

DOI: 10.11883/bzycj-2018-0411

# 刚性弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的姿态偏转理论模型\*

段卓平<sup>1</sup>, 李淑睿<sup>1</sup>, 马兆芳<sup>2</sup>, 欧卓成<sup>1</sup>, 黄风雷<sup>1</sup>

(1. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081;

2. 北京理工大学珠海学院, 广东 珠海 519088)

**摘要:** 为描述刚性弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的弹体姿态变化, 针对已有贯穿模型存在的问题, 在斜侵彻贯穿过程中考虑了弹体转动惯量对姿态偏转的影响, 根据弹体贯穿靶板后的成孔特性重新假设了背靶面崩落块形状, 并在弹体贯穿出靶的剪切冲塞阶段引入了弹体姿态二次偏转机制, 从而建立了刚性弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的姿态偏转理论模型, 同时给出了混凝土薄靶、中厚靶和厚靶的分类方法。多种侵彻状态的理论模型计算结果均与实验测量结果吻合较好, 表明本文理论模型可有效预估弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的弹体出靶姿态。

**关键词:** 刚性弹体; 斜侵彻; 贯穿; 混凝土靶; 姿态偏转

中图分类号: O385 国标学科代码: 13035 文献标志码: A

弹体斜侵彻贯穿混凝土靶一直是侵彻领域的热点。实际情况下, 由于弹体所处环境和受力情况非常复杂, 弹体着靶时会与靶板法线存在一定角度, 当混凝土靶板厚度有限时, 弹体会贯穿靶板, 同时反射形成的拉伸波会在背靶面造成一定厚度的崩落<sup>[1]</sup>。实验研究<sup>[2-5]</sup>发现, 在斜侵彻过程中弹体姿态会发生一定程度的偏转, 偏转程度受弹体着靶初速、着靶角等多种因素影响, 为定量描述这些因素对弹体姿态偏转的影响, 并预测斜侵彻贯穿混凝土靶时弹体姿态变化, 需结合实验研究发展相应的理论模型。

Chen 等<sup>[6]</sup>建立了刚性弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的三阶段理论模型, 将刚性弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的过程分为了初始开坑、隧道和剪切冲塞三个阶段, 同时提出了斜锥形剪切冲塞块假设, 并利用无量纲冲击函数  $I$  和弹体形状函数  $N$ <sup>[7-8]</sup> 分析了弹体的姿态偏转。然而该模型假定弹体仅在初始开坑阶段发生偏转, 而在隧道阶段和剪切冲塞阶段弹体姿态不再改变, 因此该模型得到的弹体姿态角(即弹体轴线与靶板表面外法线之间的夹角)的变化趋势是增大的。但是弹体斜侵彻贯穿混凝土薄靶实验所得弹体的出靶姿态角是减小的<sup>[9-10]</sup>, 由于开坑阶段弹体有跳弹趋势, 弹体姿态角一定增大<sup>[11-12]</sup>, 因此在剪切冲塞阶段弹体姿态再次发生了偏转, 则该模型中关于剪切冲塞段弹体姿态不变的假设与实际不符。同时, 在弹体斜侵彻贯穿多层间隔混凝土靶实验中得到的靶板背面的破坏形状是以弹洞为圆心近似为对称圆形<sup>[10]</sup>, 并非 Chen 等<sup>[6]</sup>提出的不对称斜锥形弹坑。另外该模型仅根据开坑深度将混凝土靶分为薄靶和厚靶, 忽略了这两者之间的中厚靶情况, 从而限制了模型的适用范围, 因此 Chen 等<sup>[6]</sup>的弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的模型存在一定问题, 需要进一步修正。

本文中基于 Chen 等<sup>[6]</sup>的三阶段理论模型, 根据实验现象重新假设冲塞块形状, 且在弹体贯穿出靶的剪切冲塞阶段引入弹体姿态二次偏转机制, 并考虑弹体转动惯量对姿态偏转的影响, 通过分析不同阶段的弹体运动状态, 从而建立适用范围更广、更符合实际的弹体斜侵彻贯穿混凝土靶的姿态偏转理论模型, 同时提出明确的混凝土靶厚分类方法, 通过计算结果与实验数据的对比验证本文模型预测弹体姿态变化的有效性。

\* 收稿日期: 2018-10-22; 修回日期: 2018-12-29

基金项目: 国家自然科学基金(11521062)

第一作者: 段卓平(1965—), 男, 博士, 研究员, 博导, duanzp@bit.edu.cn;

通信作者: 马兆芳(1983—), 女, 博士, 讲师, 603328@bit.edu.cn。

### 1 理论模型

理论模型的建立基于以下假设条件: (1) 弹体为刚体, 在混凝土靶体内部做刚体平面运动; (2) 混凝土靶体为均质各向同性材料, 忽略其中钢筋和骨料结构的影响; (3) 混凝土对弹体的阻力作用在弹头部。

不考虑弹体攻角对弹体姿态的影响, 仅关注侵彻过程中弹体姿态角  $\beta$  (弹体轴线与靶体表面外法线之间的夹角) 的变化, 并定义弹体姿态偏转角  $\Delta\beta$  为侵彻过程中弹体瞬时姿态角与弹体初始姿态角之间的差值,  $\Delta\beta$  的符号表示弹体姿态的偏转方向, 为正时表示弹体姿态向着姿态角变大的方向偏转, 为负时表示弹体姿态向着姿态角变小的方向偏转。

设弹体斜侵彻贯穿混凝土靶时, 弹体着靶初速为  $v_0$ , 初始姿态角为  $\beta_0$ 。如图 1 所示, 弹体直径为  $d$ , 弹长为  $L$ , 弹体质心  $C$  距弹尖的距离为  $l_c$ , 弹头长度为  $h$ , 混凝土靶体厚度为  $H$ 。弹体的斜侵彻贯穿过程可分为初始开坑、隧道和剪切冲塞三个阶段<sup>[6]</sup>, 本文中认为弹体在初始开坑阶段和剪切冲塞阶段均会发生姿态偏转, 且偏转方向相反, 即在初始开坑阶段弹体姿态发生偏转且弹体姿态角  $\beta$  变大 ( $\Delta\beta$  值为正), 隧道阶段弹体姿态不偏转 ( $\Delta\beta=0$ ), 剪切冲塞阶段弹体姿态再次偏转且弹体姿态角  $\beta$  变小 ( $\Delta\beta$  值为负)。

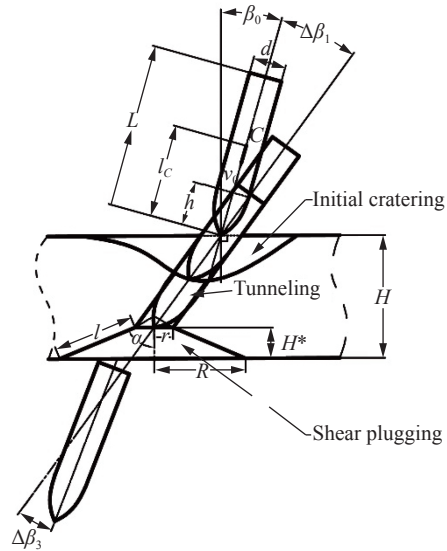


图 1 弹体斜侵彻贯穿混凝土靶过程中各阶段弹体姿态偏转过程示意图

Fig. 1 Illustrated attitude deflection of the projectile in each stage during the oblique perforation of concrete targets

#### 1.1 初始开坑阶段

在初始开坑阶段, 弹体的运动微分方程为:

$$m d^2 x_1 / dt^2 = -F_{n1} \tag{1a}$$

$$d^2 y_1 / dt^2 = -F_{t1} \tag{1b}$$

$$J_C d^2 \beta_1 / dt^2 = M_C (F_{t1}) \tag{1c}$$

式中: 弹体轴向合阻力  $F_{n1}$ 、横向合阻力  $F_{t1}$  以及过质心  $C$  的转动力矩  $M_C(F_{t1})$  满足下式<sup>[6, 13]</sup>:

$$F_{n1} = c_1 x_1 \tag{2a}$$

$$F_{t1} = F_{n1} \sin \beta_0 \tag{2b}$$

$$M_C (F_{t1}) = F_{t1} l_c \tag{2c}$$

式中:  $m$  为弹体质量,  $x_1$  和  $\beta_1$  分别为弹体的瞬时侵彻行程和瞬时姿态角,  $J_C$  为弹体绕垂直弹道平面且穿过质心  $C$  的转轴的转动惯量,  $c_1$  为初始开坑阶段的阻力常数。开坑阶段开始瞬时  $t = 0$ , 弹体侵彻行程  $X_{01} = x_1(0) = 0$ , 速度  $V_{01} = v_1(0) = v_0$ , 角速度  $\Omega_{01} = \omega_1(0) = 0$ , 姿态角  $B_{01} = \beta_1(0) = \beta_0$ 。联立式 (1)~(2), 由弹体速度  $v_1 = dx_1/dt$ 、弹体角速度  $\omega_1 = d\beta_1/dt$ , 利用前述初始条件, 则可解得初始开坑阶段弹体瞬时侵彻行程  $x_1$ 、瞬时速度  $v_1$  和瞬时姿态角  $\beta_1$  的表达式。设初始开坑阶段结束瞬时  $t = T_1$ , 弹体侵彻行程  $X_1 = x_1(T_1)$ , 速度  $V_1 = v_1(T_1)$ , 弹体姿态角  $B_1 = \beta_1(T_1)$ , 弹体姿态偏转角为  $\Delta\beta_1 = B_1 - B_{01}$ , 则得关系式 (阻力常数  $c_1$ 、时间  $T_1$  需通过联立方程组求解):

$$X_1 = \frac{V_{01}}{\sqrt{c_1/m}} \sin(\sqrt{c_1/m} T_1) \tag{3}$$

$$V_1 = V_{01} \cos(\sqrt{c_1/m} T_1) \tag{4}$$

$$\Delta\beta_1 = \frac{ml_c V_{01}}{J_C} \sqrt{\frac{m}{c_1}} \sin B_{01} \left[ \arccos\left(\frac{V_1}{V_{01}}\right) - \sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{V_{01}}\right)^2} \right] \quad (5)$$

## 1.2 隧道阶段

隧道阶段开始瞬时  $t = T_1$ , 弹体侵彻行程  $X_{02} = x_2(T_1) = 0$ , 弹体速度  $V_{02} = v_2(T_1) = V_1$ , 弹体姿态角  $B_{02} = B_1$ 。设隧道阶段结束瞬时  $t = T_2$ , 弹体侵彻行程  $X_2 = x_2(T_2)$ , 弹体速度  $V_2 = v_2(T_2)$ , 由于该阶段弹体横向阻力对称, 弹体姿态不偏转, 则弹体姿态角  $B_2 = \beta_2(T_2) = B_1 = \beta_0 + \Delta\beta_1$ , 弹体姿态偏转角  $\Delta\beta_2 = 0$ 。该阶段弹体轴向合阻力  $F_{n2}$  满足关系式<sup>[13]</sup>

$$F_{n2} = \frac{\pi d^2}{4} (S f_c + N^* \rho v_2^2) \quad (6)$$

式中:  $S$  为经验常数, 与混凝土无侧限抗压强度  $f_c$  相关;  $N^*$  为弹头形状系数,  $\rho$  为混凝土靶体密度。利用牛顿第二定律并对式 (6) 进行积分, 可得隧道阶段弹体侵彻行程  $X_2$  为:

$$X_2 = \frac{2m}{\pi d^2 \rho N^*} \ln \frac{S f_c + N^* \rho V_1^2}{S f_c + N^* \rho V_2^2} \quad (7)$$

## 1.3 剪切冲塞阶段

将冲塞块形状近似假设为锥形圆台, 并取冲塞块的坡度角  $\alpha = 66.1^\circ$ <sup>[14]</sup>, 如图 1 所示。利用图 1 中的几何关系可得锥形圆台剪切冲塞块的侧面积  $A_s$  满足关系式:  $A_s \cos \alpha = \pi d H^* [\sec(\beta_0 + \Delta\beta_1) + (H^*/d) \tan \alpha]$ ,  $H^*$  为剪切冲塞块厚度, 因此剪切冲塞块形成瞬时弹体所受轴向合阻力  $F_{ns}$  的表达式为<sup>[6]</sup>:

$$F_{ns} = \frac{1}{\sqrt{3}} f_c \pi d H^* \left[ 1 + \frac{H^*}{d} \tan \alpha \cos(\beta_0 + \Delta\beta_1) \right] \quad (8)$$

剪切冲塞阶段弹体姿态的偏转方向与初始开坑段相反, 则该阶段弹体的运动微分方程为:

$$m \frac{d^2 x_3}{dt^2} = -F_{n3} \quad (9a)$$

$$m \frac{d^2 y_3}{dt^2} = F_{t3} \quad (9b)$$

$$J_C \frac{d^2 \beta_3}{dt^2} = M_C(F_{t3}) \quad (9c)$$

其中:

$$F_{n3} = F_{ns} - c_2 x_3 \quad (10a)$$

$$F_{t3} = F_{n3} \sin(\beta_0 + \Delta\beta_1) \quad (10b)$$

$$M_C(F_{t3}) = F_{t3} (l_c - x_3) \quad (10c)$$

设剪切冲塞阶段随着弹体运动, 弹体横向合阻力  $F_{t3}$  的作用位置由弹尖逐渐向弹身方向移动, 轴向合阻力  $F_{n3}$  由该阶段开始瞬时的  $F_{ns}$  逐渐线性递减为 0, 如式 (10a) 所示, 其中  $c_2$  为剪切冲塞段的阻力常数, 且  $F_{t3}$  与  $F_{n3}$  始终满足关系式 (10b)<sup>[6]</sup>。设使弹体姿态偏转的力臂  $l$  随弹体侵彻行程  $x_3$  线性变化  $l = l_c - x_3$ , 则转动动力矩  $M_C(F_{t3})$  如式 (10c) 所示。

设剪切冲塞阶段开始瞬时  $t = T_2$ , 弹体侵彻行程  $X_{03} = x_3(T_2) = 0$ , 弹体速度  $V_{03} = v_3(T_2) = V_2$ , 弹体角速度  $\Omega_{03} = \omega_3(T_2) = 0$ , 弹体姿态角  $B_{03} = \beta_3(T_2) = B_2 = \beta_0 + \Delta\beta_1$ 。联立式 (9)~(10), 利用前述初始条件, 可解得剪切冲塞段弹体瞬时侵彻行程  $x_3$ 、瞬时速度  $v_3$ 、瞬时加速度  $a_3$  以及瞬时姿态角  $\beta_3$  的表达式。

当弹体运动到某一位置时, 弹体与冲塞块分离, 弹靶之间再无作用力 (不考虑分离再接触), 则此时弹体加速度为零。设此瞬时即为剪切冲塞阶段结束瞬时  $t = T_3$ , 且此时弹体侵彻行程  $X_3 = x_3(T_3)$ , 速度  $V_3 = v_3(T_3)$ , 加速度  $a_3 = 0$ , 角速度  $\Omega_3 = \omega_3(T_3)$ , 姿态角  $B_3 = \beta_3(T_3)$ , 弹体姿态偏转角  $\Delta\beta_3 = B_3 - B_{03}$ , 则得关系式 (阻力常数  $c_2$  需通过联立方程组求解):

$$X_3 = \left( V_{03} \sqrt{\frac{m}{4c_2}} - \frac{F_{ns}}{2c_2} \right) e^{(T_3-T_2)\sqrt{c_2/m}} - \left( \frac{F_{ns}}{2c_2} + V_{03} \sqrt{\frac{m}{4c_2}} \right) e^{-(T_3-T_2)\sqrt{c_2/m}} + \frac{F_{ns}}{c_2} \quad (11)$$

$$V_3 = \sqrt{\frac{c_2}{m}} \left( V_{03} \sqrt{\frac{m}{4c_2}} - \frac{F_{ns}}{2c_2} \right) e^{(T_3-T_2)\sqrt{c_2/m}} + \sqrt{\frac{c_2}{m}} \left( \frac{F_{ns}}{2c_2} + V_{03} \sqrt{\frac{m}{4c_2}} \right) e^{-(T_3-T_2)\sqrt{c_2/m}} \quad (12)$$

$$\left( V_{03} \sqrt{\frac{m}{4c_2}} - \frac{F_{ns}}{2c_2} \right) e^{(T_3-T_2)\sqrt{c_2/m}} - \left( \frac{F_{ns}}{2c_2} + V_{03} \sqrt{\frac{m}{4c_2}} \right) e^{-(T_3-T_2)\sqrt{c_2/m}} = 0 \quad (13)$$

$$\Delta\beta_3 = -\frac{\sin B_{03}}{J_C} \left[ \frac{mV_{03}^2/2 - F_{ns}V_{03}\sqrt{m/4c_2}}{c_2/m} e^{\sqrt{c_2/m}(T_3-T_2)} - \frac{mV_{03}^2/2 - F_{ns}^2/2c_2 + F_{ns}l_C}{c_2/m} - \left( \frac{mV_{03}^2}{2} - \frac{F_{ns}^2}{2c_2} \right) \frac{(T_3-T_2)^2}{2} + ml_C V_{03} (T_3-T_2) \right] \quad (14)$$

$$\Omega_3 = -\frac{\sin B_{03}}{J_C} \left[ \left( \frac{F_{ns}}{2c_2} - l_C \right) \left( mV_{03} - F_{ns} \sqrt{\frac{m}{c_2}} \right) e^{\sqrt{c_2/m}(T_3-T_2)} - \left( mV_{03}^2 - \frac{F_{ns}^2}{c_2} \right) \frac{(T_3-T_2)}{2} + ml_C V_{03} \right] \quad (15)$$

## 2 斜侵彻贯穿不同厚度混凝土靶

弹体斜侵彻贯穿不同厚度混凝土靶的姿态变化与靶体厚度有关,不同靶厚下弹体的姿态偏转过程如图 2 所示。

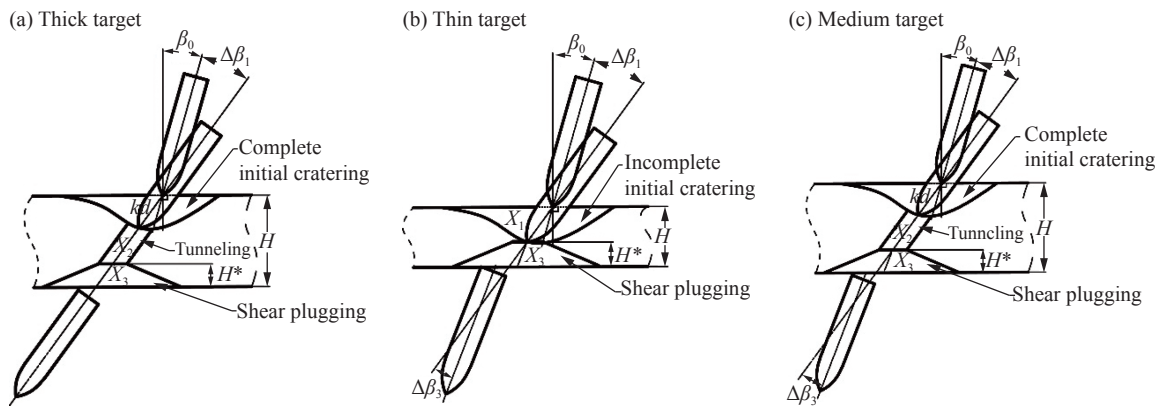


图 2 弹体斜侵彻贯穿不同厚度混凝土靶时弹体姿态的偏转过程

Fig. 2 Attitude deflection of the projectile in oblique perforation of concrete targets with different thickness.

### 2.1 厚靶

弹体斜侵彻贯穿混凝土厚靶时弹体姿态的偏转过程如图 2(a) 所示,包括完全开坑阶段、隧道阶段和剪切冲塞阶段<sup>[6]</sup>。由于隧道段足够长,能够完全阻滞弹体的横向运动,因此弹体姿态在剪切冲塞阶段不偏转( $\Delta\beta_3=0$ ),仅在开坑阶段发生一次偏转,则弹体出靶时姿态角为 $\beta_0+\Delta\beta_1$ 。

完全开坑时弹体的侵彻行程 $X_1 = kd$ ,其中 $k = 0.707 + h/d$ 为无量纲侵彻经验深度<sup>[8]</sup>。由于完全开坑阶段结束瞬时即为隧道阶段开始瞬时,此时弹体轴向合阻力 $F_{n1} = F_{n2}$ ,利用式(2a)与式(6),并联立式(3)~(5),通过求解方程组即可得到完全开坑阶段结束瞬时的 $T_1$ 、弹体速度 $V_1$ 和弹体姿态偏转角 $\Delta\beta_1$ 以及开坑阶段阻力常数 $c_1$ :

$$V_1^2 = \frac{mv_0^2 - (\pi kd^3/4)Sfc}{m + (\pi kd^3/4)N^*\rho} \quad (16)$$

$$T_1 = \frac{\arccos(V_1/v_0)}{\sqrt{c_1/m}} \quad (17)$$

$$\Delta\beta_1 = \frac{ml_c v_0}{J_c} \sqrt{\frac{m}{c_1}} \sin\beta_0 \left[ \arccos\left(\frac{V_1}{v_0}\right) - \sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{v_0}\right)^2} \right] \quad (18)$$

$$c_1 = \frac{\pi d}{4K} \left( \frac{N^* \rho v_0^2 + S f c}{1 + \frac{\pi k d^3}{4m} N^* \rho} \right) \quad (19)$$

由图 2(a) 可得弹体隧道区行程和剪切冲塞段行程分别满足关系式:

$$X_2 = (H - H^*) \sec(\beta_0 + \Delta\beta_1) - X_1 \quad (20)$$

$$X_3 = H^* \sec(\beta_0 + \Delta\beta_1) \quad (21)$$

由于隧道阶段结束瞬时即为剪切冲塞阶段开始瞬时, 此时弹体轴向合阻力  $F_{n2}=F_{n3}$ , 利用式 (6)、(8), 并联立式 (7)、(11)~(13) 与 (20)~(21), 将式 (7) 中的  $\ln$  函数进行一阶 Taylor 展开, 通过求解方程组即可得到弹体侵彻行程  $X_2$  和  $X_3$ 、弹体速度  $V_2$  和  $V_3$ 、剪切冲塞阶段结束瞬时的  $T_3$ , 以及剪切冲塞段的阻力常数  $c_2$  和剪切冲塞块厚度  $H^*$ 。

## 2.2 薄靶

弹体斜侵彻贯穿混凝土薄靶时弹体姿态的偏转过程如图 2(b) 所示, 仅包括不完全开坑阶段和剪切冲塞阶段<sup>[6]</sup>、无隧道阶段, 因此弹体姿态会在开坑阶段和剪切冲塞阶段发生两次偏转, 且偏转方向相反, 则弹体出靶时姿态角为  $\beta_0 + \Delta\beta_1 + \Delta\beta_3$ 。

由图 2(b) 可得弹体初始开坑段和剪切冲塞段的侵彻行程  $X_1$  和  $X_3$  分别满足关系式:

$$X_1 = (H - H^*) \sec(\beta_0 + \Delta\beta_1) \quad (22)$$

$$X_3 = H^* \sec(\beta_0 + \Delta\beta_1 + \Delta\beta_3) \quad (23)$$

由式 (19) 可知, 阻力常数  $c_1$  与开坑阶段的侵彻深度无关, 因此式 (19) 也适用于不完全开坑。由于开坑阶段结束瞬时即为剪切冲塞阶段开始瞬时, 此时弹体轴向合阻力  $F_{n1}=F_{n3}$ , 利用式 (2a)、(8), 并联立式 (3)~(5)、(11)~(15) 与 (22)~(23), 求解方程组即可得到弹体不完全开坑阶段结束瞬时  $T_1$  和剪切冲塞阶段结束瞬时  $T_3$ 、弹体侵彻行程  $X_1$  和  $X_3$ 、弹体速度  $V_1$  和  $V_3$ 、弹体姿态偏转角  $\Delta\beta_1$  和  $\Delta\beta_3$ 、弹体角速度  $\Omega_3$ , 以及剪切冲塞段阻力常数  $c_2$  和剪切冲塞块厚度  $H^*$ 。

## 2.3 中厚靶

弹体斜侵彻贯穿混凝土中厚靶时弹体姿态的偏转过程如图 2(c) 所示, 包括完全开坑阶段、隧道阶段和剪切冲塞阶段。但由于隧道区长度有限, 不能完全阻滞弹体的横向运动, 弹体姿态在剪切冲塞阶段仍会发生偏转, 因此弹体出靶时姿态角为  $\beta_0 + \Delta\beta_1 + \Delta\beta_3$ 。

利用隧道阶段结束瞬时的弹体速度  $V_2$  以及隧道段长度  $X_2$ , 假设该弹体以  $v_{0t}$  的初速侵彻一虚拟薄靶, 令其完全开坑段结束瞬时的弹体速度  $V_{1t}=V_2$ , 则可利用式 (16) 反推得弹体初速  $v_{0t}$ 。引入修正系数  $\delta_x$  描述弹体斜侵彻贯穿中厚混凝土靶时隧道长度对剪切冲塞段弹体姿态偏转角的影响, 其表达式为:

$$\delta_x = \frac{v_{0t}}{v_0} \left( 1 - \frac{X_2}{X_L} \right) \quad (24)$$

式中:  $X_L$  为临界隧道区长度, 即能够完全阻滞弹体横向运动、使得弹体姿态在剪切冲塞阶段不发生偏转 (即  $\Delta\beta_3=0$ ) 的最短隧道长度。若弹体长径比  $L/d > 4$ ,  $X_L$  可取经验值  $X_L=2d$ 。利用式 (14)~(15), 则弹体斜侵彻贯穿混凝土中厚靶时剪切冲塞阶段结束瞬时的弹体姿态偏转角  $\Delta\beta_3$  和弹体角速度  $\Omega_3$  为:



$$\Delta\beta_3 = -\delta_x \frac{\sin B_2}{J_C} \left[ \frac{mV_2^2/2 - F_{ns}V_2\sqrt{m/4c_2}}{c_2/m} e^{\sqrt{c_2/m}(T_3-T_2)} - \frac{mV_2^2/2 - F_{ns}^2/2c_2 + F_{ns}l_C}{c_2/m} - \left( \frac{mV_2^2}{2} - \frac{F_{ns}^2}{2c_2} \right) \frac{(T_3 - T_2)^2}{2} + ml_C V_2 (T_3 - T_2) \right] \quad (25)$$

$$\Omega_3 = -\delta_x \frac{\sin B_2}{J_C} \left[ \left( \frac{F_{ns}}{2c_2} - l_C \right) \left( mV_2 - F_{ns} \sqrt{\frac{m}{c_2}} \right) e^{\sqrt{c_2/m}(T_3-T_2)} - \left( mV_2^2 - \frac{F_{ns}^2}{c_2} \right) \frac{(T_3 - T_2)}{2} + ml_C V_2 \right] \quad (26)$$

### 2.4 靶厚分类

根据弹体侵彻过程中是否存在隧道段区分薄靶和非薄靶, 设  $H_L$  为临界靶厚, 即弹体斜侵彻贯穿靶厚为  $H_L$  的靶板时仅经历完全开坑和剪切冲塞两个阶段, 无隧道阶段。因此当靶体厚度  $H < H_L$  时弹体侵彻过程不含隧道段, 则靶体为薄靶; 当  $H > H_L$  时弹体侵彻过程存在隧道段, 则靶体为非薄靶。若弹体的几何形状、弹体和混凝土靶体的材料参数以及弹靶关系确定, 则对应有唯一的临界靶厚  $H_L$ , 可参考上述分析过程通过求解方程组得到。

由于弹体斜侵彻贯穿混凝土厚靶时隧道区足够长, 弹体在剪切冲塞阶段不发生偏转; 而斜侵彻贯穿中厚靶时隧道区长度有限, 弹体在剪切冲塞段仍会再次偏转。因此本文中利用隧道区长度  $X_2$  与临界隧道区长度  $X_L$  区分混凝土中厚靶和厚靶, 即当  $0 < X_2 < X_L$  时, 靶体为中厚靶; 当  $X_2 \geq X_L$  时, 靶体为厚靶。

### 3 模型验证

Hanchak 等<sup>[15]</sup> 利用实验手段测得了不同初速下弹体垂直侵彻 48 MPa 普通强度钢筋混凝土靶体的出靶剩余速度, 其中混凝土靶体强度为 48 MPa, 混凝土密度为 2 440 kg/m<sup>3</sup>, 靶板厚度为 0.127 m。实验所用弹体为尖卵形弹头, 弹体质量为 0.5 kg, 弹体直径为 0.025 4 m, CRH (caliber-radius-head)=3。如表 1 所示, 本文中模型的计算结果与实验数据之间的相对误差均在 18% 以内, 表明本文模型可以较准确地预估弹体垂直侵彻贯穿混凝土靶的出靶剩余速度。

在弹体斜侵彻贯穿多层间隔混凝土薄靶的实验研究中, 马兆芳等<sup>[10]</sup> 利用高速运动分析系统记录的弹体弹道偏转过

程显示每层靶体的弹体出靶姿态角均小于入靶姿态角, 即弹体姿态向着姿态角减小的方向发生了偏转, 因此实验测得的弹体姿态偏转角(弹体出靶姿态角与入靶姿态角的差值)均为负值。该实验采用的钢筋混凝土靶的等效抗压强度为 46 MPa, 混凝土密度约 2 500 kg/m<sup>3</sup>, 第 1 层靶板厚度为 0.30 m, 其余各层厚度均为 0.18 m。实验弹体为截卵形弹头, 弹体质量为 290 kg, 弹体直径为 0.25 m, 弹体长径比为 4.8, 质心至弹头长度为 0.68 m, 转动惯量  $J_C$  为 35.32 kg·m<sup>2</sup>, CRH=1.56。本文仅对两发实验中无攻角影响的前两到三层靶体的弹体出靶剩余速度和姿态偏转角进行了计算, 如表 2~3 所示, 弹体出靶剩余速度的相对误差均在 4% 以内, 弹体出靶姿态偏转角的绝对误差均在 0.2° 以内, 表明本文模型引入的剪切冲塞阶段弹体姿态二次偏转机制是合理的, 且能够准确预测弹体斜侵彻贯穿混凝土薄靶时弹体的出靶剩余速度和姿态偏转角。

表 1 垂直侵彻普通强度 (48 MPa) 钢筋混凝土靶  
弹体出靶剩余速度的实验结果与计算结果<sup>[15]</sup>

Table 1 Experimental data and numerical results of the residual velocities in normal perforation of the normal strength (48 MPa) reinforced concrete targets<sup>[15]</sup>

弹体质量/ kg	靶厚/ m	初始速度/ (m·s <sup>-1</sup> )	弹体出靶剩余速度/(m·s <sup>-1</sup> )		相对误差/ %
			实验结果 <sup>[15]</sup>	计算结果	
0.5	0.127	301	0	0	0
		360	67	79	17.9
		381	136	150	10.3
		434	214	250	16.8
		606	449	482	7.3
		746	605	641	6.0
		749	615	645	4.9
		1 058	947	973	2.7

表 2 斜侵彻贯穿多层间隔混凝土薄靶实验中弹体出靶  
剩余速度的实验结果和计算结果

Table 2 Experimental data and numerical results of the residual  
velocities in oblique perforation of the multi-layered  
thin concrete targets

实验序号	靶厚/ m	初始速度/ (m·s <sup>-1</sup> )	弹体出靶剩余速度/(m·s <sup>-1</sup> )		相对误差/ %
			实验结果 <sup>[10]</sup>	计算结果	
1-1	0.30	833	820	827	0.9
1-2	0.18	820	800	818	2.3
1-3	0.18	800	771	798	3.5
2-1	0.30	688	684	681	0.4
2-2	0.18	684	669	679	1.5

表 3 斜侵彻贯穿多层间隔混凝土薄靶实验中弹体出靶  
姿态偏转角的实验结果和计算结果

Table 3 Experimental data and numerical results of the attitude deflection  
angles in oblique perforation of the multi-layered  
thin concrete targets

实验序号	靶厚/ m	初始姿态角/ (°)	弹体出靶姿态偏转角/(°)		绝对误差/ (°)
			实验结果 <sup>[10]</sup>	计算结果	
1-1	0.30	15.0	-0.9	-1.00	0.10
1-2	0.18	14.1	-0.1	-0.30	0.20
1-3	0.18	14.0	-0.2	-0.30	0.10
2-1	0.30	14.7	-1.6	-1.40	0.20
2-2	0.18	13.1	-0.4	-0.42	0.02

阶段弹体姿态一次偏转机制控制;若为薄靶,则由初始开坑阶段弹体姿态一次偏转机制和剪切冲塞阶段弹体姿态二次偏转机制共同控制;若靶体为中厚靶,则由初始开坑阶段弹体姿态一次偏转机制、隧道区的不完整夹持机制以及剪切冲塞阶段弹体姿态二次偏转机制共同控制。

#### 参考文献:

- [1] 王礼立. 应力波基础 [M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2005: 39-64.
- [2] 薛建峰, 沈培辉, 王晓鸣. 弹体斜侵彻混凝土靶的实验研究及其数值模拟 [J]. *爆炸与冲击*, 2017, 37(3): 536-543. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)03-0536-08.  
XUE Jianfeng, SHEN Peihui, WANG Xiaoming. Experimental study and numerical simulation of projectile obliquely penetrating into concrete target [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2017, 37(3): 536-543. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)03-0536-08.
- [3] 汪斌, 曹仁义, 谭多望. 大质量高速动能弹侵彻钢筋混凝土的实验研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2013, 33(1): 98-102. DOI: 10.11883/1001-1455(2013)01-0098-05.  
WANG Bin, CAO Renyi, TAN Duowang. Experimental study on penetration of reinforced concrete by a high-speed penetrator with large mass [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2013, 33(1): 98-102. DOI: 10.11883/1001-1455(2013)01-0098-05.
- [4] 何翔, 徐翔云, 孙桂娟, 等. 弹体高速侵彻混凝土的效应实验 [J]. *爆炸与冲击*, 2010, 30(1): 1-6. DOI: 10.11883/1001-1455(2010)01-0001-06.  
HE Xiang, XU Xiangyun, SUN Guijuan, et al. Experimental investigation on projectiles' high-velocity penetration into concrete targets [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2010, 30(1): 1-6. DOI: 10.11883/1001-1455(2010)01-0001-06.

## 4 结 论

(1)在弹体斜侵彻贯穿混凝土靶过程中,考虑了弹体转动惯量对弹体姿态的影响,并在剪切冲塞阶段引入了弹体姿态二次偏转机制,使弹体姿态在该阶段向着姿态角减小的方向偏转,同时将靶体背面产生的崩落块形状修正为对称锥形圆台,即令崩落块中心轴与靶体法线方向重合。计算结果表明本文模型可以准确预测弹体斜侵彻贯穿混凝土薄靶的出靶姿态偏转角,同时也说明剪切冲塞阶段弹体姿态二次偏转机制的引入和崩落块形状的修正是合理的。

(2)通过定义临界靶厚  $H_L$  与临界隧道区长度  $X_L$ ,给出了混凝土靶体厚度的定义区间:当靶厚小于  $H_L$  时,靶体属于薄靶;当靶厚大于  $H_L$  且隧道区长度大于或等于  $X_L$  时,靶体属于厚靶;当靶厚大于  $H_L$  且隧道区长度在  $0 \sim X_L$  之间时,靶体属于中厚靶。

(3)刚性弹体斜侵彻贯穿不同厚度混凝土靶时弹体的姿态偏转由不同机制控制:若靶体为厚靶,则主要由初始开坑

- [5] 吕中杰, 徐钰巍, 黄风雷. 弹体斜侵彻混凝土过程中的方向偏转 [J]. 兵工学报, 2009, 30(2): 301–304.  
LYU Zhongjie, XU Yuwei, HUANG Fenglei. Transverse deflection of projectile obliquely penetrating into concrete [J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 30(2): 301–304.
- [6] CHEN X W, FAN S C, LI Q M. Oblique and normal perforation of concrete targets by a rigid projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2004, 30: 617–637.
- [7] CHEN X W, LI Q M. Deep penetration of a non-deformable projectile with different geometrical characteristics [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2002, 27(6): 619–637.
- [8] LI Q M, CHEN X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete target impacted by a non-deformable projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28: 93–116.
- [9] 马兆芳, 段卓平, 欧卓成, 等. 弹体斜侵彻多层间隔混凝土靶实验和数值模拟 [J]. 北京理工大学学报, 2016, 36(10): 1001–1005.  
MA Zhaofang, DUAN Zhuoping, OU Zhuocheng, et al. Experimental and simulative research on projectile oblique penetration into concrete targets with multi-layered space structure [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2016, 36(10): 1001–1005.
- [10] 马兆芳. 动能弹斜侵彻有限厚混凝土靶体的弹道规律研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2016: 12–26.
- [11] IPSON T W, RECHT R F. Ballistic penetration resistance and its measurement [J]. *Experimental Mechanics*, 1975, 15: 249–257.
- [12] 薛建锋, 沈培辉, 王晓鸣. 弹体斜侵彻混凝土靶面的开坑阶段分析 [J]. 南京理工大学学报, 2016, 40(1): 72–76.  
XUE Jianfeng, SHEN Peihui, WANG Xiaoming. Analysis on crater-forming of projectile obliquely penetrating into concrete target [J]. *Journal of Nanjing University Science Technology*, 2016, 40(1): 72–76.
- [13] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, 15(4): 395–405.
- [14] DANCYGIER A N. Rear face damage of normal and high-strength concrete elements caused by hard projectile impact [J]. *Aci Structural Journal*, 1998, 95(3): 291–304.
- [15] HANCHAK S J, FORRESTAL M J, YOUNG E R, et al. Perforation of concrete slabs with 48 MPa (7 ksi) and 140 MPa (20 ksi) unconfined compressive strengths [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1992, 12(1): 1–7.

## Analytical model for attitude deflection of rigid projectile during oblique perforation of concrete targets

DUAN Zhuoping<sup>1</sup>, LI Shurui<sup>1</sup>, MA Zhaofang<sup>2</sup>, OU Zhuocheng<sup>1</sup>, HUANG Fenglei<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Beijing institute of Technology, Zhuhai, Zhuhai 519088, Guangdong, China)

**Abstract:** In the present study we developed an analytical model to describe the attitude deflection of the rigid projectile obliquely penetrating into concrete targets. To improve on the previous models, we took the effect of the inertia moment of the projectile into account and assumed anew the shape of the plug formed on the rear surface of the concrete target with regard to the experimental perforation characteristics, and introduced a second attitude deflection mechanism into the shear plugging stage. Moreover, we proposed to classify concrete targets into three types, i.e. thin, medium and thick. The calculated results under different perforation situations accorded well with the experimental data, indicating the validity of our analytical model in predicting the projectile attitude during the oblique perforation of concrete targets.

**Keywords:** rigid projectile; oblique perforation; penetration; concrete target; attitude deflection

(责任编辑 曾月蓉)