

DOI: 10.11883/bzycj-2018-0510

竖直平面激波与水平热层作用后流场的 理论计算方法研究*

贾雷明^{1,2}, 田 宙²

(1. 清华大学工程物理系, 北京 100084;

2. 西北核技术研究院, 陕西 西安 710024)

摘要: 围绕竖直平面激波与固壁附近水平热层作用问题, 提出了流动进入准自相似阶段后固壁附近流场参量的理论计算方法。与已有的 Mirels 方法相比, 本文的方法在下列三个方面进行了改进: (1) 舍弃“热层内激波速度与入射激波速度相等”的假定, 分析了热层内激波的传播过程, 并基于几何激波动力学理论计算热层内激波强度; (2) 假定在与入射激波后流体而非入射激波阵面固连的坐标系中, 波后流体在定常等熵波作用下, 形成沿固壁运动的“活塞”, 驱动其前方的热层气体运动; (3) “活塞”内流体与其毗邻的热层气体满足压力和速度连续, 不再引入速度比例系数。利用改进后的方法, 对于马赫数为 2.00 的竖直平面激波, 在不同热层密度条件下进行计算。本文方法得到的热层内激波强度以及物质界面处的压力、速度和密度等参量, 与数值模拟结果偏差均小于 10%, 优于 Shreffler 和 Mirels 计算方法。对于马赫数为 1.36 的竖直平面激波, 当其传播速度小于热层内气体声速时, Shreffler 和 Mirels 计算方法不再适用, 而本文中提出的方法得到的计算结果与数值模拟结果和已有实验数据基本吻合, 最大偏差约 20%。上述结果表明, 本文中提出的理论计算方法提高了现有方法的合理性, 扩大了适用范围。

关键词: 激波; 热层; 准自相似; 流场参量

中图分类号: O354.5

国标学科代码: 13025

文献标志码: A

在爆轰激波管^[1]或强爆炸^[2]等环境中, 激波阵面或爆炸火球释放出的热辐射, 先于激波到达固壁表面并发生能量沉积, 致使壁面附近形成具有较高温度的气体层, 称为“热层”(thermal layer)。由于热层内气体声速大于周围空气, 热层内激波阵面会超越空气中激波阵面传播, 导致流场中出现前驱波和涡旋等结构。与不考虑热层时的情形相比, 固壁附近的流场参量也会发生改变。因此, 激波与热层作用常被应用于流场诊断和控制^[3-5]。

为了认识激波与热层作用机制, 人们针对不同形式的激波与热层作用, 开展了大量的实验和数值模拟工作^[6-18]。在理论分析方面, 已有的工作则主要关注竖直平面激波与水平热层作用, 在这类作用中, 热层高度是唯一的长度尺寸, 随着激波传播距离远大于热层高度, 流动会进入准自相似阶段, 流场结构近似呈比例发展, 此时可假定流动定常, 从而使理论分析简化。

最早, Griffith^[6]针对热层与周围空气物性差异较小的情形, 在与入射激波固连的坐标系中, 假定流动定常, 采用线性小扰动理论求解二维定常 Euler 方程组, 得到了激波阵面形状和波后流场参量分布。针对热层与空气物性差异较大的情形, 小扰动方法不再适用, 因此人们又建立了新的理论方法, 主要用于计算固壁附近的流场参量。Shreffler 等^[7]将热层高度近似为零, 认为入射激波后的流体在一维简单稀疏波的作用下膨胀加速, 形成沿固壁运动的楔形“活塞”, 驱动物质界面偏折和前驱波传播; 在与楔形“活塞”固连的坐标系内, 假定流动定常, 给定前驱波传播方向, 就可以求得楔形“活塞”内流体的压力和速度。但是, 该理论方法不能计算热层内的激波强度, 且需利用实验或数值模拟确定前驱波传播方向。Hess^[19]和 Mirels^[20]等则认为, 随着流动进入准自相似阶段, 热层内激波传播速度应与入射激波传播

* 收稿日期: 2018-12-21; 修回日期: 2019-05-20

第一作者: 贾雷明(1989—), 男, 博士研究生, jjaleiming@nint.ac.cn。

速度相等,由此计算热层内激波的强度。为了计算固壁附近的流场参量, Mirels^[20] 进一步假定:(1)在与入射激波阵面固连的坐标系中,入射激波后流体在定常等熵波作用下膨胀加速,形成沿固壁运动的“活塞”;(2)在与热层内激波阵面固连的坐标系中,穿越激波后的热层气体在定常等熵波作用下减速增压,直至与“活塞”内流体压力相等,而速度则满足一定的线性比例关系。但是,速度比例系数依赖于具体的工况条件,需借助于实验或数值模拟确定;同时,在流动准自相似阶段,热层内激波速度会趋近于某一值,而该值通常大于入射激波速度。

综上, Shreffler^[7]、Hess^[19] 和 Mirels^[20] 等的理论方法均基于某种流动定常假定,且由于未对热层内激波传播进行详细求解,这些方法大都依赖于特定的经验参数,而经验参数又需要借助于实验或数值模拟确定。本文中围绕竖直平面激波与水平热层作用,对 Mirels^[20] 理论方法进行改进:(1)分析热层内激波传播过程,然后基于激波动力学理论计算热层内激波传播,从而舍弃“热层内激波速度与入射激波速度相等”的假定;(2)考虑到整个流场是在入射激波后流体而非入射激波的推动下发展,因此在与入射激波后流体固连的坐标系中,假定入射激波后流体在定常等熵波作用下形成沿固壁运动的“活塞”;(3)“活塞”内流体与其毗邻的热层气体,应满足压力和速度连续,从而不再引入速度比例系数。本文中将通过与数值模拟结果、实验数据和已有理论方法的结果进行对比,验证上述改进的合理性。

1 理论计算方法

初始时刻,固壁附近布有性质均匀的水平热层,其高度为 h , 并与周围空气处于等压静止状态,见图 1(a), 图中实线表示激波,短划线表示物质界面。在 $t=0$ 时刻,竖直平面激波 I 到达热层左侧界面处,并与之发生作用,产生透射激波 T 和反射波 R。波 T 和 R 分别向物质界面左右两侧传播,见图 1(b), 图中点 P_1 为波 T 阵面与热层上侧界面的交点。记波 I 和 T 的传播速度分别为 D_I 、 D_T , 由于 $D_T > D_I$, 当波 T 超越上方空气中的波 I 后,位于波 T 后的高压流体会向上方空气中膨胀,驱动形成透射激波 P, 该透射激波 P 被称为“前驱波”,见图 1(c)。同时,由于激波与热层界面作用存在斜压效应,即 $\nabla p \times \nabla \rho \neq 0$, 流场中会有涡量产生并沿物质界面沉积,最终在流场不稳定性的影响下,形成涡旋。与不考虑热层时的情形相比,流场演化更加复杂。

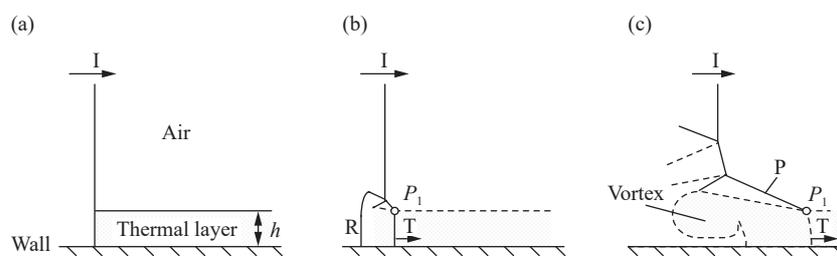


图 1 竖直平面激波与热层作用示意图

Fig. 1 Illustration of the interaction of a vertical planar shock with a thermal layer

1.1 热层内透射激波传播

在 $t=0$ 时刻,波 T 和 R 后的流场参量可借助于一维 Riemann 问题的精确求解方案^[21] 给出。

在 $t>0$ 时刻,波 T 超越波 I 沿热层上侧界面传播。由于初始时刻波 T 阵面与热层上界面垂直,因此波 T 沿热层上侧界面的折射为非正规折射。本文中利用 Whitham 提出的几何激波动力学 (geometrical shock dynamics, 后文简称为 GSD) 理论^[22-23], 计算波 T 沿热层上侧界面的非正规折射。GSD 理论常用于近似求解二维/三维激波阵面的传播。

非正规折射的发生,是因为波后流场中的扰动追赶上了波 T。记波 T 独自沿热层上侧界面折射(即不考虑波 I 的存在)时,点 P_1 沿界面的移动速度为 D_{P_1} 。如果 $D_{P_1} > D_I$, 则波 T 沿界面的折射仅与波 T 强度和界面两侧的物性参数有关;如果 $D_{P_1} < D_I$, 则波 T 沿界面的折射还会受到波 I 的影响。接下来,分别

对这两种情形进行讨论。

1.1.1 折射不受波 I 影响

此时, 在点 P_1 附近, 热层气体经过波 T 后压力增加, 然后向上方空气中膨胀, 形成前驱波 P 和反射稀疏波 R_1 ; 稀疏波 R_1 沿波 T 阵面传播, 使得波 T 强度减小、波阵面发生弯曲, 记弯曲后的波阵面为波 T'; 在热层上方, 前驱波 P 与波 I 作用, 形成激波 R_2 、 R_3 、 T_1 和新的物质界面, 见图 2, 图中实线表示激波, 短划线表示物质界面, 点线表示稀疏波。

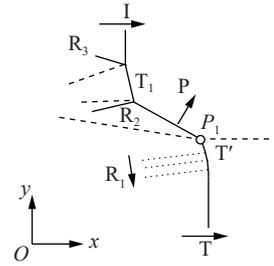


图 2 波 T 沿界面的非正规折射 ($D_{P1} > D_I$)

Fig. 2 Irregular refraction of wave T at the horizontal material interface ($D_{P1} > D_I$)

依据 GSD 理论, 建立波 T 与 T' 之间的近似关系,

$$\theta_{T'} = \theta_T - \int_{Ma_T}^{Ma_{T'}} \sqrt{-\frac{1}{AMa} \frac{dA}{dMa}} dMa \quad (1)$$

式中: Ma 为激波马赫数, θ 为激波传播方向与水平方向的夹角, $A=A(Ma)$ 为射线管面积函数, 下标 T、T' 分别表示波 T 和 T' 的相关参数。本文中约定, 所有的角度均以逆时针方向为正。

在点 P_1 附近, 波 T' 后流场并不均匀, 因此不能利用双波或三波理论来求解点 P_1 附近的流场。考虑到扰动是从界面下方的流场中产生的, 然后跨越界面向上方流场传播。当稳定的折射结构形成时, 在点 P_1 附近, 波 P 与波 T' 阵面应保持连续, 且流场不再发生变化。此时, 界面下方流场中的扰动不会再跨越界面向上方传播, 否则波 P 后流场将再次发生改变。因此, 界面下方流场中扰动与波 T' 阵面交点的运动轨迹应与波后物质界面重合, 即

$$\alpha_{T'} = \delta_{T'} \quad (2)$$

式中: $\alpha_{T'}$ 为扰动运动轨迹与水平方向的夹角, $\delta_{T'}$ 为波 T' 后物质界面与水平方向的夹角。根据 GSD 理论, 有

$$\tan \alpha_{T'} = \frac{\tan \theta_{T'} - \nu}{1 + \nu \tan \theta_{T'}} \quad (3)$$

式中:

$$\nu = \left(\frac{Ma_{T'}^2 - 1}{\lambda Ma_{T'}^2} \right)^{1/2}, \quad \mu = \left[\frac{(\gamma - 1) Ma_{T'}^2 + 2}{2\gamma Ma_{T'}^2 - (\gamma - 1)} \right]^{1/2}, \quad \lambda = \left(1 + \frac{2}{\gamma + 1} \frac{1 - \mu^2}{\mu} \right) \left(1 + 2\mu + \frac{1}{Ma_{T'}^2} \right)$$

γ 为比热比。建立与点 P_1 固连的坐标系, 记为 \mathfrak{R}_1 , 根据斜激波关系式, 有

$$\tan \delta_{T'} = \sqrt{\frac{2\gamma Ma_0^2}{(\gamma + 1)\xi + (\gamma - 1)} - 1} \frac{\xi - 1}{\gamma Ma_0^2 - (\xi - 1)} \quad (4)$$

式中: ξ 为波 T' 后压力与波前压力之比, Ma_0 为坐标系 \mathfrak{R}_1 中波 T' 前流场马赫数。波 T' 与 P 阵面在点 P_1 处保持连续, 且波后流场压力相等, 再联立式 (1)~(4), 即可求得点 P_1 附近波 T'、P 后流场以及点 P_1 沿界面的传播速度 D_{P1} 。

在热层上方, 可利用激波关系式求解波 P 与波 I 作用后的流场分布。

1.1.2 折射受波 I 影响

当 $D_{P1} < D_I$ 时, 波 T 沿界面的折射会受到热层上方波 I 的影响。此时, 除了在界面下方流场有稀疏波产生外, 在界面上方的流场中还产生了压缩波, 记为 R_4 , 它会沿着波 I 阵面向上传播, 使得波 I 阵面向前弯曲, 形成前驱波 P, 见图 3。流动本身具有极强的非线性, 随着时间发展压缩波 R_4 会逐渐演化成激波, 并与波 I 和 P 组成三波结构, 类似于斜激波在固壁的马赫反射。三波点附近的流场近似采用三波理论描述。

波 T 与 T' 之间仍近似满足式(1)。在点 P_1 附近, 由于折射受到波 I 的影响, 因此式(2)不再成立。本文中采用 Catherasoo 等^[24] 建立的激波在非均匀介质中的传播理论, 描述界面两侧波 T' 和波 P 参数所满足的关系, 有

$$Ma_{T'} = Ma_P + \int_{c_1}^{c_2} \frac{v^2 Ma(D^2 - gV^2)}{c(V^2 - v^2 D^2)} dc \quad (5)$$

式中: Ma_P 为波 P 的马赫数, c_1 、 c_2 分别为波前未扰动空气和热层气体的声速,

$$g = 1 + \frac{2\mu(Ma^2 - 1)}{(\gamma - 1)Ma^2 + 2}, \quad V^2 = \frac{D_p^2}{\cos^2\theta_p} - a^2 Ma^2$$

式中: D_p 为波 P 传播速度, θ_p 为波 P 传播方向与水平方向夹角, 其余物理量意义同式(3)。假定波 P 阵面保持平直, 联立式(1)、(5)和三波理论, 即可求得点 P_1 附近波 T' 和 P 后的流场。

上述理论方法适用于波 R_1 到达固壁之前的时刻。记波 T 后流场声速为 c_T , 在 $t=h/c_T$ 时, 波 R_1 到达固壁并发生反射, 形成新的反射稀疏波, 稀疏波后激波阵面仍保持与固壁垂直, 可利用式(1)求解激波参数。在 $t>h/c_T$ 时, 新的反射稀疏波会沿着波 T' 阵面向上传播。当反射稀疏波到达热层上侧界面后, 又会发生反射, 流场可利用上述理论方法进行求解。新生成的反射稀疏波又会向着固壁运动。如果忽略流场中其他扰动的影响, 这个过程会不断持续下去, 热层内激波阵面的构型也会发生周期性变化, 激波强度逐渐减小, 见图 4, 图中 $t_1 \sim t_5$ 表示不同的时刻, 点划线表示稀疏波与波 T 阵面交点轨迹, 为了记述方便, 将任意时刻热层内激波阵面统一记为波 T。真实情况中, 流场左侧的扰动势必会赶上波 T, 图 4 所示的过程并不会一直持续下去。

1.2 固壁附近流场

当激波走过的距离远大于热层高度 h 时, 流动进入准自相似阶段。此时, 流场参量可以近似看作是变量 x/t 和 y/t 的函数。将固壁附近流场划分成五个区域, 见图 5, 其中区域 1 是驱动涡旋发展的流体区域, 区域 2、3 是涡旋区域, 涡旋与固壁之间的流体即为沿固壁运动的“活塞”, 区域 4 是经过波 T 压缩后的热层气体, 区域 5 是处于未扰动状态的热层气体。图 5 中, 点 P_1 为波 T 与热层上侧物质界面的交点, 点 $P_2 \sim P_5$ 为区域 1~5 的分界点。

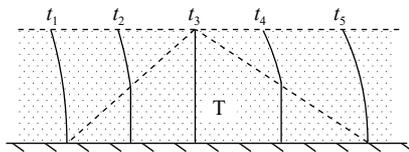


图 4 热层内激波传播

Fig. 4 Shock propagation with time in the thermal layer

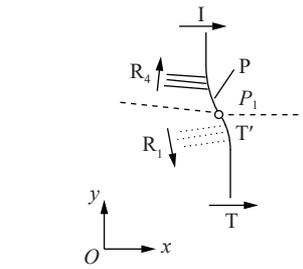


图 3 波 T 沿界面的非正规折射 ($D_{p1} < D_1$)

Fig. 3 Irregular refraction of wave T at the horizontal material interface ($D_{p1} < D_1$)

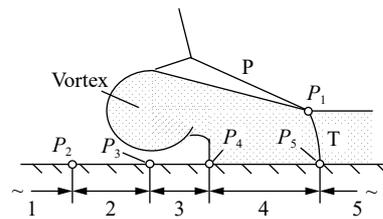


图 5 固壁附近流场区域划分示意图

Fig. 5 Illustration of flow field division near the wall

在区域 1 中, 初始时刻波 I 与界面作用形成反射波 R, 波 R 沿固壁向界面左侧传播。由于 $p_R \neq p_1$, 界面附近又会产生扰动分别向热层上方和固壁传播。这些扰动传播的结果, 是使得流场恢复到均衡状态, 本文中近似选取波 I 后流体状态作为均衡状态。

在区域 2、3 中, 物质界面与固壁组成了收缩-扩张管道, 点 P_3 处为收缩与扩张管道的连接处。区域 1 中的流体先经过收缩管道进行加速减压, 再经过扩张管道减速升压后, 到达点 P_4 附近。建立与区域 1 中流体固连的坐标系 \mathcal{R}_2 , 在坐标系 \mathcal{R}_2 中观察区域 2、3 处的流动, 假定流动满足准一维定常绝热条件, 有

$$p_2/\rho_2^\gamma = p_{4L}/\rho_{4L}^\gamma \tag{6}$$

$$\frac{p_2}{\rho_2} = \frac{p_{4L}}{\rho_{4L}} + \frac{\gamma-1}{2\gamma}(u_{4L} - u_2)^2 \tag{7}$$

式中: ρ 为密度, u 为速度, 下标 2、4L 分别表示点 P_2 和点 P_4 附近界面左侧的流场参量。点 P_2 附近流场参量即为区域 1 中流场参量。

在区域 4 中, 热层气体穿过波 T 后, 压力和速度增加。波 T 与固壁相交于点 P_5 , 建立与点 P_5 固连的坐标系 \mathfrak{R}_5 。在坐标系 \mathfrak{R}_5 中观察, 物质界面、固壁与波 T 组成扩张管道, 假定管道内流动满足准一维定常绝热条件, 则有

$$p_{4R}/\rho_{4R}^\gamma = p_5/\rho_5^\gamma \tag{8}$$

$$\frac{p_{4R}}{\rho_{4R}} + \frac{\gamma-1}{2\gamma}(u_4 - D_5)^2 = \frac{p_5}{\rho_5} + \frac{\gamma-1}{2\gamma}(u_5 - D_5)^2 \tag{9}$$

式中: 下标 4R、5 分别表示点 P_4 附近界面右侧、点 P_5 附近的流场参量, D_5 为波 T 沿固壁的运动速度。在点 P_4 附近, 界面两侧流场满足连续条件, 即

$$p_{4L} = p_{4R}, \quad u_{4L} = u_{4R} \tag{10}$$

Hess^[19] 认为流动从初始时刻到进入准自相似阶段的时间尺度与 h 和流体声速之比具有相同的量级。同时考虑到热层左侧流场也应达到均衡状态, 本文中选取流动进入准自相似阶段的时间为

$$t = Nh/c_R \tag{11}$$

式中: c_R 为波 R 后流场声速, N 为常数。至此, 根据上一小节的理论方法计算固壁附近波 T 强度, 联立式 (6)~(10) 即可求解点 P_4 附近的流场参量。

2 结果与讨论

2.1 $Ma_I=2.00$, $0.1 \leq \rho_{il}/\rho_{air} \leq 0.9$ 时的计算结果

给定波 I 马赫数 $Ma_I=2.00$, 波前流场压力 $p_0=0.100$ MPa, 空气密度 $\rho_{air}=1.00$ kg/m³, 热层高度 $h=0.50$ m, 空气和热层气体比热比均取 $\gamma=1.40$ 。计算区域 $0 < x < 15.00$ m 和 $0 < y < 10.00$ m, 热层左侧界面位于 $x=2.00$ m 处。设定九种不同的工况, 即热层气体密度 ρ_{il} 分别取 0.10、0.20、0.30、0.40、0.50、0.60、0.70、0.80、0.90 kg/m³, 利用本文理论方法计算固壁附近流场参量。

同时, 利用动力学软件 ANSYS Autodyn Euler-FCT 求解器进行数值模拟。图 6 所示为三种工况条件下相应时刻压力 p 和水平速度 u 沿固壁分布的数值模拟结果, Grid 1 和 Grid 2 分别表示不同的网格划分方案, 即 $dx=dy=0.01$ m 和 $dx=dy=0.02$ m, dx 和 dy 分别为沿 x 和 y 方向的网格尺寸。两种网格方案所得到的结果基本吻合, 验证了网格收敛性, 后续的数值模拟均选用 Grid 1。

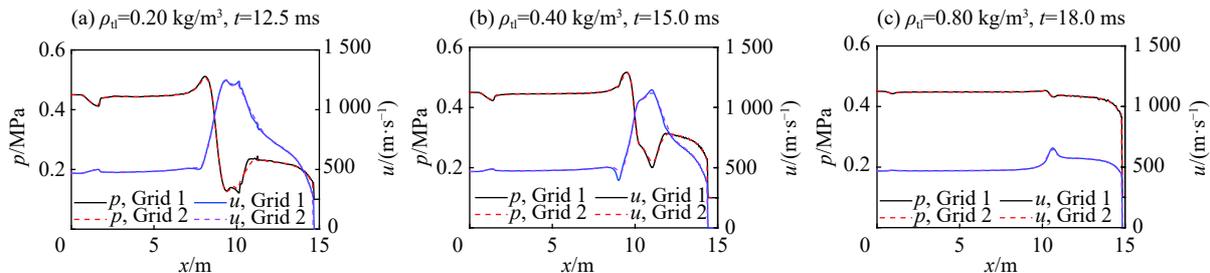


图 6 不同工况条件下压力 p 和水平速度 u 沿固壁分布

Fig. 6 Profiles of pressure and horizontal velocity along the wall in different cases

2.1.1 流场中的激波结构

将 $D_{P1} > D_1$ 和 $D_{P1} < D_1$ 时流场中的激波结构(见图 2~3)分别记为 W1 和 W2。两者的区别主要体现在,界面上方流场中的激波结构分别为五波和三波结构。表 1 为不同工况条件下, $t < h/c_T$ 时刻热层内波 T 相关参数的理论计算结果, p_T 、 $p_{T'}$ 分别为波 T 以及点 P_1 附近波 T' 后的压力。对于 $Ma_1=2.00$, 当 $\rho_{ii}=0.87 \text{ kg/m}^3$ 时, $D_{P1}=D_1=748.33 \text{ m/s}$ 。图 7 为 $t=0.5 \text{ ms}$ 时刻压力等值线图的数值模拟结果, 等值线间隔取为 $\Delta p=(p_{\max}-p_{\min})/20$, p_{\max} 、 p_{\min} 为对应工况和时刻的压力最大值和最小值。此时, 波 R_1 未到达固壁。

表 1 流场中激波结构类型
Table 1 Wave structure types above material interface

$\rho_{ii} / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	p_T / MPa	$D_{P1} / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$p_{T'} / \text{MPa}$	波系类型
0.10	0.219	1 607.83	0.191	
0.20	0.268	1 244.74	0.233	
0.30	0.304	1 077.95	0.265	
0.40	0.333	975.25	0.291	
0.50	0.359	903.08	0.313	W1
0.60	0.381	848.39	0.333	
0.70	0.401	804.86	0.351	
0.80	0.419	768.98	0.368	
0.90	0.435	738.67	0.419	W2

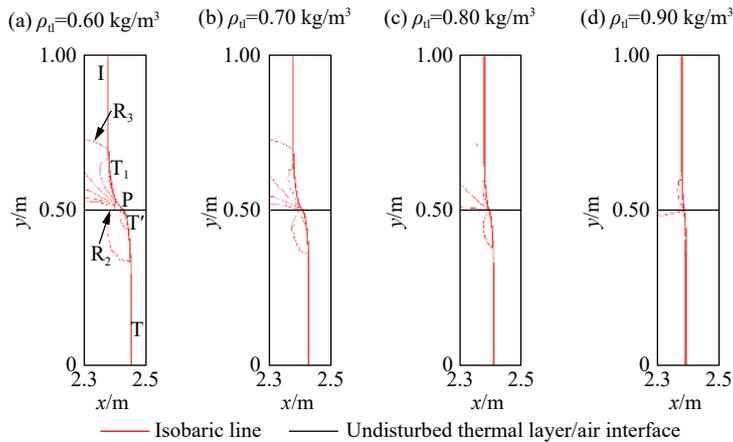


图 7 $t=0.5 \text{ ms}$, 不同工况下的压力等值线图

Fig. 7 Pressure contour lines at $t=0.5 \text{ ms}$ in different cases

当 $\rho_{ii} \leq 0.60 \text{ kg/m}^3$ 时, 界面上方为五波结构, 理论计算结果与数值模拟结果基本吻合。受到波后流场中扰动的影响, 波 R_2 、 R_3 和 T_1 后的流场区域并不均匀。当 $\rho_{ii}=0.70 \text{ kg/m}^3$ 和 0.80 kg/m^3 时, 理论计算结果显示界面上方为五波结构, 而在数值模拟结果中并未明显观测到波 R_2 。这是因为两种工况处于波系类型由 W1 向 W2 的过渡区附近, 根据理论方法得到的两种工况中波 R_2 马赫数 Ma_{R2} 分别为 1.20 和 1.16, 强度较弱。也可能是由于理论方法采用激波动力学理论近似描述波 T 阵面弯曲, 所得到的 D_{P1} 略大于真实值, 此时波系类型实为 W2, 理论计算结果与数值模拟结果存在偏差。

当 $\rho_{ii}=0.90 \text{ kg/m}^3$ 时, 界面上方的波系为三波结构, 理论计算结果与数值模拟结果基本一致。波 P 阵面略向前弯曲, 理论计算得到波 R_4 马赫数 $Ma_{R4}=1.02$, 接近声波。

2.1.2 固壁附近流场参量

选取工况 $\rho_{ii}=0.50 \text{ kg/m}^3$, 阐释固壁附近流场特征及参量的演化。图 8 为 $t=13.0 \text{ ms}$ 时刻流场密度云

图的数值模拟结果。空气和热层气体经过激波压缩后, 被卷入流场后方的涡旋中。随着时间发展, 波 T 传播距离大于 $14h$, 流动进入准自相似阶段。图 9 为 $t=10.0$ 、 12.0 、 14.0 和 16.0 ms 时刻固壁附近压力 p 和密度 ρ 分布的数值模拟结果。热层左侧的流场, 近似恢复到波 I 后的状态, 这与本文理论方法关于图 5 中区域 1 的假定是一致的。点 P_4 、 P_5 附近的压力和密度随时间基本不变。在时间间隔 $\Delta t=2.0$ ms 内, 波 T 的位移分别为 1.61、1.65 和 1.62 m, 也随时间基本不变。

接下来, 利用本文的理论方法, 对不同工况下流场进入准相似阶段后点 P_4 、 P_5 附近的流场参量进行计算。其中, 流场进入自相似阶段的时刻按式(11)计算, 并取 $N=2.5$, 假定波 T 后稀疏波以波 T 后流场声速在热层内往返传播。表 2 为不同工况下物理量 p_4 、 u_4 、 ρ_{4L} 、 ρ_{4R} 和 p_5 的理论计算结果与数值模拟结果, 其中, TA 表示理论计算结果, NS 表示数值模拟结果, $\epsilon=|TA-NS|/NS$ 为理论结果与数值模拟结果的偏差, t^* 为数值模拟结果的取值时刻。 t^* 的确定应保证物理量趋近于渐近值, 本文采用“在时间间隔 $\Delta t=0.5$ ms 内物理量 ρ_{4L} 数值变化不超过 2%”作为判断标准。

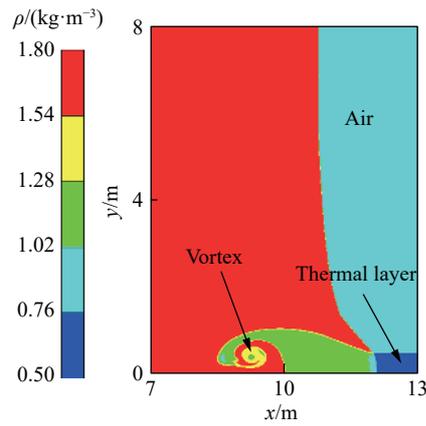


图 8 $t=13.0$ ms, 流场密度云图分布($\rho_{0i}=0.50$ kg/m³)
Fig. 8 Density contour at $t=13.0$ ms with $\rho_{0i}=0.50$ kg/m³

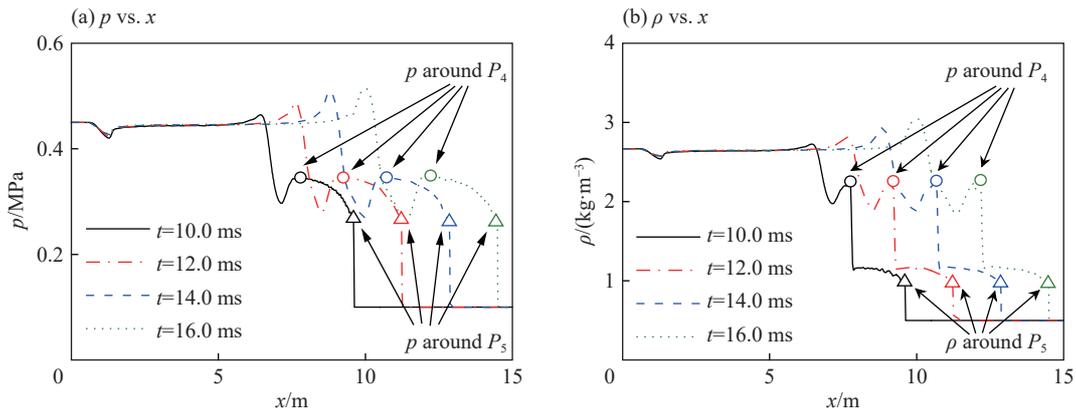


图 9 不同时刻, 物理量沿固壁分布($\rho_{0i}=0.50$ kg/m³)
Fig. 9 Parameters vs. x along the wall at different time instants with $\rho_{0i}=0.50$ kg/m³

表 2 不同工况条件下固壁附近流场参量

Table 2 Parameter values near the rigid wall for different cases

$\rho_{0i}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	t^*/ms	p_4/MPa			$u_4/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$			$\rho_{4L}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$			$\rho_{4R}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$			p_5/MPa		
		TA	NS	$\epsilon/\%$	TA	NS	$\epsilon/\%$	TA	NS	$\epsilon/\%$	TA	NS	$\epsilon/\%$	TA	NS	$\epsilon/\%$
0.1	10.0	0.195	0.183	6.51	968.88	941.81	2.87	1.47	1.44	1.87	0.16	0.15	7.38	0.112	0.118	4.92
0.2	12.5	0.239	0.231	3.32	910.17	857.25	6.17	1.70	1.67	1.51	0.37	0.36	3.20	0.151	0.156	3.30
0.3	13.5	0.282	0.275	2.52	852.07	820.68	3.82	1.91	1.87	2.11	0.62	0.60	4.00	0.192	0.193	0.76
0.4	15.0	0.320	0.312	2.67	798.33	787.34	1.40	2.09	2.05	2.04	0.90	0.88	2.75	0.228	0.228	0.10
0.5	16.0	0.354	0.349	1.58	746.68	755.16	1.12	2.25	2.27	0.93	1.20	1.17	2.91	0.261	0.261	0.12
0.6	16.5	0.383	0.383	0.06	697.86	706.73	1.26	2.38	2.37	0.32	1.51	1.49	1.61	0.290	0.295	1.85
0.7	17.0	0.405	0.415	2.49	655.55	653.82	0.26	2.47	2.53	2.29	1.82	1.81	0.70	0.312	0.333	6.35
0.8	18.0	0.434	0.437	0.63	577.03	588.04	1.87	2.60	2.62	0.77	2.15	2.11	1.92	0.364	0.366	0.67
0.9	18.0	0.447	0.447	0.02	515.82	525.43	1.83	2.65	2.66	0.24	2.43	2.40	1.12	0.409	0.408	0.30

当热层不存在时,波 I 后固壁附近流场的压力为 0.450 MPa。热层的出现,使得固壁附近激波峰值压力降低,且峰值压力随 ρ_{u1} 减小而减小。对于不同的工况条件,流场参量的理论计算结果与数值模拟结果的偏差均小于 10%,验证了理论方法的合理性。

2.2 与 Shreffler 和 Mirels 理论方法的比较

选取与上一小节相同的工况参数,分别利用 Shreffler^[7] 理论方法和 Mirels^[20] 理论方法对固壁附近流场参量 p_4 、 u_4 和 p_5 进行计算,并与本文理论计算结果进行比较,见图 10。在 Shreffler 理论方法中,前驱波阵面与水平方向的夹角 α 根据 $\sin^2\alpha=\rho_{u1}/\rho_{air}$ 确定,该式的计算结果已被证实与实验数据较为吻合^[3,11]。在 Mirels 理论方法中,速度比例系数 k ($k=u_{4L}/u_{4R}$) 描述的是点 P_4 附近界面两侧速度之比,且 $0 < k \leq 1.0$ 。 k 值依赖于具体的工况条件,Mirels 根据其理论计算结果与实验数据或数值模拟结果是否吻合来确定 k 值,但并没有给出 k 与工况条件的具体关系。此处,初步选取 $k=1.0, 0.3, 0.01$ 进行计算,以涵盖 k 可能的取值范围。

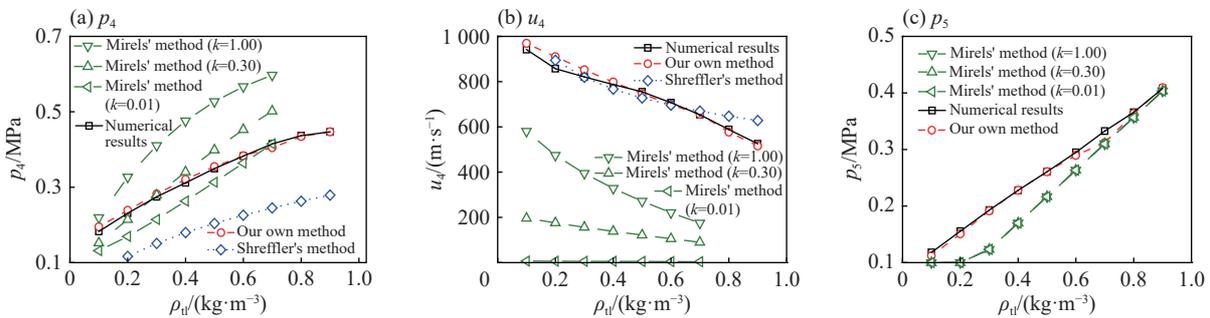


图 10 不同理论方法的计算结果 ($Ma_1=2.00$)

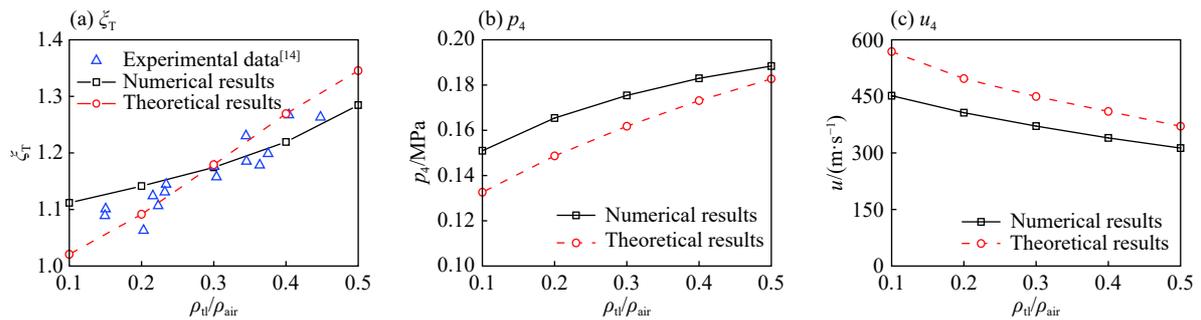
Fig. 10 Results from various theoretical methods with $Ma_1=2.00$

从图 10 可以发现,Shreffler 理论方法仅能给出 p_4 和 u_4 , 其中 p_4 的结果与数值模拟结果偏差较大, u_4 的结果则与数值模拟结果较为接近。Mirels 理论方法给出的 p_4 与数值模拟结果的偏差大小与 k 值有关,当 $k=0.3$ 时, $\rho_{th} \approx 0.28 \text{ kg/m}^3$ 的结果与数值模拟结果最接近,当 $k=0.01$ 时, $\rho_{th} \approx 0.70 \text{ kg/m}^3$ 的结果与数值模拟结果最接近;对于任意的 k 值, u_4 的结果均与数值模拟结果存在较大偏差;随着 ρ_{u1}/ρ_{air} 趋近于 1, p_5 的结果与数值模拟结果偏差逐渐减小。本文理论方法所给出的 p_4 、 u_4 和 p_5 ,与数值模拟结果偏差均小于 10%,表明本文理论方法在此类工况条件下优于 Shreffler 理论方法和 Mirels 理论方法。

2.3 Zaslavskii 实验

Zaslavskii^[14] 利用氮气与氢气的混合气体构建热层,在激波管中开展了 $Ma_1=1.36$ 的竖直平面激波与水平热层作用实验,并测量了不同 ρ_{u1}/ρ_{air} ($\rho_{u1}/\rho_{air} < 0.5$) 条件下波 T 沿固壁走过约 12h 后的强度 $\xi_T=p_T/p_0$,按照 2.1 节所采用的准则判断,流动进入准自相似阶段。Zaslavskii 并未详细给出流场初始状态参数 p_0 、 ρ_{air} 等,但由于 ξ_T 是一个无量纲量且不依赖于 p_0 、 ρ_{air} 等物理量的具体数值,因此本文在开展理论计算和数值模拟时,不失一般性,取 $p_0=0.101 \text{ MPa}$ 、 $\rho_{air}=1.225 \text{ kg/m}^3$ 、 $\gamma=1.4$,且 $N=2.5$ 。图 11 给出了 $\rho_{u1}/\rho_{air}=0.1$ 、0.2、0.3、0.4 和 0.5 时波 T 强度 ξ_T 和固壁附近 p_4 、 u_4 的理论计算结果和数值模拟结果,并与 Zaslavskii 测量得到的 ξ_T 进行比较。

对于 $Ma_1=1.36$ 和 $\rho_{u1}/\rho_{air} \leq 0.5$,由于入射激波速度小于热层内气体声速,Shreffler 理论方法和 Mirels 理论方法均不再适用,因此图 11 中仅列出了本文理论方法的计算结果。图 11(a) 为波 T 强度 ξ_T ,对于不同的 ρ_{u1}/ρ_{air} ,数值模拟结果与实验结果基本吻合,理论计算结果与数值模拟结果最大偏差约 8.60%。图 11(b)、(c) 分别为点 P_4 附近的流场压力 p_4 和速度 u_4 ,理论计算结果与数值模拟结果较为吻合,其中 p_4 对应的最大偏差为 13.8%, u_4 对应的最大偏差为 20.6%,随着 ρ_{u1}/ρ_{air} 增大,偏差逐渐减小。

图 11 不同理论方法的计算结果 ($Ma_1=1.36$)Fig. 11 Results from various theoretical methods with $Ma_1=1.36$

3 结 论

当竖直平面激波与固壁附近水平热层作用时, 流场中会出现涡旋和前驱波等结构。为了更为准确地计算流动处于准自相似阶段时固壁附近的流场参量, 本文对已有的 Mirels^[20] 理论方法进行了以下三个方面的改进:

(1) 舍弃“热层内激波速度与入射激波速度相等”的假定, 基于激波动力学理论计算热层内激波与波后稀疏波作用;

(2) 在与入射激波后流体而非入射激波阵面固连的坐标系中, 入射激波后流体在定常等熵波作用下, 形成沿固壁运动的“活塞”;

(3) 不再引入速度比例系数, 而是假定“活塞”内流体与其毗邻的热层气体, 满足压力和速度连续。

设定不同的工况, 利用本文中改进后的理论方法计算固壁附近流场参量, 并与数值模拟结果、已有的实验数据以及 Shreffler 理论方法和 Mirels 理论方法的计算结果进行对比。给定入射激波马赫数 2.00 和热层与空气密度之比 $0.10 \leq \rho_t/\rho_{air} \leq 0.90$, 对于热层上界面处扰动未到达固壁之前的流场激波类型, 本文理论方法与数值模拟所给出的结果基本一致, 但由于激波动力学理论自身存在一定近似, 因此在激波类型发生转变的区域附近, 理论计算结果与数值模拟结果还存在一定的偏差; 当流动进入准自相似阶段后, 本文理论方法得到的热层内激波强度以及物质界面两侧流场压力、速度和密度等流场参量, 与数值模拟结果偏差均小于 10%, 明显优于 Shreffler 理论方法和 Mirels 理论方法。

给定入射激波马赫数 1.36 和热层与空气密度之比 $0.10 \leq \rho_t/\rho_{air} \leq 0.50$, 由于此时入射激波速度小于热层内气体声速, Shreffler 理论方法和 Mirels 理论方法不再适用, 而本文的理论方法依然可以应用; 本文理论计算得到的热层内激波强度, 与数值模拟结果和已有的实验数据较为吻合, 与数值模拟结果最大偏差约 8.60%, 物质界面处流场压力、速度的理论计算结果与数值模拟结果最大偏差约 20%。

通过以上对比可以发现, 与现有的 Shreffler 和 Mirels 理论方法相比, 本文的计算结果与数值模拟结果和已有的实验数据更为吻合, 且其适用范围也更为广泛。本文的研究结果可加深对激波与热层作用机理的认识, 为建立斜面或球面激波与热层作用流场的理论计算方法提供参考。

参考文献:

- [1] ZHELEZNYAK M B, MNATSAKANYAN A Kh, PASTERNAK V E, et al. Effect of precursor radiation on the flow structure and ionization behind the shock front in inert gases [J]. *Fluid Dynamics*, 1991, 26(3): 421–427. DOI: 10.1007/BF01059015.
- [2] NEEDHAM C E. Blast waves [M]. New York: Springer, 2010: 227–245.
- [3] NEMCHINOV I V, ARTEM'EV V I, BERGELSON V I, et al. Rearrangement of the bow shock shape using a hot spike [J].

- [Shock Waves](#), 1994, 4(1): 35–40. DOI: 10.1007/BF01414630.
- [4] KOROTEEVA E, ZNAMENSKAYA I, ORLOV D, et al. Shock wave interaction with a thermal layer produced by a plasma sheet actuator [J]. [Journal of Physics D: Applied Physics](#), 2017, 50(8): 085204. DOI: 10.1088/1361-6463/aa5874.
- [5] WANG H, LI J, JIN D, et al. High-frequency counter-flow plasma synthetic jet actuator and its application in suppression of supersonic flow separation [J]. [Acta Astronautica](#), 2018, 142: 45–56. DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.10.023.
- [6] GRIFFITH W C. Interaction of a shock wave with a thermal boundary layer [J]. [Journal of the Aeronautical Science](#), 1956, 23(1): 16–22. DOI: 10.2514/8.3495.
- [7] SHREFFLER R G, CHRISTIAN R H. Boundary disturbances in high-explosive shock tubes [J]. [Journal of Applied Physics](#), 1954, 25(3): 324–331. DOI: 10.1063/1.1721633.
- [8] SKIFSTAD J G. Irregular refraction of a strong shock wave by a wedge of hot gas [J]. [Physics of Fluids](#), 1967, 10(2): 455–457. DOI: 10.1063/1.1762129.
- [9] GION E J. Plane shock interacting with thermal layer [J]. [Physics of Fluids](#), 1977, 20(4): 700–702. DOI: 10.1063/1.861928.
- [10] VOINOVICH P A, EVTYUKHIN N V, ZHMAKIN A I, et al. Shock wave stratification in inhomogeneous media [J]. [Combustion, Explosion and Shock Waves](#), 1987, 23(1): 70–72. DOI: 10.1007/BF00755637.
- [11] ARTEM'EV V I, BERGEL'SON V N, KALMYKOV A A, et al. Development of a forerunner in interaction of a shock wave with a layer of reduced pressure [J]. [Fluid Dynamics](#), 1988, 23(2): 290–295. DOI: 10.1007/BF01051902.
- [12] ANDRUSHCHENKO V A, MESHCHERYAKOV M V. Interaction of spherical shock waves with near surface thermal gas inhomogeneities [J]. [Combustion, Explosion and Shock Waves](#), 1990, 26(3): 321–325. DOI: 10.1007/BF00751372.
- [13] BERGEL'SON V I, NEMCHINOV I V, ORLOVA T I. Development of predecessors being formed during shock wave interaction with reduced density gas channels [J]. [Combustion, Explosion and Shock Waves](#), 1990, 26(2): 244–250. DOI: 10.1007/BF00742419.
- [14] ZASLAVSKII B I, MOROZKIN S Y, PROKOF'EV A A, et al. Flow of a planar shock wave around a thermal hot layer at a rigid wall [J]. [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics](#), 1990, 31(3): 354–361.
- [15] RAYEVSKY D, BEN-DOR G. Shock wave interaction with a thermal layer [J]. [AIAA Journal](#), 1992, 30(4): 1135–1139. DOI: 10.2514/3.11041.
- [16] GRUN J, BURRIS R, JOYCE G, et al. Small-scale laboratory measurement and simulation of a thermal precursor shock [J]. [Journal of Applied Physics](#), 1998, 83(5): 2420–2427. DOI: 10.1063/1.367001.
- [17] 范宝春, 李洁, 任兵. 激波与被物质覆盖的壁面的相互作用 [J]. [兵工学报](#), 2002, 23(3): 366–369. DOI: 10.3321/j.issn:1000-1093.2002.03.020.
- FAN Baochun, LI Jie, REN Bing. Shock Wave interaction with a bottom wall covered by a material layer [J]. [Acta Armamentarii](#), 2002, 23(3): 366–369. DOI: 10.3321/j.issn:1000-1093.2002.03.020.
- [18] GEORGIEVSKII P Yu, LEVIN V A, SUTYRIN O G. Two-dimensional self-similar flows generated by the interaction between a shock and low-density gas regions [J]. [Fluid Dynamics](#), 2010, 45(2): 281–288. DOI: 10.1134/S0015462810020134.
- [19] HESS R V. Interaction of moving shocks and hot layers[R]. Langley Field, Va.: Langley Aeronautical Laboratory, 1957.
- [20] MIRELS H. Interaction of moving shock with thin stationary thermal layer[R]. El Segundo, Calif.: Aerophysics Laboratory, 1986.
- [21] 李维新. 一维不定常流与冲击波 [M]. 北京:国防工业出版社, 2002: 295–302.
- [22] WHITHAM G B. A new approach to problems of shock dynamics Part I Two-dimensional problems [J]. [Journal of Fluid Mechanics](#), 1957, 2(2): 145–171. DOI: 10.1017/S002211205700004X.
- [23] RIDOUX J, LARDJANE N, MONASSE L, et al. Comparison of geometrical shock dynamics and kinematic models for shock-wave propagation [J]. [Shock Waves](#), 2018, 28(2): 401–416. DOI: 10.1007/s00193-017-0748-2.
- [24] CATHERASOO C J, STURTEVANT B. Shock dynamics in non-uniform media [J]. [Journal of Fluid Mechanics](#), 1983, 127: 539–561. DOI: 10.1017/S0022112083002876.

On the theoretical calculation method for interaction between the vertical plane shock wave and the horizontal thermal layer

JIA Leiming^{1,2}, TIAN Zhou²

(1. *Department of Engineering Physics, Tsinghua University, Beijing 100084, China;*

2. *Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, Shaanxi, China*)

Abstract: In this paper we presented a theoretical calculation method for the physical quantities of flow field after entering the quasi-self-similar stage concerning the interaction between the vertical planar shock wave and the horizontal thermal layer near the rigid wall. Compared with the existing Mirels' theoretical method, ours has improved in the following three aspects: (1) the propagation process of the shock in the thermal layer is analyzed, and the shock intensity is calculated following the theory of geometrical shock dynamics, whereas the assumption that the propagation speed of the shock in the thermal layer is equal to that of the incident shock is abandoned; (2) an assumption is made that in the coordinate system fixed with the fluid behind the incident shock instead of the incident shock itself, the fluid behind the incident shock evolves into a "piston" under the action of steady isentropic wave, which moves along the wall and drives the thermal layer gas in front of it; and (3) the fluid in the "piston" and its adjacent thermal layer gas satisfy the continuity of pressure and velocity without introducing the velocity proportional coefficient. Our improved method is employed in the cases involving a Mach number 2.00 incident shock and different thermal layer densities, and gives the shock strength in the thermal layer and the field pressure, velocity and density on each side of the material interface. The deviation between the theoretical results and numerical results is below 10% in different thermal layer densities, which is much better than those of the Shreffler's and Mirels' methods. For a Mach number 1.36 incident shock with a propagation speed less than the speed of sound in the thermal layer, Shreffler's and Mirels' methods are no longer applicable, whereas the above mentioned theoretical method could still work and produce results that accord well with experimental data and numerical results, and the maximum deviation is about 20%, indicating that the above improved theoretical method is more reasonable and applicable than the existing theoretical calculation methods.

Keywords: shock wave; thermal layer; quasi-self-similar; flow field quantity

(责任编辑 曾月蓉)