

DOI: 10.11883/bzycj-2018-0389

刚性平头弹正侵彻钢筋混凝土靶的阻力模型*

刘永佑^{1,2}, 杨华伟^{1,2}, 张杰^{1,2}, 王志勇^{1,2}, 王志华^{1,2,3}

1. 太原理工大学应用力学研究所, 山西 太原 030024;
2. 材料强度与结构冲击山西省重点实验室, 山西 太原 030024;
3. 青海大学土木工程学院, 青海 西宁 810016)

摘要: 本文基于素混凝土侵彻理论, 将钢筋混凝土中钢筋的失效模式简化为弯曲剪切失效后, 建立了刚性平头弹侵彻钢筋混凝土靶的阻力模型, 侵彻深度的计算结果与 Young 公式吻合良好, 表明本文提出的理论模型可较为合理地预测侵彻深度。进一步分析了不同着靶点的位置对弹体侵彻的影响, 结果表明: 当弹体直径与钢筋网眼尺寸的比值小于 1 时, 弹体撞击到网眼中心处侵彻深度最大; 当弹体直径与网眼尺寸的比值大于 1 时, 最不利着靶点位置视其比值而定。最后, 基于防护角度的最不利工况, 建立了侵彻深度的工程计算公式。

关键词: 侵彻; 钢筋混凝土; 弯曲剪切失效; 阻力模型

中图分类号: O385 国标学科代码: 13035 文献标志码: A

A resistance model for a rigid flat projectile penetrating a reinforced concrete target

LIU Yongyou^{1,2}, YANG Huawei^{1,2}, ZHANG Jie^{1,2}, WANG Zhiyong^{1,2}, WANG Zhihua^{1,2,3}

1. Institute of Applied Mechanics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China;
2. Shanxi Key Laboratory of Material Strength & Structural Impact, Taiyuan 030024, Shanxi, China;
3. School of Civil Engineering, Qinghai University, Xining 810016, Qinghai, China)

Abstract: In this study, the resistance model of rigid flat-nosed projectile penetrating reinforced concrete target was established, in which the failure mode of reinforcing bar in reinforced concrete was simplified as bending shear failure on the foundation of plain concrete penetration theory. The calculation results of penetration depth agreed well with Young's formula. The results indicated that the model established in this study could reasonably predict the penetration depth. The results show that the penetration depth of the projectile impacting the mesh center is maximum when the ratio of the projectile diameter to the mesh size is less than 1, and the most unfavorable target position depends on the ratio when it exceeds 1. In view of protection, an engineering calculation formula of penetration depth was proposed under the most unfavorable working condition of.

Keywords: penetration; reinforced concrete; bending shear failure; resistance model

钢筋混凝土因其优异的性能在军事和民用建筑领域得到了广泛应用。在现代战争中, 为了更好地摧毁目标或发挥防护功能, 对于钢筋混凝土在侵彻打击下动态响应的研究具有十分重要的意义。

目前, 国内外学者对于弹体侵彻素混凝土的研究已相对成熟。钢筋混凝土方面, Young^[1-2] 在经历了

* 收稿日期: 2018-10-12; 修回日期: 2019-05-16

基金项目: 国家自然科学基金(11390362, 11702186); 青海省科技计划项目(2017-ZJ-783);
山西省“1331工程”重点创新团队

第一作者: 刘永佑(1992—), 男, 硕士, liuyongyou_cy@163.com

通信作者: 王志华(1977—), 男, 博士, 教授, wangzh@tyut.edu.cn

数千次实验后,提出了弹体侵彻岩石、土、混凝土、钢筋混凝土的统一经验公式,可较好地预测侵彻深度,但受限于经验模型本身的特点,无法给出侵彻阻力等中间变量和运动参量随时间变化的关系。Luk 等^[3]、Forrestal 等^[4]认为侵彻过程中钢筋只起到阻碍混凝土裂纹开展的作用,忽略了其提供的直接阻力,并基于此建立了侵彻模型,但其计算结果与实验数据相差 20% 以上。黄民荣等^[5]通过实验发现钢筋的破坏模式有两种:弯曲拉伸破坏和弯曲剪切破坏,并据此建立了两种失效模式下弹体侵彻钢筋混凝土的阻力模型,然而只适用于弹体低速撞击靶体,导致模型应用受限。欧阳春等^[6]、周宁等^[7]、穆朝民等^[8]在空腔膨胀理论的基础上,考虑了钢筋对弹体侵彻提供的直接阻力,认为钢筋发生弯曲变形破坏,建立了阻力模型;刘志林等^[9]认为钢筋发生弯曲拉伸耦合断裂失效,分析其对弹体的阻力作用。此外,他们注意到侵彻后弹体接触到的钢筋发生断裂,未接触到的钢筋则完好无损。

大量研究表明,根据不同速度条件下弹体响应的机制,可将侵彻划分为 4 个阶段^[10],即:(1)刚性弹侵彻阶段(侵彻速度小于 800 m/s);(2)变形弹侵彻阶段(侵彻速度介于 800~1 500 m/s);(3)半流体侵彻阶段(侵彻速度介于 1 500~3 000 m/s);(4)流体侵彻阶段(侵彻速度大于 3 000 m/s)。本文中将研究撞击速度为 800 m/s 以下的刚性弹侵彻问题,并从钢筋弯曲剪切破坏方面分析,且基于以下假设:(1)钢筋与混凝土的粘结为理想粘结;(2)忽略钢筋与弹体之间、钢筋与混凝土之间的摩擦力;(3)弹体与钢筋接触时,只在接触点发生相互作用;(4)弹体侵彻钢筋混凝土靶体时,受力均匀且弹道不发生偏转。以钢筋网眼中心、钢筋交汇处、钢筋网格一边中点等 3 个特殊位置进行研究,建立弹体侵彻钢筋混凝土靶体的阻力模型,将计算结果与 Young 公式进行对比,结果吻合良好,表明本文中提出的理论模型能够较为合理地预测侵彻深度及其他侵彻过程量并给出弹体各运动参量随时间变化关系,进一步得到最不利的撞击位置及在此条件下的侵彻深度计算公式。

1 刚性弹体侵彻钢筋混凝土的理论模型

弹体侵彻钢筋混凝土厚靶的弹道轨迹包含了两部分,即在入靶面形成的锥形前坑区域以及与弹体等直径的隧道区域。对于平头弹, Li 等^[11]利用滑移线理论得出前坑深度为 $H_c=0.707d_0$, 其中 d_0 为弹体直径。

1.1 隧道阶段

1.1.1 基于刚塑性假设下单根钢筋的动态分析模型

单根钢筋的受力分析如图 1 所示(取一半为研究对象), A 、 H 为塑性铰位置, λ 为塑性铰 A 、 H 间的水平距离, q 为混凝土提供给钢筋的压力, 近似简化为均布荷载, M_p 、 Q_p 为钢筋塑性极限弯矩、剪力, F_z 为弹体轴向侵彻阻力。

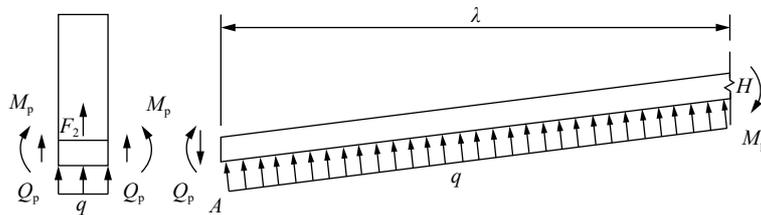


图 1 单根钢筋受力分析图

Fig. 1 Stress analysis diagram of single steel bar

设钢筋具有有限的剪切强度 Q_p , 并忽略在极限状态时弯矩 M 和剪力 Q 之间的相互作用, 则在塑性铰 A 处有 $M_A=M_p$ 且 $Q_A=Q_p$ 。

在小变形阶段, 对 AH 段列垂直方向的动量定理:

$$\frac{d}{dt_2} \left(\frac{1}{2} \rho \lambda_i v_{i0} \right) = Q_p - q \lambda_i \quad (1)$$

式中: ρ 为钢筋线密度; λ_i 为弹体撞击到第 i 层钢筋时钢筋上塑性铰 A 、 H 间的水平距离; v_{i0} 为弹体撞击到第 i 层钢筋到钢筋失效间的钢筋截面 A 的任意时刻速度; $Q_p = \frac{\pi d_1^2 \sigma_s}{4\sqrt{3}}$ 为钢筋极限剪力, $q = d_1 Y_c (2 + \pi)$ ^[12] 为混凝土对钢筋的阻力, d_1 为钢筋直径, σ_s 为钢筋屈服应力, Y_c 为混凝土抗剪强度; t_2 为以弹体撞击到第 i 层钢筋为起始点的时间。

弹体和与其直接接触部分钢筋的总质量 $m' = m_0 + d_0 \rho$ (m_0 为弹体质量), 由动量定理得:

$$\frac{d}{dt_2}(m' v_{i1}) = -2Q_p - qd_0 - F_{zi} \quad (2)$$

式中: v_{i1} 为弹体撞击到第 i 层钢筋到钢筋失效间的弹体任意时刻速度; F_{zi} 为弹体撞击到第 i 层钢筋时弹体受到的轴向侵彻阻力。

将式(1)、(2)对时间积分得:

$$\frac{1}{2} \rho \lambda_i v_{i0} = Q_p t_2 - q \lambda_i t_2 \quad (3)$$

$$2Q_p t_2 + qd_0 t_2 + F_{zi} t_2 = m' v_i - m' v_{i1} \quad (4)$$

式中: v_i 为弹体第 i 次碰到钢筋时的速度。

AH 段绕 H 点作转动, 列动量矩定理:

$$\frac{d}{dt_2} \left(\frac{1}{6} \rho \lambda_i^2 v_{i0} \right) = 2M_p - q \frac{\lambda_i^2}{2} \quad (5)$$

式中: M_p 为钢筋塑性极限弯矩。

式(5)对时间积分得:

$$\frac{1}{6} \rho \lambda_i^2 v_{i0} = 2M_p t_2 - \frac{q \lambda_i^2}{2} t_2 \quad (6)$$

联立式(3)和(6)得:

$$q \lambda_i^2 + 2Q_p \lambda_i - 12M_p = 0 \quad (7)$$

则:

$$\lambda_i = -\frac{Q_p}{q} + \sqrt{\left(\frac{Q_p}{q}\right)^2 + 12\frac{M_p}{q}} \quad (8)$$

由于塑性极限弯矩 M_p 和剪切强度 Q_p 、混凝土对钢筋的阻力 q 都是常数, 式(8)表明, 在此阶段塑性铰 H 是一个驻定铰。

由式(3)得塑性铰 A 所在的钢筋端部的横向速度:

$$v_{i0} = \frac{2Q_p t_2 - 2q \lambda_i t_2}{\rho \lambda_i} \quad (9)$$

弹体的速度与塑性铰 A 所在的钢筋端部的横向速度并不相同, 由式(4)可知:

$$v_{i1} = v_i - \frac{2Q_p t_2 + qd_0 t_2 + F_{zi} t_2}{m'} \quad (10)$$

加速度为:

$$\ddot{a}_i = -\frac{2Q_p + qd_0 + F_{zi}}{m'} \quad (11)$$

联立式(3)、(4)、(9), 截面 A 两侧的相对速度为:

$$v_{i1} - v_{i0} = v_i - \left(1 + \frac{\rho \lambda_i}{m'}\right) \left(\frac{2Q_p t_2 - 2q \lambda_i t_2}{\rho \lambda_i}\right) - \frac{2q \lambda_i t_2 + qd_0 t_2 + F_{zi} t_2}{m'} \quad (12)$$

将相对速度对时间积分可得 A 截面两侧的相对位移:

$$S_{i1} = \int_0^{t_2} (v_{i1} - v_{i0}) dt_2 = v_i t_2 - \left(1 + \frac{\rho \lambda_i}{m'}\right) \left(\frac{Q_p t_2^2 - q \lambda_i t_2^2}{\rho \lambda_i}\right) - \frac{2q \lambda_i t_2^2 + q d_0 t_2^2 + F_{zi} t_2^2}{2m'} \quad (13)$$

根据余同希等^[13]的研究成果, S_{i1} 的极限值取为 $0.3d_1$ 且当钢筋剪切失效时的弹体侵彻位移:

$$S_i = v_i t_2 - \frac{2Q_p t_2^2 + q d_0 t_2^2 + F_{zi} t_2^2}{2m'} \quad (14)$$

1.1.2 多根钢筋的动态分析模型

由 1.1.1 节知, 当弹体撞击到一根钢筋时, 塑性铰 H 是驻定铰, 则当弹体撞击到 n 根钢筋时, 每根钢筋的塑性铰位置都为 λ_i 。

弹体和与其直接接触部分的 n 根钢筋的总质量为 $m = m_0 + \sum_{j=1}^n m_j$ (m_j 为与弹体接触的第 j 根钢筋的质量), 列动量定理:

$$\frac{d}{dt_2} (mv_{i1}) = -2nQ_p - q \sum_{j=1}^n b_j - F_{zi} \quad (15)$$

式中: b_j 为第 j 根钢筋与弹头部分重合的长度。

对其积分得:

$$2nQ_p t_2 + q t_2 \sum_{j=1}^n b_j + F_{zi} t_2 = mv_i - mv_{i1} \quad (16)$$

可得, 弹体的速度:

$$v_{i1} = v_i - \frac{2nQ_p t_2 + q t_2 \sum_{j=1}^n b_j + F_{zi} t_2}{m} \quad (17)$$

加速度:

$$\ddot{a}_i = -\frac{2nQ_p + q \sum_{j=1}^n b_j + F_{zi}}{m} \quad (18)$$

由式(3)、(9)、(19), 每根钢筋截面 A 两侧的相对位移为:

$$S_{i1} = v_i t_2 - \left(\frac{n\rho\lambda_i}{m} + 1\right) \left(\frac{Q_p t_2^2 - q\lambda_i t_2^2}{\rho\lambda_i}\right) - \frac{qt_2^2 \sum_{j=1}^n b_j + F_{zi} t_2^2 + 2nq\lambda_i t_2^2}{2m} \quad (19)$$

弹体头部接触钢筋, 且钢筋剪切失效时的弹体侵彻位移:

$$S_i = v_i t_2 - \frac{2nQ_p t_2^2 + qt_2^2 \sum_{j=1}^n b_j + F_{zi} t_2^2}{2m} \quad (20)$$

1.1.3 混凝土的动态分析模型

Forrestal 等^[4]利用空腔膨胀理论得出弹体在隧道区受到混凝土的阻力为:

$$F_{zi} = \pi \frac{d_0^2}{4} (S f'_c + N \rho_0 v_i(t)^2) \quad (21)$$

式中: $S = 82.6 f'_c{}^{-0.544}$, f'_c 为混凝土无侧限抗压强度; $N = 1$ 为平头弹弹头形状系数, ρ_0 为混凝土密度, $v_i(t)$ 为弹体任意时刻 t 的速度。

任意时刻的加速度、速度、位移表达式为:

$$a_i(t + \Delta t) = -\frac{F_{zi}}{m_0} \quad (22)$$

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) - \frac{F_{zi}}{m_0} \Delta t \quad (23)$$

$$s_i(t + \Delta t) = v_i(t) \Delta t - \frac{F_{zi}}{2m_0} \Delta t^2 \quad (24)$$

1.2 模型算法流程

图 2 为弹体侵彻多层钢筋的示意图, 其中, n 为钢筋层数, h_1 为首层钢筋的埋置深度, h_n 为钢筋网间距。在隧道阶段, 依据弹体是否与钢筋直接撞击, 分为两种工况: (1) 弹体撞击到钢筋, 侵彻阻力包括钢筋与混凝土两部分的作用; (2) 弹体未撞击到钢筋或钢筋失效, 此时弹体仅受到混凝土提供的侵彻阻力。

图 3 为弹体侵彻半无限厚靶的算法流程图。其中, 首先输入的参数包括(1)弹体参数: 弹体质量、直径、长度、侵彻速度; (2)钢筋参数: 钢筋密度、屈服强度、直径、首层钢筋埋置深度、钢筋网间距; (3)混凝土参数: 混凝土的无侧限抗压强度、密度等。根据首层钢筋埋置深度与开坑深度的大小关系, 判定弹体在进入隧道阶段时, 是否撞击到钢筋, 之后不断循环钢筋与混凝土阶段, 直到弹体速度为零, 其中在每一个阶段, 取适当时间步长 Δt 计算每个阶段的参量, 不断循环, 直到达到其边界条件, 跳出此阶段进入下一个阶段。

2 模型验证与分析

2.1 经典公式

Young^[1-2] 通过开展大量实验研究, 得出了侵彻土、岩石、钢筋混凝土的统一公式:

$$H = \begin{cases} 0.0008 KRN(M/A)^{0.7} \ln(1+2.15v_s^2 \times 10^{-4}), & v_s < 61 \text{ m/s} \\ 0.000018 KRN(M/A)^{0.7} (v_s - 30.5), & v_s \geq 61 \text{ m/s} \end{cases} \quad (25)$$

式中: M 为弹体质量; A 为弹体的截面面积; v_s 为弹体侵彻靶体的初始撞击速度; K 为缩尺效应系数, 当 $M < 182 \text{ kg}$ 时, $K=0.46M^{0.15}$; 当 $M \geq 182 \text{ kg}$ 时, $K=1$ 。 N 为弹头性能系数, 对于平头弹 $N=0.56$; R 为阻力系数, 对混凝土 $R=0.085 K_c(11-P)(t_c h_c)^{-0.06}(35/\sigma_c)^{0.3}$, 其中 σ_c 为实验时混凝土的无侧限抗压强度; $K_c = (F/W_1)^{0.3}$, W_1 为靶体宽度与弹体直径的比值, $F=20$, 如果 $W_1 > F$,

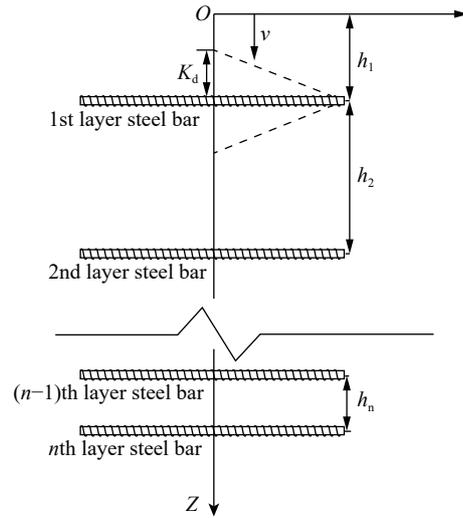


图 2 弹体侵彻半无限厚靶过程示意图

Fig. 2 Schematic diagram of a projectile penetrating a semi-infinite thick target

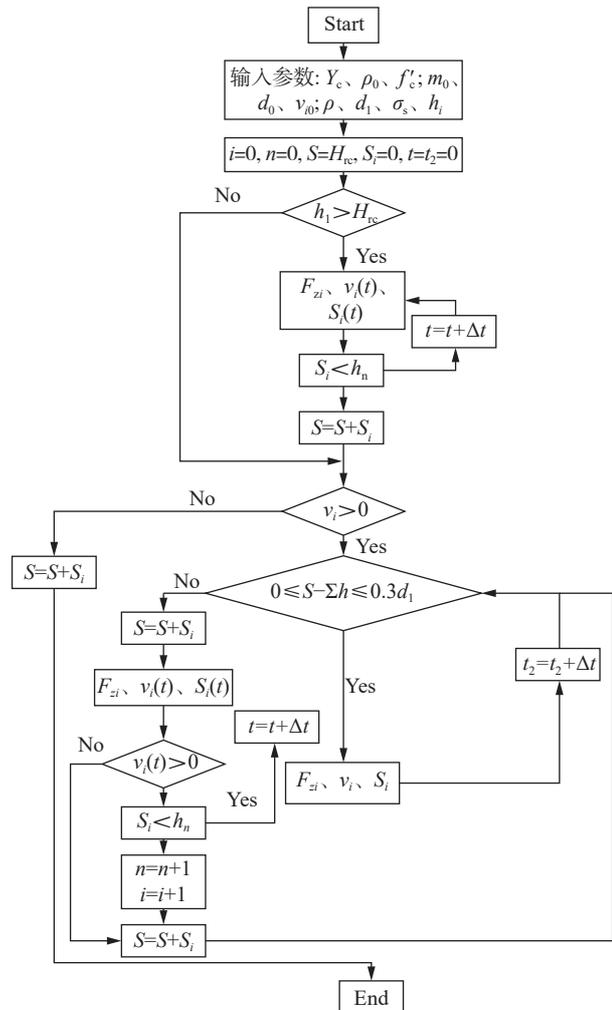


图 3 弹体侵彻半无限厚靶算法示意图

Fig. 3 Schematic diagram of a projectile penetrating a semi-infinite thick target

$K_c=1$; P 为混凝土中按体积计算的含钢百分率; t_c 为混凝土的凝固时间; h_c 为混凝土目标的厚度。在没有足够的无法计算 R 值时, 采用 $R=0.9$ 。

由于缺乏大口径平头弹侵彻钢筋混凝土厚靶的公开实验数据, 本文中不同弹体直径和质量(80、90、100 kg 作为工况 1~3)、不同撞击速度(600、410、780 m/s 作为工况 3~5)等 5 种工况的计算结果与 Young 公式的计算结果对比来验证模型的有效性。选取的靶体的参数: 靶体尺寸为 2 m×2 m×2 m, 无侧限抗压强度 $f_c=35$ MPa, 钢筋密度为 7 850 kg/m³、钢筋屈服强度为 400 MPa, 钢筋直径 $d_1=8$ mm, 网眼尺寸 60 mm, 首层钢筋埋置深度为 200 mm, 体积配筋率 2%, 钢筋层间距为 160 mm; 弹体参数见表 1。

表 1 计算侵彻深度

Table 1 Calculating penetration depth

工况	弹体参数				弹体与钢筋的相对位置	侵彻深度/mm	误差/%
	直径/mm	长度/mm	质量/kg	撞击速度/(m·s ⁻¹)			
1	80	532	13	600	钢筋交汇处	649	0.6
					钢筋网格一边中点	649	0.6
					钢筋网眼中心	649	0.6
					Young公式	653	-
2	90	599	18	600	钢筋交汇处	712	2.47
					钢筋网格一边中点	711	2.6
					钢筋网眼中心	711	2.6
					Young公式	730	-
3	100	666	25	600	钢筋交汇处	801	3.84
					钢筋网格一边中点	800	3.96
					钢筋网眼中心	800	3.96
					Young公式	833	-
4	100	666	25	410	钢筋交汇处	513	7.57
					钢筋网格一边中点	513	7.57
					钢筋网眼中心	512	7.75
					Young公式	555	-
5	100	666	25	780	钢筋交汇处	1 046	4.56
					钢筋网格一边中点	1 045	4.65
					钢筋网眼中心	1 045	4.65
					Young公式	1 096	-

此外, 由于弹体撞击到钢筋的位置具有随机性, 本文中, 如图 4 所示, 以 3 种典型位置的计算结果与 Young 公式进行比较, 比较结果见表 1。表 1 中计算结果与 Young 公式吻合良好, 进一步验证了模型的可靠性。

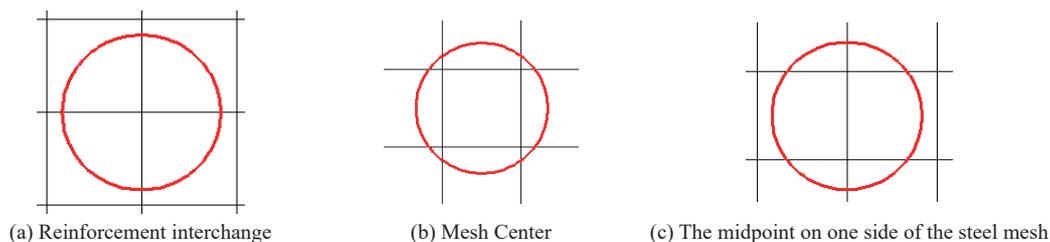


图 4 不同着靶点位置

Fig. 4 Different target positions

2.2 分析不同着靶点

2.1 节的分析表明: 当钢筋直径较小时, 不同着靶位置对于侵彻深度的影响较小。本节中, 将弹靶参数改为: 弹体长度为 666 mm, 质量 $m_0=25$ kg, 弹体撞击速度为 304 m/s; 靶体尺寸为 $2\text{ m}\times 2\text{ m}\times 2\text{ m}$, 无侧限抗压强度 $f'_c=35$ MPa, 钢筋直径 $d_1=30$ mm, 网眼尺寸 60 mm, 首层钢筋埋置深度 100 mm, 体积配筋率 2%, 钢筋层间距为 50 mm。并分别对弹体直径为 100 mm 和 140 mm 进行分析, 着重研究不同着靶点对于侵彻深度的影响, 计算结果见图 5~6。从图 5 中可以看出, 弹体撞击到钢筋交汇处侵彻深度最大; 从图 6 中可以看出, 弹体撞击到钢筋网眼中心侵彻深度最大。

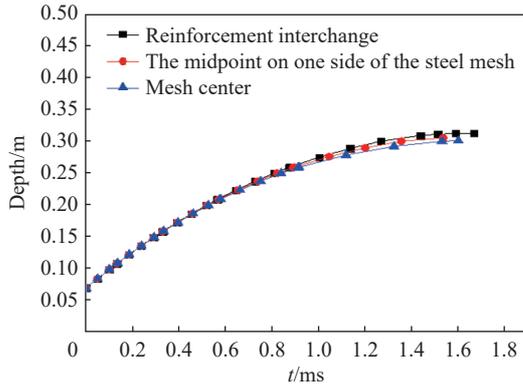


图 5 侵彻深度随时间变化图(弹体直径为 100 mm)

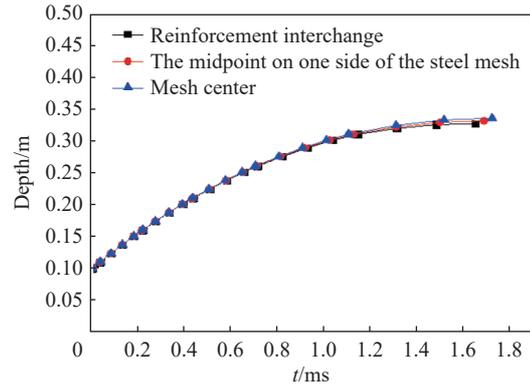


图 6 侵彻深度随时间变化图(弹体直径为 140 mm)

Fig. 5 Penetration depth varying time at different target positions for the projectile with the diameter of 100 mm Fig. 6 Penetration depth varying time at different target positions for the projectile with the diameter of 140 mm

2.3 平头弹侵彻钢筋混凝土靶的工程计算公式

根据防护角度的最不利位置, 平头弹侵彻钢筋混凝土厚靶的工程计算公式推导如下:

由 2.2 知, 弹体直径与网眼尺寸的比值不同, 最大侵彻深度的着靶点不同。由于无法预估撞击到的钢筋层数, 且钢筋对于弹体的阻滞作用较小, 因此, 通过计算弹体侵彻素混凝土靶体的侵彻深度, 可根据钢筋层间距估算弹体撞击的钢筋层数和本文提出的解析模型, 得到最终的侵彻深度。

以在侵彻阶段首次撞击到钢筋时为计算起始点, 此时速度为 v_1 。

(1) 根据 Forrestal 等^[4] 计算侵彻素混凝土靶体的侵彻深度 s :

$$s = \frac{2m_0}{\pi d_0^2 \rho_0} \ln \left(1 + \frac{\rho_0}{S f'_c} v^2 \right) + 0.707 d_0$$

式中: $v^2 = (2m_0 v_0^2 - \pi d_0^3 S f'_c) / (2m_0 + \pi d_0^3 \rho_0)$ 。

(2) 估算弹体撞击的整钢筋层间距的层数 x : $x = \left[\frac{s}{h_i} \right]$, 其中 $[\]$ 为取整函数, h_i 为钢筋层间距;

(3) 得到弹体撞击到 $x+1$ 层钢筋时的速度 v_{x+1} 。

① 由混凝土阻力引起速度的减小, 从弹体首次撞击到钢筋到第 x 层钢筋, 依据动能定理得:

$$-\int_0^{x h_i} F_z dx = \int_{v_1}^{v_{x+1}} \frac{1}{2} m_0 dv^2, \quad v_{x+1}^2 = \frac{e^{-\frac{2}{m_0} x h_i B} (A + B v_1^2) - A}{B}$$

式中: $F_z = \pi \frac{d_0^2}{4} (S f'_c + N \rho_0 v^2) = A + B v^2$, $A = \pi \frac{d_0^2}{4} S f'_c$, $B = \pi \frac{d_0^2}{4} N \rho_0$ 。

② 由钢筋阻力引起的速度减小量:

$$\Delta v^2 = \frac{2 \left(2n Q_p + q \sum_{j=1}^n b_j \right)}{m_0} \times 0.3 d_1 x, \text{ 则:}$$

第 $x+1$ 层钢筋时弹体速度为:

$$v_{x+1}^2 = \frac{e^{-\frac{2}{m_0} x h_i B (A + B v_1^2)} - A}{B} - \frac{2 \left(2n Q_p + q \sum_{j=1}^n b_j \right)}{m_0} \times 0.3 d_1 x$$

(4) 隧道阶段的侵彻深度 S'_1 为:

$$\begin{cases} S'_1 = x h_i - \frac{v_{x+1}^2}{2 \tilde{a}_{x+1}}, & \text{若 } v_{x+1}^2 > 0 \text{ 且 } S_{x+1} = -\frac{v_{x+1}^2}{2 \tilde{a}_{x+1}} \leq 0.3 d_1 \\ S'_1 = x h_i + 0.3 d_1 - \frac{m_0}{2B} \ln \frac{A}{A + B(2 \tilde{a}_{x+1} \times 0.3 d_1 + v_{x+1}^2)}, & \text{若 } v_{x+1}^2 > 0 \text{ 且 } S_{x+1} = -\frac{v_{x+1}^2}{2 \tilde{a}_{x+1}} > 0.3 d_1 \end{cases}$$

当 $v_{x+1}^2 < 0$ 时, 此时弹体撞击到第 x 层, 因此将式(2)中的 x 取 $x=x-1$ 带入式(3)、(4)中计算。

当弹体直径小于钢筋网眼尺寸时, 弹体撞击到钢筋网眼中心时只受到混凝土提供的阻力, 相比其他情况, 可知此时受到的阻力越小, 侵彻深度越大, 越为不利。

综上所述, 总侵彻深度 L 的公式为:

$$\begin{cases} L = -\frac{m_0}{2B} \ln \frac{A}{A + B v_0^2} + 0.707 d_0, & \text{若 } k < 1 \\ L = x h_i - \frac{v_{x+1}^2}{2 \tilde{a}_{x+1}} + h_1 = x h_i + S_{x+1} + h_1, & \text{若 } k > 1 \text{ 且 } S_{x+1} = -\frac{v_{x+1}^2}{2 \tilde{a}_{x+1}} \leq 0.3 d_1 \\ L = x h_i + 0.3 d_1 - \frac{m_0}{2B} \ln \frac{A}{A + B S_{x+1} (2 \tilde{a}_{x+1} \times 0.3 d_1 / S_{x+1} - 2 \tilde{a}_{x+1})} + h_1 & \text{若 } k > 1, \text{ 且 } S_{x+1} = -\frac{v_{x+1}^2}{2 \tilde{a}_{x+1}} > 0.3 d_1 \end{cases}$$

式中: k 为弹体直径与钢筋网眼尺寸的比值, h_1 为首层钢筋埋置深度。

$$v_{x+1}^2 = \frac{e^{-\frac{2}{m_0} x h_i B (A + B v_1^2)} - A}{B} - \frac{2 \left(2n Q_p + q \sum_{j=1}^n b_j \right)}{m_0} \times 0.3 d_1 \times x;$$

$$v_1^2 = \frac{e^{-\frac{2}{m_0} (h_1 - 0.707 d_0) B (A + B v_0^2)} - A}{B}, x = \left[\frac{s}{h_i} \right], \text{ 若 } v_{x+1}^2 < 0, \text{ 则 } x = \left[\frac{s}{h_i} \right] - 1;$$

$$\tilde{a}_{x+1} = -\frac{2n Q_p + q \sum_{j=1}^n b_j + F_{z_{x+1}}}{m_0};$$

$\sum_{j=1}^n b_j = \min \{ \sum b_{n_1}, \sum b_{n_2}, \sum b_{n_3} \}$, n 取与 $\sum_{j=1}^n b_j$ 对应的 n_i 值, 对应如下:

钢筋交汇处: $n_1 = 4 \left[\frac{k}{2} \right] + 2, \sum b_{n_1} = \left(8 \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{i^2}{k^2}} + 2 \right) d_0,$

钢筋网眼中心: $n_2 = 4 \left[\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right] + 4, \sum b_{n_2} = 8 \sum_{i=1}^{\frac{n_2}{4}} \sqrt{\frac{1}{4} - \left(i - \frac{1}{2} \right)^2 \frac{1}{k^2}} d_0,$

一根钢筋中点:

$$n_3 = 2 \left[\frac{k}{2} \right] + 2 \left[\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right] + 3, \sum b_{n_3} = \left(4 \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor} \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{i^2}{k^2}} + 4 \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{k}{2} \rfloor - 1} \sqrt{\frac{1}{4} - \left(i - \frac{1}{2} \right)^2 \frac{1}{k^2}} + 1 \right) d_0.$$

3 结论

本文基于弹体侵彻素混凝土的经典理论, 将钢筋的失效模式考虑为弯曲剪切破坏后, 建立平头弹侵彻钢筋混凝土的阻力模型。将计算所得的结果与经典 Young 公式进行对比, 结果吻合良好, 表明了模型

的可靠性,并能够较为合理地预测侵彻深度及其它侵彻过程量并给出弹体各运动参量随时间变化关系,通过分析不同着靶点位置对于侵彻深度的影响,发现当弹体直径小于钢筋网眼尺寸时,弹体撞击到钢筋网眼中心时,弹体受到的阻力较小,侵彻深度越大;当弹体直径大于钢筋网眼尺寸时,最不利着靶点位置视弹体直径与网眼尺寸的比值而定。最后,根据防护角度的最不利位置提出了平头弹侵彻钢筋混凝土厚靶的工程计算公式。

参考文献:

- [1] YOUNG C W. Depth prediction for earth-penetrating projectiles [J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1969, 95: 803–818.
- [2] YOUNG C W. Penetration equations [J]. *Office of Scientific and Technical Information Technical Reports*, 1997, 33(1–12): 837–846.
- [3] LUK V K, FORRESTAL M J. Penetration into semi-infinite reinforced-concrete targets with spherical and ogival nose projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1987, 6(4): 291–301. DOI: 10.1016/0734-743X(87)90096-0.
- [4] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, 15(4): 395–405. DOI: 10.1016/0734-743X(94)80024-4.
- [5] 黄民荣, 顾晓辉, 高永宏. 刚性弹丸侵彻钢筋混凝土的实验和简化分析模型 [J]. *实验力学*, 2009, 24(4): 283–290.
HUANG M R, GU X H, GAO Y H. Experiment and simplified analytical model for penetration of rigid projectile in a reinforced concrete target [J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2009, 24(4): 283–290.
- [6] 欧阳春, 赵国志, 李文彬, 等. 弹丸垂直侵彻钢筋混凝土介质的工程模型 [J]. *弹箭与制导学报*, 2004, 24(S7): 140–142.
OUYANG C, ZHAO G Z, LI W B, et al. An engineering model for penetration normally into semi-infinite reinforced concrete targets [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2004, 24(S7): 140–142.
- [7] 周宁, 任辉启, 沈兆武, 等. 弹丸侵彻钢筋混凝土的工程解析模型 [J]. *爆炸与冲击*, 2007, 27(6): 529–534. DOI: 10.11883/1001-1455(2007)06-0529-06.
ZHOU N, REN H Q, SHEN Z W, et al. An engineering analytical model for projectiles to penetrate into semi-infinite reinforced concrete targets [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2007, 27(6): 529–534. DOI: 10.11883/1001-1455(2007)06-0529-06.
- [8] 穆朝民, 任辉启. 弹丸对混凝土中钢筋结构侵彻效应研究 [J]. *兵器材料科学与工程*, 2011, 34(6): 1–5.
MU C M, REN H Q. Penetration effect of projectile into reinforced concrete targets [J]. *Ordnance Material Science and Engineering*, 2011, 34(6): 1–5.
- [9] 刘志林, 孙巍巍, 王晓鸣, 等. 卵形弹丸垂直侵彻钢筋混凝土靶的工程解析模型 [J]. *弹道学报*, 2015(3): 84–90. DOI: 10.3969/j.issn.1004-499X.2015.03.016.
LIU Z L, SUN W W, WANG X M, et al. Engineering analytical model of ogive-nose steel projectiles vertically penetrating reinforced concrete target [J]. *Journal of Ballistics*, 2015(3): 84–90. DOI: 10.3969/j.issn.1004-499X.2015.03.016.
- [10] 杨华伟. 尖卵形长杆弹侵彻半无限混凝土靶的动力学行为研究 [D]. 太原: 太原理工大学, 2018: 1–2.
- [11] LI Q M, CHEN X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete target impacted by a non-deformable projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(1): 93–116. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00037-4.
- [12] 欧阳春, 赵国志, 杜中华, 等. 弹丸垂直侵彻钢筋混凝土介质的工程解析模型 [J]. *爆炸与冲击*, 2004, 24(3): 273–277.
OUYANG C, ZHAO G Z, DU Z H, et al. An engineering analytical model for projectiles to penetrate normally into semi-infinite reinforced concrete targets [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2004, 24(3): 273–277.
- [13] YU T X, CHEN F L. A further study of plastic shear failure of impulsively loaded clamped beams [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2000, 24(6): 613–629.

(责任编辑 王易难)