第 38 卷　第 5 期
2018 年 9 月

爆　炸　与　冲　击
EXPLOSION AND SHOCK WAVES

Vol. 38，No. 5
Sept.，2018

DOI：10.11883/bzycj-2017-0091　　　　**文章编号：**1001-1455(2018)05-1115-06

基于正态分布的爆破振动评价与安全药量计算*

张小军[1]，汪旭光[2]，王尹军[2]，于亚伦[1]，吴春平[2]，杨德强[1]

（1. 北京科技大学土木与资源工程学院，北京 100083；

2. 北京矿冶研究总院，北京 100160）

摘要：工程爆破是非常重要的一种施工方法，但同时爆破引起的岩石振动也是爆破公害之一。由于爆破场地的复杂性，爆破地震引起的某位置质点振速峰值 v 与单段最大药量 Q、爆心距 R 没有严格的函数关系，只能将振速视为随机变量，因此振动只能从概率的角度来描述。为了控制振动强度，达到较高的可靠度，必须计算振速小于目标设施安全振速的概率。本文中基于概率，将振速峰值近似视为服从正态分布，对目标设施进行安全分析以及安全炸药量计算，最后通过案例应用，解释概率公式计算炸药量的合理性。

关键词：爆破；振动；振速峰值；正态分布；安全药量

中图分类号：O383.1　　　**国标学科代码：**1303520　　　**文献标志码：**A

20 世纪以来，工程爆破已深入到国民经济建设的各个领域，工程爆破是完成人力和机械力所不能胜任的一种非同寻常的施工方法。但是爆破引起的振动是最突出的爆破公害之一，所以进行爆破振动的安全评价是实现对它的准确预报、有效控制和安全实施爆破的迫切需要。爆破引起的质点振动速度峰值，常用萨道夫斯基公式进行计算，但是爆破引起的岩土质点振速实际峰值 v 往往随机性比较大，它与 $Q^{1/3}/R$ 的关系并不是一般意义上的“函数关系”，v 与 $Q^{1/3}/R$ 的关系是“随机变量”的“相关关系”。其原因是，岩土是经过漫长地质年代形成的地质体，其内部包含大量的裂隙，这些裂隙相当复杂，造成岩石内部的不连续和不均质性，从爆破测振用回归分析计算 K、α，也说明了这一点。

饶运章等[1]利用 SPSS(statistical product and service solutions)软件进行了爆破振速衰减规律计算；胡建华等[2]利用多元线性回归方法，分析了单孔爆破条件下的振动衰减规律；卢文波等[3]基于柱面波理论、长柱状装药中的子波理论以及短柱药包的应力波场 Heelan 解的分析，推导了岩石爆破中质点峰值振动速度的衰减公式，对现有的公式进行了改进；言志信等[4]探讨了爆破振动峰值速度预报的公式法和 Fourmap 法，特别地还尝试了利用人工神经网络预报了爆破振动峰值速度；高振儒等[5]对测试数据用不同的置信度进行拟合，确定系数 K、α，用安全系数对回归式预报爆破振动强度的安全性进行评估；吕涛等[6]通过线性回归法和非线性回归法，得到萨道夫斯基公式和其修正公式，研究爆破振动衰减规律。上述研究基本解决了各类爆破振动衰减公式的求解问题，即对萨道夫斯基公式中 K、α 的确定，但对质点振速实际峰值 v 与 $Q^{1/3}/R$ 的关系是“随机变量”的“相关关系”的特性并没有研究。

本文中，基于概率论中的正态分布对“随机变量”爆破振速峰值 v 和 $Q^{1/3}/R$ 的“相关关系”特性进行分析，利用随机变量 v 的分布函数提出爆破振动安全评价的方法，给出安全炸药量的计算方法，并通过案例进行验证[7-8]。

1　随机变量 v 的分布函数

由于萨道夫斯基公式所表达的是 v 与 $Q^{1/3}/R$ 的函数关系，即对于给定的 $Q^{1/3}/R$，通过该公式计算的 v_0 只是质点振速实际峰值 v 的期望值或估计值，实际值 v_a 落在 v_0 的附近，具体在 v_0 的多远处与概率

* **收稿日期：**2017-03-24；**修回日期：**2017-04-17

基金项目：国家自然科学基金项目(50704005)；中国工程院咨询研究项目(2016-XZ-09)

第一作者：张小军(1991—　)，男，博士研究生，1024770807@qq.com。

有关，可以看作近似服从正态分布。通过分析可以看出，只计算出 K、α，求出的 v，可靠度是不高的，要获得更高的可靠度，必须得出随机变量 v 的分布函数，当然求解过程仍然离不开萨道夫斯基公式。

1.1 线性回归法确定 K、α

为了确定萨道夫斯基公式中的 K、α，需要根据最小二乘法原理[9]，对实测数据使用线性回归法进行拟合。萨道夫斯基公式为：

$$v=K\left(\frac{Q^{1/3}}{R}\right)^{\alpha}=k\rho^{\alpha} \tag{1}$$

式中：v 为质点的最大振速(cm/s)；Q 为单段最大炸药量(kg)；R 为测点至爆源的距离(m)；K、α 为与爆破点地形、地质等条件相关的系数和衰减指数；ρ 为比例药量。

从式(1)可以看出，v 与 $Q^{1/3}/R$ 不是线性关系，为了便于回归分析，需处理成线性关系。对式(1)的两边取对数，得到：

$$\ln v=\ln K+\alpha\ln\left(\frac{Q^{1/3}}{R}\right) \tag{2}$$

设：

$$\ln v=y,\qquad \ln k=a_0,\qquad \ln\left(\frac{Q^{1/3}}{R}\right)=x,\qquad \alpha=a_1 \tag{3}$$

则式(2)变成：

$$y=a_0+a_1x \tag{4}$$

式(4)是线性关系，根据最小二乘法原理以及实测数据，求常数 a_0 和 a_1。那么其方程组为：

$$\begin{cases} a_0\sum_{i=1}^{m}w_i+a_1\sum_{i=1}^{m}w_ix_i=\sum_{i=1}^{m}w_iy_i \\ a_0\sum_{i=1}^{m}w_ix_i+a_1\sum_{i=1}^{m}w_ix_i^2=\sum_{i=1}^{m}w_ix_iy_i \end{cases} \tag{5}$$

式中：m 为现场爆破实验次数，$w_i=1$。通过方程组得到 a_0、a_1，再根据式(3)的变量代换关系，可得：

$$K=\mathrm{e}^{a_0},\qquad \alpha=a_1 \tag{6}$$

1.2 正态分布函数

随机变量 ξ 与任一实数 x 的关系式“$\xi\leqslant x$”表示一个事件，即为$\{w|\xi(w)\leqslant x\}$。其概率 $P(\xi\leqslant x)$与实数 x 有关，应为实数变量 x 的函数，称为随机变量的分布函数[10]，记作 $F_\xi(x)$：

$$F_\xi(x)=P(\xi\leqslant x) \tag{7}$$

根据 v 与 $Q^{1/3}/R$ 关系分析可以看出，对于任意给定的 $Q^{1/3}/R$，实际值 v_a 会落在萨道夫斯基公式计算的 v_0 附近，偏离 v_0 越远，可能性越小，越靠近 v_0，可能性越大。根据这个性质，可以近似视随机变量 v 服从正态分布 $N(\mu,\delta^2)$，μ 指按最小二乘法曲线拟合公式的计算值，δ^2 指实际爆破振速峰值偏离拟合公式计算值的程度：

$$\mu=v=K\left(\frac{Q^{1/3}}{R}\right)^{\alpha} \tag{8}$$

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{m}(v_{\mathrm{mea},i}-v_{\mathrm{cal},i})^2}{m} \tag{9}$$

式中：v_mea为实际爆破振速峰值测量值；v_cal为通过最小二乘法拟合的萨道夫斯基公式计算的爆破振速峰值；m 为现场爆破实验次数。所以随机变量 v 服从一个数学期望为 μ、方差为 σ^2 的正态分布，记作 $v\sim(\mu,\sigma^2)$；相应的分布函数是：

$$F(v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\int_{-\infty}^{v}\mathrm{e}^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}t \tag{10}$$

2　爆破振动评价和安全炸药量计算

根据随机变量 v 的分布函数，可以计算振速小于目标设施安全振速的概率，也就是对目标设施在爆破过程中得到保护的情况进行评价，同时根据分布函数，可以推导目标设施满足一定可靠性条件的安全炸药量计算的概率公式。

2.1　振动评价

在概率论与数理统计中，称 $N(0,1)$ 为标准正态分布，其分布函数常记为：

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t \tag{11}$$

由于正态分布在概率理论与应用中特殊的重要地位，一般的概率统计著作往往都附有 $\Phi(x)$ 的函数表。而有关任何正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$ 的概率计算问题，常常需要借助这些数表来解决。事实上，根据式(11)，设 $\zeta\sim N(\mu,\sigma^2)$，在计算 $P(\xi<b)$ 时，可作如下变换：

$$P(\xi<b)=F(b)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{b}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}x=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{b}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)=$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\frac{b-\mu}{\sigma}}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t=\Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)\qquad t=\frac{x-\mu}{\sigma} \tag{12}$$

所以为了便于描述，常将正态变量作数据转换。将一般正态分布转化成标准正态分布。若

$$X\sim N(\mu,\sigma^2),\qquad Y=\frac{X-\mu}{\sigma}\sim N(0,1)$$

服从标准正态分布，通过查标准正态分布表就可以直接计算出原正态分布的概率。设保护目标设施的安全振速为 v_{saf}，单段最大炸药量为 Q_0，爆心距 R_0，根据式(12)得：

$$P(v<v_{\mathrm{saf}})=F(v_{\mathrm{saf}})=\Phi\left(\frac{v_{\mathrm{saf}}-\mu}{\sigma}\right) \tag{13}$$

$$\mu=v=K\left(\frac{Q_0^{1/3}}{R_0}\right)^{\alpha},\qquad \sigma=\sqrt{\sigma^2} \tag{14}$$

令：

$$\frac{v_{\mathrm{saf}}-\mu}{\sigma}=m_0 \tag{15}$$

通过查表得：

$$\Phi(m_0)=P_0 \tag{16}$$

所以在对爆破设计的振动安全评价过程中，认为单段最大炸药量为 Q_0、爆心距 R_0 处的目标设施得到保护的概率为 P_0。

2.2　安全炸药量计算

爆破测振确定振动公式常数的目的是为了用它来控制振速，使它小于目标设施的安全振速 v_{saf}。在已知爆心距 R 时，只有通过控制炸药量 Q 来控制振速。使质点振速峰值 v 小于或等于安全振速 v_{saf} 的炸药量称为安全炸药量。设使目标设施得到保护的概率达到 P_1，通过查表得到 $\Phi(m_1)=P_1$；根据式(13)，得到：

$$\Phi(m_1)=\Phi\left(\frac{v_{\mathrm{saf}}-\mu}{\sigma}\right) \tag{17}$$

即：

$$m_1=\frac{v_{\mathrm{saf}}-\mu}{\sigma},\qquad \mu=v_{\mathrm{saf}}-m_1\sigma \tag{18}$$

根据式(14)，得到：

$$\mu=K\left(\frac{Q^{1/3}}{R_0}\right)^{\alpha} \tag{19}$$

所以：

$$Q=\left(\sqrt[\alpha]{\frac{\mu}{K}}R_0\right)^3 \tag{20}$$

将式(15)代入，得到：

$$Q=\left(\sqrt[\alpha]{\frac{v_{\mathrm{saf}}-m_1\sigma}{K}}R_0\right)^3 \tag{21}$$

通过式(21)，可以求出指定设施安全概率条件下的单段最大炸药量，即使目标设施得到保护的概率[11]达到 P_1 的安全炸药量为 Q。该式称为计算爆破安全炸药量的概率公式。

3 应用案例

3.1 工程概况

西部矿业股份公司锡铁山铅锌矿位于青海省柴达木盆地北缘。在铅锌矿井下 2 702 m 水平 1025 采场爆破过程中，距爆破点 50 m 处是运输大巷，里边有一些重要的设备设施。

为了防止由于爆破振动而使巷道损坏，从而造成巷道内设备设施的破坏，需要对此次爆破设计进行振动评价和单段最大炸药量计算。

3.2 振速峰值的分布函数

根据锡铁山铅锌矿之前相同水平其他采场的爆破振动监测数据来进行对 1025 采场爆破设计，其数据见表 1。表中，Q 为最大一段药量，R 为爆心距，v 为水平径向爆破振动速度峰值。

根据表 1，采用线性回归法[9]拟合萨道夫斯基公式，得到数据拟合曲线图(见图 1)：

$$v=210.2(Q^{1/3}/R)^{1.59} \tag{22}$$

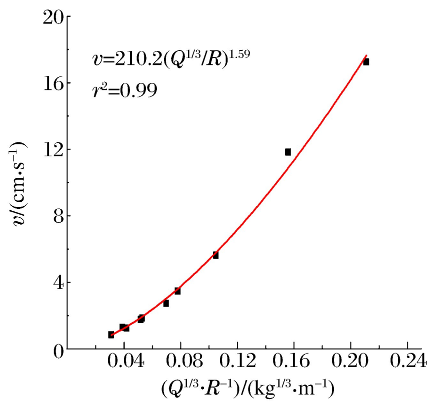

图 1 数据拟合曲线

Fig. 1 Data fitting curve

根据式(14)～(15)，对表 1 数据进行处理，得到数据处理结果，见表 2。其中，方差为 0.122 cm²/s²。

表 1 锡铁山铅锌矿爆破振动监测数据

Table 1 Blasting vibration experiment data

测点	Q/kg	R/m	$(Q^{1/3}\cdot R^{-1})$/$(\mathrm{kg}^{1/3}\cdot \mathrm{m}^{-1})$	v/$(\mathrm{cm}\cdot \mathrm{s}^{-1})$
1	30.2	20	0.156	11.82
2	30.2	40	0.078	3.47
3	30.2	60	0.052	1.77
4	30.2	80	0.039	1.28
5	30.2	100	0.031	0.84
6	74.8	20	0.211	17.24
7	74.8	40	0.105	5.62
8	74.8	60	0.070	2.72
9	74.8	80	0.053	1.84
10	74.8	100	0.042	1.22

表 2 数据处理结果

Table 2 Data processing results

测点	v_{exp}/$(\mathrm{cm}\cdot \mathrm{s}^{-1})$	v_{cal}/$(\mathrm{cm}\cdot \mathrm{s}^{-1})$	$(v_{\mathrm{exp}}-v_{\mathrm{cal}})$/$(\mathrm{cm}\cdot \mathrm{s}^{-1})$
1	11.82	10.92	0.90
2	3.47	3.63	−0.16
3	1.77	1.90	−0.13
4	1.28	1.21	0.07
5	0.84	0.85	−0.01
6	17.24	17.67	−0.43
7	5.62	5.87	−0.25
8	2.72	3.08	−0.36
9	1.84	1.95	−0.11
10	1.24	1.37	−0.13

所以随机变量 v 服从正态分布[10]，记作 $v\sim(v_{\mathrm{cal}},0.122)$；相应的分布函数是：

$$F(v)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,0.349}\int_{-\infty}^{v}\mathrm{e}^{-\frac{(t-v_{\mathrm{cal}})^2}{2\times 0.122}}\,\mathrm{d}t \tag{23}$$

3.3　振动评价和安全药量

根据 GB 6722-2014《爆破安全规程》，矿山巷道的安全允许振速 15～30 cm/s。为了安全起见，在这里选取其下限作为安全判据，即 $v_{saf}=15$ cm/s。根据保护目标的重要性，设此次爆破中巷道得到保护的概率应大于 95%。通过查表得到：

$$\Phi(1.65)=0.950\,5 \tag{24}$$

根据式(21)，取 $m_1=1.65$，$\sigma=0.349$，$R_0=50$ m，$v_{saf}=15$ cm/s，求解得出：

$$Q=797.89\ \text{kg} \tag{25}$$

那么在爆破设计的过程中，单段最大药量控制在 797.89 kg 以内，巷道得到保护的概率在 95%以上。如果按照萨道夫斯基公式即式(22)计算，求解得出：

$$Q=858.73\ \text{kg} \tag{26}$$

即单段最大炸药量控制在 858.73 kg 以内。此时巷道在爆破过程中得到保护的概率根据式(13)、式(15)～(16)计算：

$$P(v<v_{saf})=F(15)=\Phi(0) \tag{27}$$

通过查表得：

$$\Phi(0)=0.50 \tag{28}$$

即在爆破过程中，巷道得到保护的概率只有 50%。

在萨道夫斯基公式和正态分布函数公式计算下，单段最大药量和爆破后设施得到保护概率见表 3。可以看出，用萨道夫斯基公式计算出的单段最大炸药量比概率公式多 60 kg 左右，但是根据概率公式计算出的单段最大炸药量，其可靠性在 95%以上，比应用萨道夫斯基公式计算值的可靠性(仅为 50%)要高的多。因此，根据之前爆破震动监测数据及分析结果，建议采用式(21)的概率公式来计算安全药量，以保证施爆期间 1025 采场运输大巷的安全。

表 3 单段最大药量和设施安全概率

Table 3 Single biggest dosage and facilities security probability

方法	Q/kg	P/%
萨道夫斯基公式	858.73	50.00
正态分布函数	797.89	95.05

4　结　论

通过对正态分布函数分析、爆破振动评价与安全药量计算，现得出如下结论：

(1)岩土内部含有大量复杂的裂隙，岩石内部是不连续和不均质性的，爆破引起的质点振动的实际振速峰值 v 是随机变量，$v=K(Q^{1/3}/R)^{\alpha}$ 是实际测点质点振动速度峰值的期望值或估计值。

(2)对任一确定的 $Q^{1/3}/R$，爆破实际振速峰值 v 小于目标设施安全振速的概率可以计算出，即对保护对象的振动安全性可以作出评价。

(3)为了保证使目标设施得到保护，有较高的可靠性，安全炸药量的计算要应用概率公式。

(4)该计算方法用于爆破的振动安全评价和安全药量计算是可行的、合理的，为爆破振动安全评价和安全药量计算提供了新的方法。

参考文献：

[1]　饶运章，汪弘．爆破振动速度衰减规律的多元线性回归分析[J]．金属矿山，2013(12)：46-51．
RAO Yunzhang, WANG Hong. Multiple regression linear analysis on attenuation formula of blasting vibration velocity[J]. Metal Mine, 2013(12): 46-51.

[2]　胡建华，尚俊龙，罗先伟，等．单孔爆破振动监测与衰减规律多元线性化回归[J]．振动与冲击，2013，32(16)：49-53．
HU Jianhua, SHANG Junlong, LUO Xianwei, et al. Monitoring of single-hole blasting vibration and detection of its attenuation law by using multiple linear regression[J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(16): 49-53.

[3]　卢文波，HUSTRULID W．质点峰值振动速度衰减公式的改进[J]．工程爆破，2002，8(3)：1-4．
LU Wenbo, HUSTRULID W. An improvement to the equation for the attenuation of the peak particle velocity[J].

Engineering Blasting, 2002,8(3):1-4.
[4] 言志信,严浬,江平,等.爆破振动峰值预报方法探讨[J].振动与冲击,2010,29(5):179-182.
YAN Zhixin, YAN Li, JIANG Ping, et al. Prediction methods for blasting induced ground vibration velocity[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010,29(5):179-182.
[5] 高振儒,雷俊丽,范磊,等.爆破振动强度预报的置信度和安全系数[J].工程爆破,2005,11(3):69-71.
GAO Zhenru, LEI Junli, FAN Lei, et al. Faith degree and safety coefficient of predicting blasting vibration intensity[J]. Engineering Blasting, 2005,11(3):69-71.
[6] 吕涛,石永强,黄诚,等.非线性回归法求解爆破振动速度衰减公式参数[J].岩土力学,2007,28(9):1871-1878.
LV Tao, SHI Yongqiang, HUANG Cheng, et al. Study on attenuation parameters of blasting vibration by nonlinear regression analysis[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007,28(9):1871-1878.
[7] 贾晓强,方向,张卫平,等.基于置信度理论的岩石爆破振动安全控制研究[J].爆破器材,2011,40(3):31-34.
JIA Xiaoqiang, FANG Xiang, ZHANG Weiping, et al. Analysis on security control of rock blasting vibration based on faith degree theory[J]. Explosive Materials, 2011,40(3):31-34.
[8] 李庆扬,王能超,易大义.数值分析[M].北京:清华大学出版社,2001.
[9] 王国政,刘洋,肖继红,等.概率论与数理统计[M].重庆:重庆大学出版社,2015.
[10] NATEGHI R. Prediction of ground vibration level induced by blasting at different rock units[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, 2011,48(6):899-908.
[11] 陈钧璠.爆破振动公式中 K 值上下限的探讨[J].爆破,1996,13(2):13-15.
CHEN Junfan. Determination of lower and upper limits of K in equation of blasting vibration[J]. Blasting, 1996, 13(2):13-15.

Blasting vibration evaluation and safety dose calculation based on normal distribution

ZHANG Xiaojun[1], WANG Xuguang[2], WANG Yinjun[2], YU Yalun[1], WU Chunping[2], YANG Deqiang[1]

(1. *School of Civil and Resource Engineering*, *University of Science and Technology Beijing*, *Beijing* 100083, *China*;
2. *Beijing General Research Institute of Ming and Metallurgy*, *Beijing* 100160, *China*)`

Abstract: Blasting is an indispensable construction method to human beings. However, in the meanwhile, the rock vibration caused by blasting is one of blasting hazards. Due to the complicated geology, the peak particle velocity is a random variable approximately. It does not have a general function relationship with the maximum dose Q and the distance R from blasting center. Therefore, the vibration can only be described by the theory of probability. In order to control the vibration intensity and get high reliability, it is necessary to calculate the probability that the peak particle velocity is less than the safety vibration velocity of the target facility. Based on the probability, the distribution of peak particle velocity is approximately regarded as the normal distribution. Then safety analysis of target facilities and calculation of safe explosives are carried out. Finally, through the application of the case, it is reasonable to calculate the dose by probability formula.

Keywords: blasting; vibration; peak particle velocity; normal distribution; safety dose

(责任编辑 丁 峰)