

DOI: 10.11883/bzycj-2018-0402

## 弹体侵彻混凝土靶体的尺寸效应分析\*

彭 永<sup>1</sup>, 卢芳云<sup>1</sup>, 方 秦<sup>2</sup>, 吴 昊<sup>3</sup>, 李翔宇<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学文理学院, 湖南 长沙 410073;

2. 陆军工程大学国防工程学院, 江苏 南京 210007;

3. 同济大学土木工程学院结构工程与防灾研究所, 上海 200092)

**摘要:** 由于混凝土靶体抗刚性弹侵彻实验大多基于缩比弹体展开, 侵彻深度相似律是否成立显得尤为重要。在侵彻相似模型基础上, 综合分析已有侵彻实验数据及经验公式, 发现侵彻深度在通常情况下存在尺寸效应, 且无量纲侵彻深度随弹体尺寸变大而增大。但如果模型以及原型实验中弹体与混凝土靶体(包括粗骨料)严格等比例设计, 侵彻深度相似律是成立的。不变的骨料特征(粗骨料未随弹体尺寸缩放)是引起侵彻实验以及侵彻经验公式中尺寸效应的主要原因。为研究由粗骨料引起的侵彻尺寸效应, 开发了混凝土二维细观有限元建模程序, 细观数值实验成功地反映出了侵彻尺寸效应, 考虑模拟尺寸效应后的侵彻公式能较好地预测不同尺寸侵彻实验。

**关键词:** 侵彻深度; 混凝土; 尺寸效应; 细观模型

**中图分类号:** O385; TU528

**国标学科代码:** 13035

**文献标志码:** A

钻地弹终点毁伤效应研究一直是武器研发和工程防护领域共同关注的热点问题, 其中动能弹体打击混凝土靶体的侵彻深度是主要研究对象之一, 是表征靶体毁伤破坏程度最重要的参数。近几十年来, 学者们围绕弹体侵彻开展了大量的研究工作, 取得了一系列理论、数值及实验成果<sup>[1-11]</sup>。然而上述成果大多基于缩比侵彻实验展开, 能否直接推广至真实场景尚待商榷。其中的关键问题在于侵彻相似律是否成立, 如果成立, 则侵彻深度不存在尺寸效应, 上述成果才可直接推广至原型。

已有关于弹体侵彻混凝土靶体相似律的研究中, 多数持相似律成立的观点。徐建波<sup>[12]</sup>针对不含粗骨料的砂浆靶体(单轴抗压强度 $f_c=16.5$  MPa), 采用比例系数为 2 的几何相似尖卵形弹体(长径比为 10, 弹径 $d=10, 20$  mm、弹体质量 $M=58/460$  g)对侵彻相似律是否成立进行了实验探讨, 结果显示两组实验的无量纲侵彻深度(侵深除以弹径)基本重合, 证明该弹径范围内弹体侵彻砂浆靶体的相似律是成立的。而对于含粗骨料的混凝土靶体, Frew 等<sup>[8]</sup>进行了类似的实验研究, 其中几何相似尖卵形弹体的比例系数为 1.5, 靶体抗压强度 $f_c=58.4$  MPa, 两组侵彻实验的无量纲侵彻深度数据大致重合( $d=30.5$  mm 弹的数据稍高)。许三罗等<sup>[13]</sup>基于量纲分析再结合徐建波<sup>[12]</sup>实验认为侵彻满足相似律。卢江仁等<sup>[14]</sup>基于相似分析和数值模拟认为弹体侵彻混凝土的深度满足相似律。高光发等<sup>[15]</sup>通过数值模拟探讨了应变率对侵彻相似律的影响, 结果表明尺寸为 1 : 9 的两组相似模型实验的无量纲侵彻深度相差只有 2.9%, 仍可认为满足相似律。

然而, 上述研究结论缺乏缩比幅度更大的实验数据支撑, 讨论范围窄。Forrestal 等<sup>[16]</sup>在采用相对较大直径弹体( $d=76.2$  mm)开展的侵彻实验中发现侵彻似乎存在尺寸效应, 因为该团队前期基于弹径 $12.9 \text{ mm} \leq d \leq 30.5 \text{ mm}$  侵彻实验提出的侵深半理论公式<sup>[7]</sup>并不适用于这些大弹实验, 公式预测值明显低于实验值。同时, 半理论公式<sup>[7]</sup>也不适用于 Gomez 等<sup>[17]</sup>开展的小直径( $d=6.35$  mm)弹体侵彻混凝土实验, 计算结果明显高于实验值(详见第 2 节)。由此可见, 弹体侵彻混凝土存在尺寸效应, 这意味着大多数侵彻研究成果并不能直接应用于实际工程。

\* 收稿日期: 2018-10-18; 修回日期: 2019-01-30

基金项目: 国家自然科学基金(11902355)

第一作者: 彭 永(1989—), 男, 博士, 讲师, pengy116@163.com。

本文中从相似模型、缩比侵彻实验数据出发,分析了侵彻相似律成立的条件,探讨了引起弹体侵彻混凝土靶中尺寸效应的原因。为研究侵彻尺寸效应,开发了粗骨料形状、位置随机的混凝土二维细观有限元建模程序,并开展了不同尺寸弹体侵彻非均质混凝土材料的数值实验。

## 1 弹体侵彻混凝土靶体的相似模型

弹体垂直侵彻混凝土靶体的侵彻深度  $P$  可表述为弹、靶材料性质以及几何参数的函数:

$$P = f(M, d, L, \psi, \rho_p, \sigma_p, E_p, \nu_p, V_0, \rho_t, \sigma_t, E_t, \nu_t, H, W) \quad (1)$$

式中:  $M$ 、 $d$ 、 $L$  以及  $\psi$  分别为弹体质量、直径、长度以及头部曲率半径与弹径之比(CRH);  $\rho_p$ 、 $\sigma_p$ 、 $E_p$ 、 $\nu_p$  以及  $V_0$  分别为弹体的密度、强度、弹性模量、泊松比以及侵彻初速度;  $\rho_t$ 、 $\sigma_t$ 、 $E_t$ 、 $\nu_t$  分别为混凝土靶体的密度、强度、弹性模量、泊松比;  $H$ 、 $W$  分别为混凝土靶体的厚度、边长(方形靶面)或直径(圆形靶面)。

以  $\rho_p$ 、 $d$ 、 $\sigma_t$  作为独立量纲基本量,对式(1)无量纲化可得

$$\frac{P}{d} = f_1\left(\frac{M}{\rho_p d^3}, \frac{L}{d}, \frac{\sigma_p}{\sigma_t}, \frac{E_p}{\sigma_t}, \frac{V_0}{(\sigma_t/\rho_p)^{0.5}}, \frac{\rho_t}{\rho_p}, \frac{E_t}{\sigma_t}, \nu_t, \nu_p, \psi, \frac{H}{d}, \frac{W}{d}\right) \quad (2)$$

根据  $\Pi$  定律,对于两组侵彻实验,如果式(2)中所有无量纲自变量保持一致,则侵彻实验结果一致。对于原型及缩比侵彻实验,弹、靶材料不变,弹体外形完全相似,式(2)可简化为

$$\frac{P}{d} = f_1\left(\frac{V_0}{(\sigma_t/\rho_p)^{0.5}}, \frac{H}{d}, \frac{W}{d}\right) \quad (3)$$

当模型与原型实验中弹体侵彻初速度  $V_0$  保持不变,靶体尺寸与弹径变化成比例,则原型实验的无量纲侵彻深度与模型实验的无量纲侵彻深度相等,即

$$\left(\frac{P}{d}\right)_{\text{prototype}} = \left(\frac{P}{d}\right)_{\text{model}} \quad (4)$$

式中:下标 prototype、model 分别代表原型(或大尺寸实验)和模型(或小尺寸实验)。表 1 列出了侵彻原型与缩比模型几何比例为  $\lambda$  时,原型与模型实验中各物理量的比值。

表 1 相似模型中原型相对于模型的各项物理量

Table 1 Parameters in the prototype model relative to the reduced model

变量	比例	变量	比例
弹径	$\lambda$	侵彻深度	$\lambda$
弹长	$\lambda$	加速度	$\lambda^{-1}$
弹体密度	1	侵彻持续时间	$\lambda$
弹体质量	$\lambda^3$	弹体轴向阻力	$\lambda^2$
侵彻初速度	1	阻应力	1

近几十年来提出的理论公式、半理论半经验公式几乎都暗含侵彻深度满足相似律的假定,即几何形状相似但尺寸不同的弹体其无量纲侵彻深度相同,如图 1 所示。图 1(a)给出了几何相似的四种不同尺寸弹体的示意图,其中左侧最小弹体与 Hanchak 等<sup>[18]</sup>所用弹体完全相同,该弹质量  $M=0.5$  kg、直径  $d=25.4$  mm、头部曲率半径与弹径之比为 3。其余弹体与左侧弹体外形完全相似,放大比例分别为 5:1、10:1 及 15:1。图 1(b)给出了采用 Forrestal 等<sup>[7]</sup>、Frew 等<sup>[8]</sup>半理论公式计算出的几何相似弹体侵彻单轴抗压强度  $f_c=35$  MPa 半无限厚混凝土靶体的无量纲侵彻深度,从图中可以看出几何尺寸比为 15:1 的两种弹体的无量纲侵彻深度完全重合。

上述相似理论是用缩比侵彻实验来预测原型侵彻实验的理论基础。但如果上述分析或者实际实验中漏掉了可影响结果的重要参数,则侵彻相似律可能并不成立,从而出现侵彻尺寸效应。

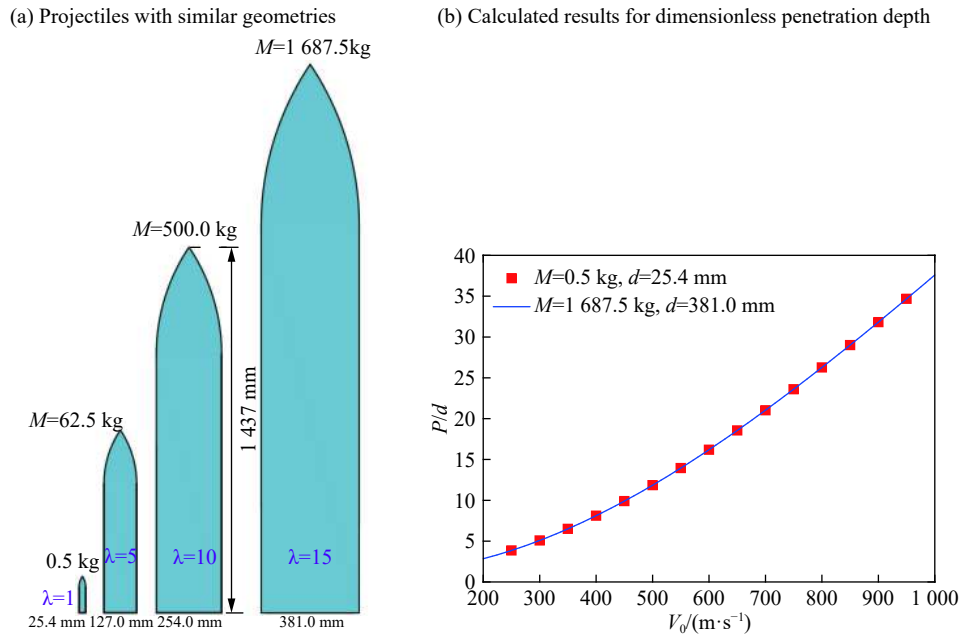


图 1 侵彻相似律成立前提下几何相似弹体的无量纲侵彻深度

Fig. 1 Dimensionless penetration depth of geometrically similar projectiles, given the scaling law as true

## 2 侵彻实验中的尺寸效应

20 世纪末, 美国桑迪亚实验室 Forrestral 等<sup>[7]</sup>、Frew 等<sup>[8]</sup>、Forrestral 等<sup>[19]</sup> 和先后开展了一系列侵彻缩比实验, 并基于空腔膨胀模型给出的阻力函数形式建立了半理论-半经验的侵彻深度计算模型:

$$\frac{P}{d} = \frac{2M}{\pi d^3 \rho N_2} \ln \left( 1 + \frac{N_2 \rho V_1^2}{S f_c} \right) + 2 \quad (5)$$

式中:  $N_2$  为弹体头型系数<sup>[7]</sup>,  $f_c$  为混凝土单轴抗压强度,  $V_1$  为弹体在开坑区-隧道区界面处的瞬时速度<sup>[7]</sup>; 无量纲阻力系数  $S$  由侵彻实验数据反推得到, 即通过反解式(5)得到  $S$  表达式, 再将侵彻实验数据代入表达式得到不同强度混凝土的  $S$  值, 最后拟合  $S$  与混凝土单轴抗压强度  $f_c$  关系<sup>[8]</sup> 得到:

$$S = 82.6(f_c/10^6)^{-0.544} \quad (6)$$

表 2 给出了拟合式(6)所用到的全部侵彻实验相关信息。

表 2 确定  $S$  值的侵彻实验相关信息<sup>[7-8, 19]</sup>

Table 2 Experimental parameters for tests for determining  $S$ <sup>[7-8, 19]</sup>

$f_c$ /MPa	13.5	21.6	36.2	51	58.4	62.8	96.7
$a^1$ /mm	4.8	4.8	9.5 <sup>2)</sup>	9.5	9.5	9.5	9.5 <sup>2)</sup>
$d$ /mm	12.9	12.9	26.9	30.5	20.3/30.5	20.3	26.9
$d/a$	2.69	2.69	2.83	3.21	2.14/3.21	2.14	2.83
$M$ /kg	0.064	0.064	0.906	1.6	0.478/1.62	0.478	0.904

注: 1)  $a$  为混凝土靶体中粗骨料的最大粒径, 2) 表示粒径没有明确给出。

如果相似律满足, 由表 1 可知  $S$  值与弹体尺寸无关。对此, Frew 等<sup>[8]</sup> 进行了相关实验探讨, 并认为侵彻相似律是成立的。实验中两组弹体几何形状完全相似,  $d=30.5, 20.3$  mm,  $f_c=58.4$  MPa。两组实验中  $P/d$  基本重合, 如图 2 所示。由两组侵彻实验数据反推的针对  $f_c=58.4$  MPa 混凝土的  $S$  值分别为 8.7(小弹)和 7.9(大弹), 文献 [8] 中认为两者差别不大, 拟合式(6)时取其平均值 8.3。基于这一系列研究, Forrestral 等<sup>[7]</sup>、Frew 等<sup>[8]</sup> 提出的相似律总是成立的侵彻式(5)得到了广泛认可和引用。

但到 2003 年, Forrestral 等<sup>[16]</sup> 为研究弹体侵彻减速度, 需将加速度测试仪载入弹体内部, 因而该弹直径( $d=76.2\text{ mm}$ )比表 2 中最大弹径还大一倍以上。实验中, 混凝土抗压强度分别为 23、39 MPa, 粗骨料最大粒径都为 9.5 mm。实验结果表明, 侵彻深度有很明显的尺寸效应, 该团队侵彻深度式(5)计算的侵彻深度明显低于实验数据, 如图 3(a)所示; 相应的由  $d=76.2\text{ mm}$  弹体侵彻实验反推的  $S$  值要明显低于式(6)计算值。另一组实验也表明弹体阻应力似乎和弹径有关: 文献 [17] 中报道了直径  $d=6.35\text{ mm}$  弹体侵彻  $f_c=38.15\text{ MPa}$  混凝土靶体时(粗骨料为最大粒径 9.5 mm 的石灰岩), 由式(6)计算的  $S$  值为 11.39, 而由实验数据反推的  $S$  值为 15.47, 相差 35.78%; 相应的由式(5)计算的侵彻深度明显高于实验值, 如图 3(b)所示。现在反过来看 Frew 等<sup>[8]</sup> 进行的侵彻实验, 从图 2 中可以看出实际上大弹( $d=30.5\text{ mm}$ )侵彻深度确实要比小弹( $d=20.3\text{ mm}$ )的实验值高, 只是因为两几何相似弹体的尺寸差别太小, 导致作者忽略了实验结果的差别, 得出了不合适的结论。

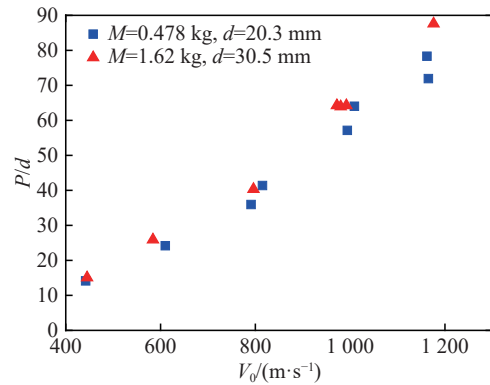


图 2 几何相似弹体的无量纲侵彻深度 ( $P/d$ ) 与侵彻初速度的关系<sup>[8]</sup>

Fig. 2 Dimensionless penetration depth of geometrically similar projectiles vs. initial penetrating velocities<sup>[8]</sup>

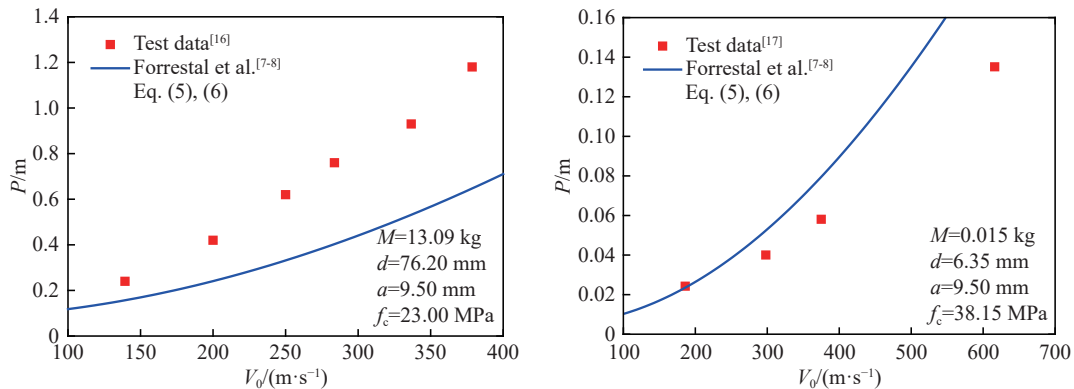


图 3 Forrestral 半理论侵彻深度公式计算结果

Fig. 3 Calculated results based on the semi-analytical formula for penetration depth proposed by Forrestral et al

此外, 早期的混凝土侵彻经验公式也表明侵彻深度存在尺寸效应, 这些公式基本都由不同尺寸侵彻实验数据拟合而来, 代表着早期的实验数据。比如 ACE 公式<sup>[6, 20]</sup> 中实验弹径范围为 37~155 mm, 而修正的 NDRC 公式<sup>[6, 21]</sup> 中包含  $d=12.7\sim 155\text{ mm}$  范围实验数据<sup>[22]</sup>。图 4 给出了采用 ACE 公式以及修正的 NDRC 公式计算的 4 组几何相似弹体(见图 1)侵彻  $f_c=35\text{ MPa}$  混凝土靶的无量纲侵彻深度。从图中可以明显看出, 随着弹体几何尺寸的变大, 弹体侵彻能力有大幅提升(计算曲线并没有和图 1(b)中一样重合), 例如在图 4(a)中, 在侵彻初速度 200~1 000 m/s 范围内, 15 倍尺寸弹体( $d=381\text{ mm}$ )的侵彻深度比通过 1 倍模型弹体侵彻深度按相似律换算的值要高 64.98%~77.51%。

从上述实验及经验公式看, 侵彻相似律似乎并不成立, 其原因可能在于相似模型以及实验中忽略掉了某一重要因素的影响, 也有可能侵彻混凝土尺寸效应的原因就如混凝土单轴压缩实验强度随尺寸增大而变小一样。笔者更倾向于前一种可能, 因为上述实验中有一个重要细节需要特别注意, 即图 2~3 混凝土靶中粗骨料的粒径及力学特性在抵抗大、小弹体侵彻时没有变化, 图 4 经验公式拟合所用实验中的靶体也很有可能具有相同的粗骨料。如果粗骨料对侵彻深度有影响, 则不变的骨料特征会让相似模型出现紊乱, 而已往的分析模型基本都忽略了粗骨料的影响。

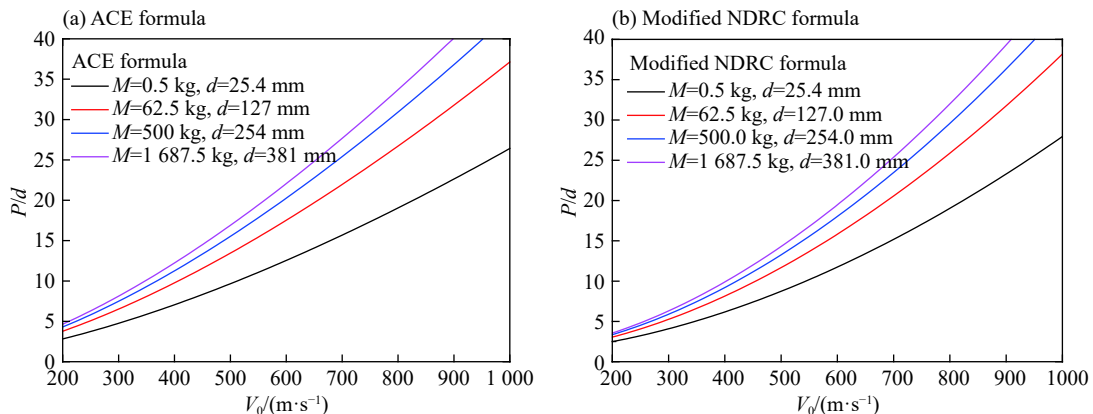


图 4 经验公式中几何相似弹体的无量纲侵彻深度

Fig. 4 Dimensionless penetration depth of the geometrically similar projectiles predicted by the empirical formulae

### 3 侵彻深度相似律成立的条件

实际上, 实验研究<sup>[23, 24]</sup>表明相同速度弹体侵彻混凝土靶体的侵彻阻力确实与粗骨料的材性、尺寸、体积率相关。所以在推导侵彻相似模型时, 必须考虑粗骨料的影响, 于是相似模型式(3)将变为

$$\frac{P}{d} = f_2 \left( \frac{V_0}{(\sigma_t/\rho_p)^{0.5}}, \frac{H}{d}, \frac{W}{d}, \frac{a}{d}, V_a, \frac{f_{c,a}}{\sigma_t} \right) \quad (7)$$

式中:  $V_a$  为骨料体积率,  $f_{c,a}$  为骨料强度,  $a$  表面上是粗骨料的粒径, 实际上表征的是某特定级配粗骨料的粒径, 脱离级配单独提粗骨料最大尺寸是不合适的。

当模型与原型实验中弹体侵彻初速度  $V_0$  保持不变, 靶体尺寸与弹径变化成比例, 但骨料粒径不变时, 原型实验的无量纲侵彻深度与模型实验的无量纲侵彻深度并不相等, 这就可以解释上节几个实验中侵彻相似律不成立的原因。如果混凝土靶体中的粗骨料材料、体积率不变, 尺寸随着弹体进行同样的放大或缩小, 即  $d/a$  保持不变, 那么侵彻深度应该满足相似律。幸运的是正好有一组由 Canfield 等<sup>[25]</sup> 报道的实验可以验证这一观点: 作者进行了两组弹、靶完全成比例的侵彻实验, 实验中原型弹体直径  $d=76.2$  mm, 质量  $M=5.9$  kg, 而 1/10 缩比弹体  $d=7.62$  mm,  $M=0.0059$  kg, 两组弹体的长径比相同且 CRH 都等于 1.5。同时, 作者将靶中钢筋以及粗骨料的尺寸也按 10 : 1 进行了等比例缩放, 以确保靶体细节也严格相似(两组实验中混凝土靶的强度相差 0.5 MPa, 应可忽略不计)。图 5 给出了文献 [25] 中两组实验的无量纲侵彻深度与侵彻初速度的关系, 从图中可以看出两组实验数据基本重合, 可认为满足相似律。从这一重要的实验可知: 只要模型以及原型实验中的弹体与混凝土靶(包括粗骨料)严格按照相似律进行等比例设计, 侵彻深度相似律是成立的。此外, 结合式(7)、图 5 以及第 2 节分析, 可以认为不变的骨料特征(粗骨料尺寸未随着弹体的尺寸进行同样的放大或缩小)是引起不同尺寸弹体侵彻实验以及经验公式中侵彻深度不满足相似律(出现尺寸效应)的原因。这也说明侵彻尺寸效应与混凝土强度实验中的尺寸效应并不是同一回事。当然, 需要指出的是, 需要更多等比例侵彻实验来验证侵彻相似律是否对更大尺寸弹体以及不同强度混凝土靶都成立。

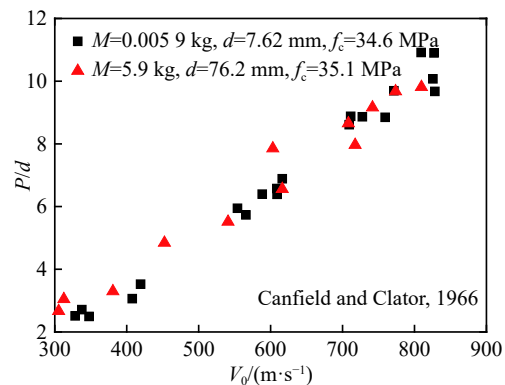


图 5 模型以及原型侵彻实验的无量纲侵彻深度<sup>[25]</sup>

Fig. 5 Normalized penetration depth for the two sets of scaled penetration experiments<sup>[25]</sup>

## 4 基于细观有限元模型的数值模拟

虽然当模型、原型实验中的弹靶严格相似时, 侵彻相似律成立, 但是确定粗骨料未同步缩放时侵彻深度的尺寸效应幅值仍然非常重要。因为, 在实际防护结构中, 混凝土靶的骨料特征是固定不变的, 不可能随来袭武器尺寸的变化而变化。从这一角度看, 近 30 年来发展的一系列理论侵彻公式、半理论侵彻公式, 例如式(5), 由于其总是满足侵彻相似律而又只得到了小尺寸缩比弹体侵彻实验数据的验证, 所以直接采用这些公式来进行混凝土防护结构抗原型钻地弹打击的设计和建设的偏于危险的。

本节拟采用细观数值模拟的方法来探讨由骨料引起的侵彻尺寸效应。混凝土细观有限元模型是指将混凝土组分包括砂浆、骨料等分别建模的模型。为提高效率, 本节将基于二维有限元模型展开讨论。

### 4.1 混凝土二维细观有限元模型

本节混凝土二维细观模型的建立基于将代表粗骨料的几何模型在代表砂浆的规则背景有限元网格上进行投影从而确定骨料网格分布的思想。具体建模流程可简化为以下 5 步: (1) 采用正方形网格对混凝土靶体进行网格划分并将网格属性定义为砂浆, 在保证可计算前提下尽量将网格画细; (2) 生成一个具有随机尺寸、随机形状的骨料二维几何模型; (3) 将骨料几何模型随机投放在混凝土试件覆盖的范围内, 并保证新投放骨料不与已投放骨料有重叠或接触; (4) 将落入步骤 3 中投放的骨料几何范围内的网格属性由砂浆变为粗骨料; (5) 重复步骤(2)~(4), 直到骨料体积率满足要求。表征粗骨料几何形状的随机多边形生成步骤如图 6 所示, 最后生成的有限元模型如图 7 所示, 可以看出本文建立的混凝土二维有限元模型在骨料随机分布、随机形状以及高体积率方面都有不错的效果。

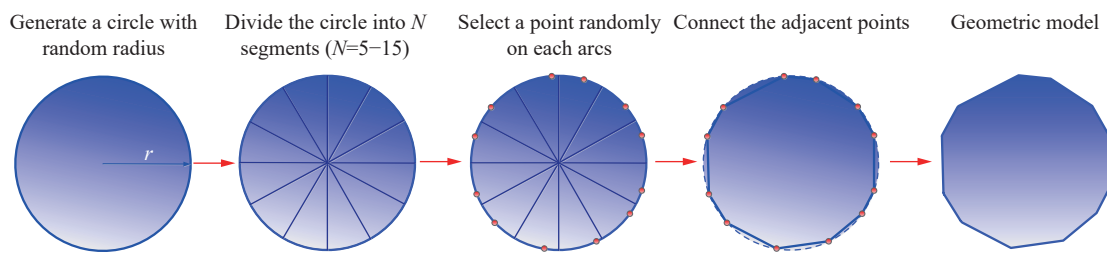


图 6 二维粗骨料几何随机模型的生成

Fig. 6 Procedures for 2D geometric model of an aggregate of random size and shape

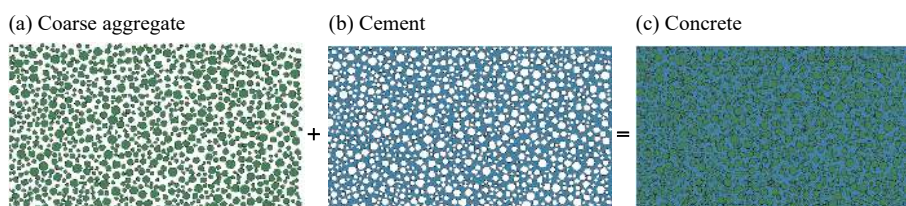


图 7 混凝土二维细观有限元模型

Fig. 7 2D mesoscopic finite element model for concrete specimen

### 4.2 弹、靶的材料模型及参数

弹体采用 \*MAT\_RIGID 材料模型<sup>[26]</sup>, 密度为  $8\ 020\ \text{kg/m}^3$ ; 砂浆和粗骨料的力学行为则用 \*MAT\_JOHNSON\_HOLMQUIST\_CONCRETE (HJC) 材料模型<sup>[27]</sup> 来描述。表 3 列出了砂浆以及粗骨料的 HJC 模型参数, 参数的选取方法详见文献 [28], 未列参数沿用文献 [27] 中取值。为避免单元过度畸变, 引入 \*MAT\_ADD\_EROSION 来判断材料失效, 并将砂浆及粗骨料单元的侵蚀准则都定义为最大主应变 0.42。

表 3 砂浆及粗骨料的 HJC 材料模型参数

Table 3 Parameters of the HJC material model for cement and aggregate

参数	砂浆	骨料	参数	砂浆	骨料
单轴抗压强度 $f_c$ /MPa	12	120	弹性极限静水压力 $P_{crush}$ /MPa	4.0	40
密度 $\rho$ /( $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ )	2 000	2 660	弹性极限体积应变 $U_{crush}$	$5.4\times 10^{-4}$	$1.1\times 10^{-3}$
剪切模量 $G$ /GPa	5.55	26.93	转折静水压力 $P_{lock}$ /GPa	1	1
极限面参数 $A$	0.79	0.79	压实体积应变 $U_{lock}$	0.1	0.1
极限面参数 $B$	1.6	1.6	压力系数 $K_1$ /GPa	17	17
压力硬化系数 $N$	0.61	0.61	压力系数 $K_2$ /GPa	38	38
抗拉强度 $T$ /MPa	1.1	12	压力系数 $K_3$ /GPa	29.8	29.8

### 4.3 数值模拟实验及分析

基于有限元程序 LS\_DYNA 开展弹体侵彻混凝土靶的数值模拟研究。混凝土细观数值模型由 4.1 节中开发的程序生成, 弹体建模及网格划分在 ANSYS 中完成, 所建二维轴对称模型如图 9 所示。

为探讨侵彻尺寸效应, 开展了 3 种几何相似尖卵形弹体侵彻相同材料靶体的数值实验。以文献 [18] 中弹体为参考弹体, 3 种弹体的尖卵形头部 CRH 都为 3, 长径比都为 5.66, 直径分别为 12.7、25.4 (参考弹体)、50.8 mm, 侵彻初速度都为 400 m/s; 混凝土模型的网格单元为 0.5 mm 的正方形, 骨料体积率为 42%, 骨料粒径范围为 5~10 mm, 靶体尺寸根据弹体尺寸进行等比例缩放, 建模时先建出最大尺寸 (300 mm×1 000 mm<sup>2</sup>) 靶体, 其余尺寸的靶体模型在最大尺寸模型上以相同弹着点为基准按比例切割。

图 8 给出了参考弹体侵彻过程中, 细观混凝土有限元模型 (150 mm×500 mm<sup>2</sup>) 中的 von Mises 应力分布, 可以看出靶内的应力分布不均匀, 弹体附近的粗骨料上明显存在应力集中。图 9 给出了相同弹体侵彻均质混凝土靶体时的 von Mises 应力分布, 其中均质混凝土的强度为 48 MPa, 相关材料参数选取参见文献 [28]。与图 8 中非均质模型相比, 均质靶体中的应力分布非常规则, 这也是后文中为什么均质模型不能模拟出尺寸效应而细观模型可以的原因。

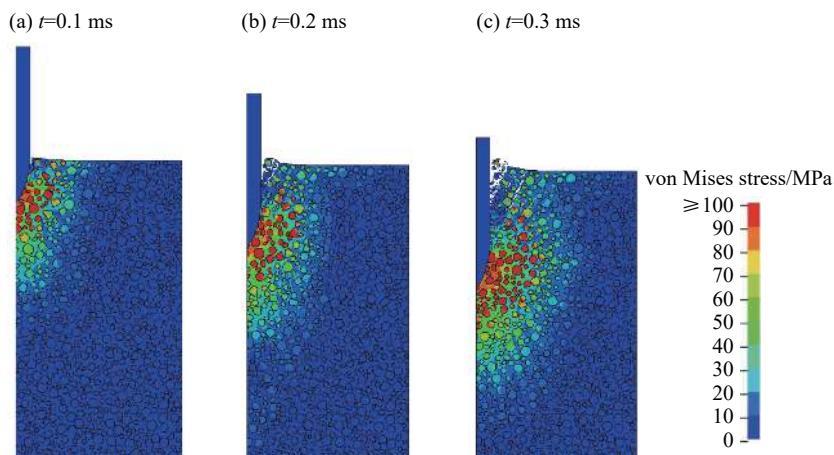


图 8 侵彻作用下非均质混凝土靶体内的 von Mises 应力分布

Fig. 8 Von Mises stress distributions in the inhomogeneous regarded concrete target under projectile penetrations

3 种几何相似弹体侵彻均质混凝土靶体 ( $f_c=48$  MPa) 的侵彻深度分别为 0.100 1、0.198 0、0.393 1 m。以参考弹体的无量纲侵彻深度为基准, 则三者的无量纲侵彻深度之比为 1.011 : 1.0 : 0.995, 可以认为基本重合。严格来说, 均质模型模拟的大弹侵彻能力反而比小弹要稍微弱一点, 这与第 2 节中的侵彻尺寸效应是相反的。

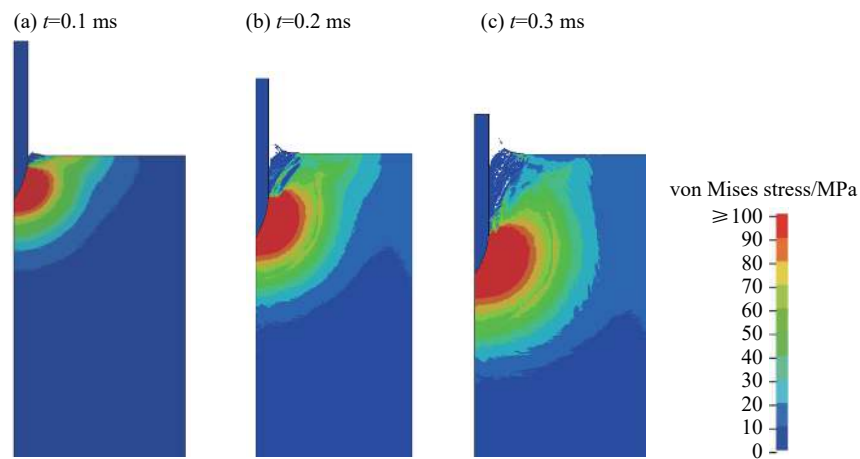


图 9 侵彻作用下均质混凝土靶体内的 von Mises 应力分布

Fig. 9 Von Mises stress distributions in the homogeneous regarded concrete target under projectile penetrations

3 种弹体侵彻非均质混凝土靶体的侵彻深度分别为 0.134 8、0.283 9、0.598 8 m。图 10 给出了相应模拟结果, 图中纵坐标为相对无量纲侵彻深度  $P/(\lambda P_{\text{ref}})=[P/(\lambda d_{\text{ref}})]/(P_{\text{ref}}/d_{\text{ref}})$ ,  $d_{\text{ref}}=25.4$  mm 为参考弹径,  $P_{\text{ref}}$  为该弹的侵彻深度,  $\lambda$  为与参考弹体 ( $d_{\text{ref}}=25.4$  mm) 相比的弹体相似缩放系数。如果侵彻相似律成立, 则图中  $P/(\lambda P_{\text{ref}})$  始终等于 1。从图中可以看出基于混凝土细观模型的数值模拟结果成功地反映出了无量纲侵彻深度随弹体尺寸变大而增大的尺寸效应, 这也进一步验证了第 3 节中是不变的骨料特征(粗骨料尺寸未随着弹体的尺寸进行同样的放大或缩小)引起侵彻尺寸效应这一观点。

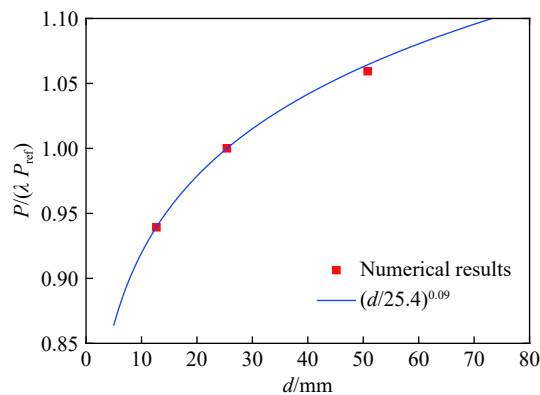


图 10 几何相似弹体侵彻相同材质靶体时的无量纲相对侵彻深度

Fig. 10 Relative dimensionless penetration depth of replica-scaled projectiles into targets of identical materials

在半理论半经验侵彻公式, 即式(5)计算结果基础上, 引入图 10 中数值模拟给出的侵彻尺寸效应, 得到图 11 中与实验结果的对比。其中尺寸效应的引入即在式(5)基础上乘以  $(d/2.54a)^{0.09}$ , 其中 2.54 为数值模拟中参考弹体直径 25.4 mm 与粗骨料最大粒径 10 mm 的比值, 当然这其中还暗含式(6)中  $S$  所依据的侵彻实验中  $d/a$  约等于 2.54 这一条件。从图 11 可以看出, 考虑侵彻尺寸效应后的公式预测值与实验数据基本吻合, 但仍然有一定差距, 即在预测小尺寸(相对于 25.4 mm)弹体时稍高而在预测大尺寸侵彻时稍低。这说明数值计算所得的侵彻尺寸效应幅值小于真实的尺寸效应幅值, 这有可能是因为二维对称模型中粗骨料实际表征的是环形圈, 而非真实粗骨料形状所致。另外, 需要指出的是, 根据式(7)侵彻尺寸效应的幅值很有可能还与砂浆强度、粗骨料强度以及体积率相关, 这还需要进行更多的深入研究, 尤其是实验研究。



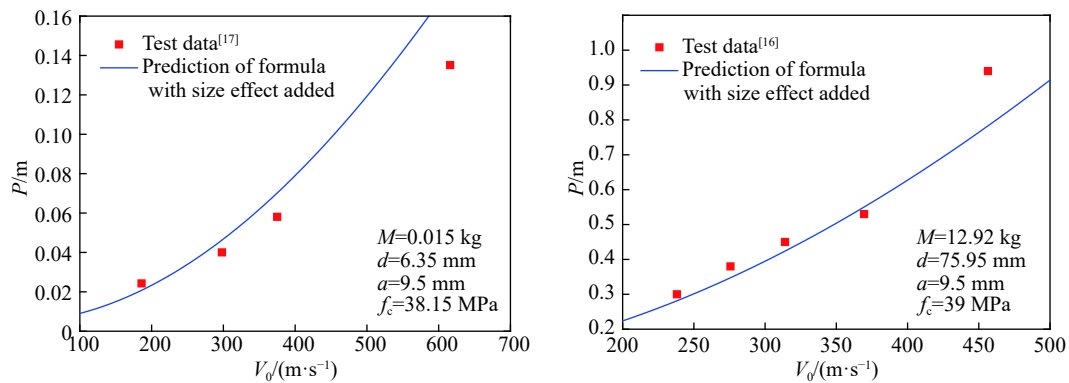


图 11 考虑尺寸效应后半理论公式计算结果与不同尺寸侵彻实验数据的对比

Fig. 11 Comparison between predictions of semi-analytical formula with size effect added and test data of different sizes

## 5 结 论

为探讨刚性弹体侵彻混凝土靶体中的尺寸效应, 基于相似模型、实验数据、经验公式以及细观数值模拟技术, 开展了一系列的分析讨论, 主要工作及结论如下:

(1) 通常情况下, 弹体打击混凝土靶体的侵彻深度存在尺寸效应, 且无量纲侵彻深度随弹体尺寸变大而增大。但如果模型以及原型实验中的弹体与混凝土靶体(包括粗骨料)严格按照相似律进行等比例设计, 刚性弹侵彻深度相似律是成立的。不变的骨料特征是引起侵彻实验及经验公式中尺寸效应的主要原因。

(2) 为研究由不变的混凝土粗骨料所引起的侵彻尺寸效应, 开发了混凝土二维细观有限元建模程序, 开展的数值实验成功地反映出了无量纲侵彻深度随弹体尺寸变大而增大的尺寸效应。

## 参考文献:

- [1] FORRESTAL M J, TZOU D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, 34(31/32): 4127–4146. DOI: 10.1016/S0020-7683(97)00017-6.
- [2] 吴昊, 方秦, 龚自明. 考虑刚性弹弹头形状的混凝土(岩石)靶体侵彻深度半理论分析 [J]. *爆炸与冲击*, 2012, 32(6): 573–580. DOI: 10.11883/1001-1455(2012)06-0573-08.  
WU Hao, FANG Qin, GONG Ziming. Semi-theoretical analyses for penetration depth of rigid projectiles with different nose geometries into concrete (rock) targets [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2012, 32(6): 573–580. DOI: 10.11883/1001-1455(2012)06-0573-08.
- [3] FENG J, LI W B, WANG X M, et al. Dynamic spherical cavity expansion analysis of rate-dependent concrete material with scale effect [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 84: 24–37. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.05.005.
- [4] KONG X Z, WU H, FANG Q, et al. Rigid and eroding projectile penetration into concrete targets based on an extended dynamic cavity expansion model [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2017, 100: 13–22. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2016.10.005.
- [5] KONG X Z, FANG Q, WU H, et al. Numerical predictions of cratering and scabbing in concrete slabs subjected to projectile impact using a modified version of HJC material model [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 95: 61–71. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2016.04.014.
- [6] LI Q M, REID S R, WEN H M, et al. Local impact effects of hard missiles on concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 32(1): 224–284.
- [7] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, 15(4): 395–405. DOI: 10.1016/0734-743X(94)80024-4.
- [8] FREW D J, HANCHAK S J, GREEN M L, et al. Penetration of concrete targets with ogive-nose steel rods [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1998, 21(6): 489–497. DOI: 10.1016/S0734-743X(98)00008-6.

- [9] 周宁, 任辉启, 沈兆武, 等. 弹丸侵彻混凝土和钢筋混凝土的试验 [J]. 中国科学技术大学学报, 2016, 36(10): 1021–1027.  
ZHOU Ning, REN Huiqi, SHEN Zhaowu, et al. Experimental on the projectile penetration concrete targets and reinforced concrete targets [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2016, 36(10): 1021–1027.
- [10] LI Q M, CHEN X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete target impacted by a non-deformable projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(1): 93–116. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00037-4.
- [11] PENG Y, WU H, FANG Q, et al. A note on the deep penetration and perforation of hard projectiles into thick targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 85: 37–44. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.06.013.
- [12] 徐建波. 长杆射弹对混凝土的侵彻特性研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2001: 79–84.
- [13] 许三罗, 相恒波. 射弹侵彻混凝土中相似理论的应用及误差分析 [J]. *弹箭与制导学报*, 2007, 27(3): 123–126. DOI: 10.3969/j.issn.1673-9728.2007.03.037.  
XU Sanluo, XIANG Hengbo. Similarity theory applied in projectile penetrating into concrete target and deflection analysis [J]. *Journal of Projectile, Rocket, Missiles and Guidance*, 2007, 27(3): 123–126. DOI: 10.3969/j.issn.1673-9728.2007.03.037.
- [14] 卢江仁, 孟会林, 孙新利. 动能弹垂直侵彻混凝土相似律的数值模拟研究 [J]. *弹箭与制导学报*, 2007, 27(4): 145–147. DOI: 10.3969/j.issn.1673-9728.2007.04.043.  
LU Jiangren, MENG Huilin, SUN Xinli. Numerical simulation of the analogue rules of the kinetic energy projectile vertically penetrating concrete target [J]. *Journal of Projectile, Rocket, Missiles and Guidance*, 2007, 27(4): 145–147. DOI: 10.3969/j.issn.1673-9728.2007.04.043.
- [15] 高光发, 李永池, 罗春涛, 等. 混凝土靶高速侵彻的率相关相似律研究 [J]. *弹箭与制导学报*, 2011, 31(3): 98–100. DOI: 10.3969/j.issn.1673-9728.2011.03.028.  
GAO Guangfa, LI Yongchi, LUO Chuntao, et al. The study on rate-dependent similarity law of high velocity penetration into concrete target [J]. *Journal of Projectile, Rocket, Missiles and Guidance*, 2011, 31(3): 98–100. DOI: 10.3969/j.issn.1673-9728.2011.03.028.
- [16] FORRESTAL M J, FREW D J, HICKERSON J P, et al. Penetration of concrete targets with deceleration-time measurements [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(5): 479–497. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00108-2.
- [17] GOMEZ J T, SHUKLA A. Multiple impact penetration of semi-infinite concrete [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, 25(10): 965–979. DOI: 10.1016/S0734-743X(01)00029-X.
- [18] HANCHAK S J, FORRESTAL M J, YOUNG E R, et al. Perforation of concrete slab with 48MPa (7ksi) and 140MPa (20ksi) unconfined compressive strength [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1992, 12(1): 1–7. DOI: 10.1016/0734-743X(92)90282-X.
- [19] FORRESTAL M J, FREW D J, HANCHAK S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1996, 18(5): 465–476. DOI: 10.1016/0734-743X(95)00048-F.
- [20] ACE Fundamentals of protective structures[R]. Army Corps of Engineers, Office of the Chief of Engineers, 1946.
- [21] Effects of impact and explosion[R]. Washington D C: National Defense Research Committee, 1946.
- [22] TELAND J A, SJØL H. An examination and reinterpretation of experimental data behind various empirical equations for penetration into concrete[C] //Proceedings of the 9th International Symposium Interaction of the Effects of Munitions with Structures, 1999.
- [23] BLUDAU C, KEUSER M, KUSTERMAN A. Perforation resistance of high-strength concrete panels [J]. *ACI Structural Journal*, 2006, 103(2): 188–195.
- [24] ZHANG M H, SHIM V P W, LU G, et al. Resistance of high-strength concrete to projectile impact [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(7): 825–841. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.04.009.
- [25] CANFIELD J A, CLATOR I G. Development of a scaling law and techniques to investigate penetration in concrete: 2057 [R] Dahlgren: Naval Weapons Laboratory, 1966.
- [26] MANUAL L S D K U, Volume I. Version 971 [M]. Livermore Software Technology Corporation, 2007: 500–600.
- [27] HOLMQUIST T J, JOHNSON G R, Cook W H. A computational constitutive model for concrete subjective to large strain, high strain rates, and high pressure[C] // Proceedings of the 14th International Symposium on Ballistic. Canada, Quebec City, 1993: 591–600.

[28] 彭永. 单(多)层混凝土靶板抗弹体侵彻/贯穿研究 [D]. 南京: 解放军理工大学, 2014: 84-87.

## Analyses of the size effect for projectile penetrations into concrete targets

PENG Yong<sup>1</sup>, LU Fangyun<sup>1</sup>, FANG Qin<sup>2</sup>, WU Hao<sup>3</sup>, LI Xiangyu<sup>1</sup>

(1. *College of Liberal Arts and Sciences, National University of Defense Technology, Changsha 410073, Hunan, China;*

2. *College of Defense Engineering, PLA Army Engineering University, Nanjing 210007, Jiangsu, China;*

3. *Research Institute of Structural Engineering and Disaster Reduction, College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)*

**Abstract:** Whether the replica scaling law holds or not is of great significance because penetration tests of concrete targets against rigid projectiles are commonly conducted in a reduced scale. In this paper, based on the replica scaling model and the analyses of penetration tests with various sizes and empirical formulae, we found that there exists a size effect in general for penetration depth, and the dimensionless depth increases with as does the size. However, the replica scaling law is satisfied for the penetration depth in rigid projectile penetrations, as long as the scaling is done strictly for both projectiles and concrete targets, including the coarse aggregates. We also found that the coarse aggregates of an invariant size (not replica-scaled) are the major factor accounting for the size effect in penetration depth found in tests and empirical formulae. To find out about the size effect resulting from aggregates, we developed a 2D mesoscopic finite element model for concrete target and conducted numerical simulations that successfully represent the size effect, thereby proving that penetration formula with size effect considered could well predict the penetration tests with different size.

**Keywords:** penetration depth; concrete; size effect; mesoscopic model

(责任编辑 王易难)