应地导致试验应变率的降低。这不是所希望的。与之相联系,近年来发展起来的波形整形技术^[8-9],即通过采用波形整形器(pulse shaper)使梯形入射波平滑化以尽量消除入射波的高频振荡,其实质就在于延长升时以减小横向惯性效应。此技术有时还用作实现恒定应变率加载的手段。但必须指出,这是以降低试验应变率为代

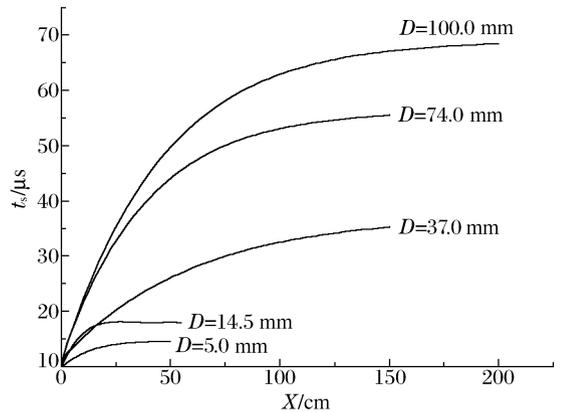


图 8 不同直径的钢杆中应力脉冲升时 t_s 随传播距离 X 变化的比较

Fig. 8 Variation of stress pulse rise time with propagation distance in steel bars of different diameter

价的,并由上一节的讨论已知,这也不利于尽早满足均匀性基本假定的要求。

(3) 应力脉冲峰值随传播距离的衰减。横向惯性引起的杆中应力波的几何弥散,还有一个重要表现,即脉冲幅值随传播距离而减小(衰减)。鉴于梯形脉冲在杆中传播时容易表现出横向惯性引发的高频振荡,不利于对波幅衰减进行分析,以下设三角脉冲作用于杆端 $X=0$ 处,幅值仍为 $\sigma_0=800$ MPa,但其上升沿和下降沿历时各为 $150 \mu\text{s}$ 。对于直径 $D=2R=37.0$ mm 钢杆,二维计算结果如图 9,可见应力脉冲幅值随传播距离而减小。在杆径分别为 37.0, 74.0, 100.0 mm 三种情况下,图 10 给出应力峰值衰减如何随传播距离 X 而变化的对比。由此可见,杆径越大,衰减越严重。这与杆径越大,其他横向惯性效应越显著是一致的。

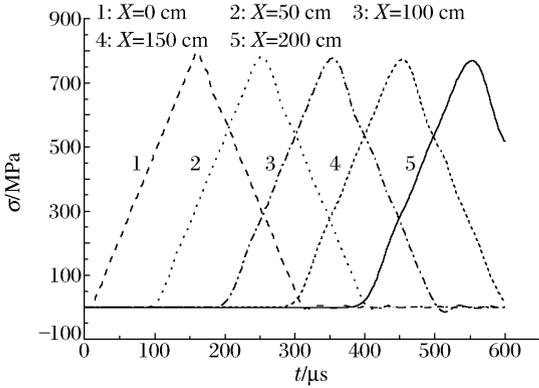


图 9 直径 37 mm 钢杆中三角形应力脉冲的幅值随传播距离的衰减

Fig. 9 Attenuation of triangle stress pulse with propagation distance in the 37 mm diameter steel bar

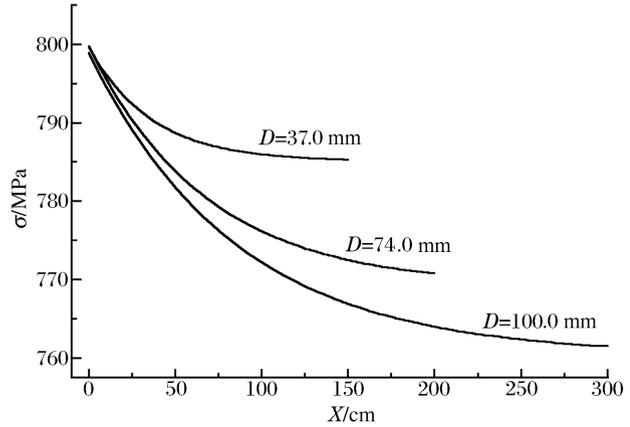


图 10 不同直径的钢杆中应力脉冲幅值衰减随传播距离变化的比较

Fig. 10 Comparison of the attenuation of pulse amplitude with propagation distance in different diameter steel bars

综上所述,只要杆的横向尺寸远小于波长,杆的横向动能便远小于纵向动能,则杆中一维应力波的初等理论就能给出足够好的近似结果。否则必须计及横向惯性引起的波的几何弥散,包括:波形的高频振荡,应力沿杆径的非均匀分布,波头升时随传播距离的增大,以及峰值随传播距离的衰减等。这时如果不对横向惯性效应加以修正,必将影响到试验结果的可靠性。

5 结论

不论是由波传播信息反求材料本构关系,还是利用应力波效应和应变率效应解耦的方法,如用 SHPB 技术来研究材料动态本构关系,必须深刻理解和分析相关的应力波传播。

分析表明,不仅试件和压杆的波阻抗比,而且入射波的波形,都会显著影响 SHPB 试验中试件应力应变分布均匀化所需的最低来回反射次数 k_{\min} 。矩形波和坡形波都不是理想的入射波形,而以梯形波较为理想。

杆中应力波的横向惯性效应,除波形高频振荡外,还包括应力沿杆径的非均匀分布,波头升时随传播距离的增大(这会降低试验应变率),以及峰值随传播距离的衰减等。只有在杆的横向尺寸远小于波长的条件下,杆中一维应力波的初等理论能给出足够好的近似结果。否则必须进行横向惯性效应的修正,以保证试验结果的可靠性。

参考文献:

- [1] Kolsky H. An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading[J]. Proceedings of Physics Society, 1949, B62:676.
- [2] Kolsky H. Stress Waves in Solids[M]. Oxford: Clarendous Press, 1953.
- [3] 王礼立. 应力波基础[M]. 北京:国防工业出版社出版,1985.
- [4] Ravichandran G, Subhash G. Critical appraisal of limiting strain rates for compression testing of ceramics in a split Hopkinson pressure bar[J]. Journal of the American Ceramic Society, 1994,77: 263-267.
- [5] Yang L M, Shim P V W. An analysis of stress uniformity in split Hopkinson bar test specimens[J]. International Journal of Impact Engineering, 2005,31(2):129-150.

- [6] Wang L L, Labibes K, Azari Z, et al. Generalization of split Hopkinson bar technique to use viscoelastic bars[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994,15(5): 669—686.
- [7] Kobayashi A, Wang L L. *Quest for Dynamic Deformation and Fracture of Viscoelastic Solids*[M]. Japan: Ryoin Pub, 2001.
- [8] Nemat-Nasser S, Isaacs J B, Starrett J E. Hopkinson techniques for dynamic recovery experiments[J]. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 1991,435:371—391.
- [9] Chen W, Lu F, Frew D J, et al. Dynamic compression testing of soft materials[J]. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 2002,69:214—223.

The important role of stress waves in the study on dynamic constitutive behavior of materials by SHPB

WANG Li-li^{1,2*}, WANG Yong-gang^{1,2}

(1. *Mechanics and Materials Science Research Center, Ningbo University, Ningbo 315211, Zhejiang, China;*

2. *Laboratory for Shock Wave and Detonation Physics Research, Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, Sichuan, China*)

Abstract: Two approaches are usually used in the studies of dynamic constitutive relation of materials. One is to determine the constitutive relation from the wave propagating signals (the so-called second class of inverse problems). The another is to de-couple the stress wave effects of structures and the strain-rate effects of materials. In both approaches, stress wave propagation plays a key role. In the present paper, some important aspects associated with this problem are discussed, particularly in relation to the SHPB technique. Both the assumption of uniform distribution of stress and strain along the specimen and the assumption of uniaxial stress are analyzed in detail.

Key words: mechanics of explosion; stress wave propagation; SHPB; explosion/impact loading; strain-rate effect; dynamic constitutive relation

* Corresponding author: WANG Li-li
E-mail address: llwangch@nbu.edu.cn
Telephone: 0574-87600451