

DOI: 10.11883/bzycj-2019-0092

## 变分模态分解在爆破信号趋势项去除中的应用\*

贾 贝<sup>1</sup>, 凌天龙<sup>1</sup>, 侯仕军<sup>1</sup>, 刘殿书<sup>1</sup>, 王 潇<sup>2</sup>

(1. 中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083;

2. 中大爆破公司, 北京 102299)

**摘要:** 爆破工程中, 信号趋势项的准确去除对提高爆破振动信号分析的精度具有重要意义。针对经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)识别法存在的模态混叠和端头效应等缺陷, 提出了基于变分模态分解(variational mode decomposition, VMD)去除信号趋势项的方法, 即VMD法。叙述了VMD法识别爆破信号趋势项原理, 并进行了仿真实验, 结果表明: 趋势项频率对分解效果的影响相对较小, 当趋势项频率处于1~5 Hz之间时, 频率对分解效果的影响基本保持不变; 振幅对分解效果影响显著, 且振幅越小, VMD法的分解效果越差。当趋势项振幅超过原始爆破信号最大振幅的1/3时, VMD法分解效果较好。最后, 应用VMD法和EMD法对含有趋势项的实测爆破振动信号进行处理, 认为相比于EMD法, VMD法处理后的信号基本一致且不存在端点效应, 在爆破信号趋势项去除领域中具有更加广泛的适用性。

**关键词:** 隧道工程; 爆破振动; 变模态分解(VMD); 趋势项

中图分类号: O389; TD235

国标学科代码: 13035

文献标志码: A

## Application of variable mode decomposition in the removal of blasting signal trend items

JIA Bei<sup>1</sup>, LING Tianlong<sup>1</sup>, HOU Shijun<sup>1</sup>, LIU Dianshu<sup>1</sup>, WANG Xiao<sup>2</sup>

(1. School of Resource and Safety Engineering, China University of Mining and Technology (Beijing), Beijing 100083, China;

2. Beijing Zhongda Blasting Engineering Co. Ltd., Beijing 102299, China)

**Abstract:** Accurate removal of signal trend items is of practical importance for improving the accuracy of blasting vibration signal analysis. Here, aiming at the defects of EMD identification, such as mode aliasing and terminal effect, a method based on variational mode decomposition (VMD) to remove signal trend term is proposed. The principle of identifying the trend term of blasting signals by VMD method is described in details, and the simulation experiment was carried out. The results show that the influence of the trend term frequency on the decomposition effect is relatively small. When the trend term frequency is between 1 and 5 Hz, the effect of the frequency on the decomposition effect remains basically the same. The amplitude has a significant influence on the decomposition effect. Furthermore, the amplitude is smaller, the decomposition effect of the VMD method is worse. When the amplitude of the trend term exceeds 1/3 of the maximum amplitude of the original blasting signal, the VMD method has a better decomposition effect. Finally, the VMD method and the EMD method are applied to process the measured blasting vibration signal containing the trend term. Compared with the EMD method, the signals processed by the VMD method are basically consistent and have no terminal effect, and have wider applicability in the field of blasting signal trend item removal.

**Keywords:** tunnel engineering; blasting vibration; variational mode decomposition (VMD); trend term

\* 收稿日期: 2019-03-26; 修回日期: 2019-11-26

第一作者: 贾 贝(1993—), 男, 博士研究生, [m13520710717\\_1@163.cn](mailto:m13520710717_1@163.cn)

通信作者: 刘殿书(1960—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, [lds@cumtb.edu.cn](mailto:lds@cumtb.edu.cn)

振动数据采集过程中,周边环境的变化以及传感器性能的不稳定,可能会导致振动波形偏离基线中心。这种在爆破信号中变化慢、周期小且频率低的成分被称为信号趋势项。趋势项的存在,会使信号的时域分析以及频域的频谱图分析发生变化,甚至使低频谱完全失真<sup>[1-4]</sup>。因此,准确去除信号趋势项对提高爆破振动信号分析的精度具有重要的现实意义。

目前常用的趋势项消除方法有最小二乘法、小波法和 EMD 法,其中小波法和 EMD 法多应用于爆破领域。但两种方法都存在缺陷:小波法需要预先确定小波基函数以及分解阶数,不恰当的基函数会导致信号重构精确性下降<sup>[5-8]</sup>;EMD 法通过包络线分解的结束判断标准没有科学依据,可能使 IMF 分量出现模态混叠问题,从而导致 IMF 分量失去意义<sup>[9-10]</sup>。

随着研究的深入,学者们提出了许多新的趋势项去除方法。张胜等<sup>[7]</sup>利用自适应小波去除爆破信号的趋势项,取得了良好的效果;凌同华等<sup>[8]</sup>构造了双正交小波基,经过试验证明了其在爆破信号处理中具有良好的应用性。韩亮等<sup>[1]</sup>基于 EEMD,提出了深孔台阶爆破近区爆破信号的趋势项处理方法。类似的研究方法,都是在小波法与 EMD 法的基础上提出的,虽然弥补了两种方法的部分缺陷,但还是存在一些问题。

Dragomiretskiy 等<sup>[11]</sup>根据维纳滤波和变分问题的构造提出了变分模态分解 (variational mode decomposition, VMD),该方法通过迭代搜寻变分模型最优解来确定每个分量的频率中心及带宽,从而能够自适应地实现信号的频域剖分及各分量的有效分离。由于 VMD 算法处理随机信号时具有独特的优势,近几年来被广泛应用于机械信号的噪声处理领域。刘宏波<sup>[12]</sup>构建了含有低频与高频的分解信号,通过仿真实验分析了 VMD 算法对构建信号的分解效果,证明了 VMD 算法对低频分量信号具有较强的识别能力。

本文将 VMD 算法引入到爆破信号趋势项的去除领域中,并结合 VMD 算法在处理低频分量时的优势,提出一种新的爆破信号趋势项的方法——VMD 法,并证明 VMD 法在爆破信号处理领域方面具有更高的准确性、分辨率与稳定性。

## 1 变分模态分解原理

VMD 算法把信号分解为多个本征模态 IMF (intrinsic mode functions) 分量,且将 IMF 分量重新定义为如下式所示的信号:

$$u_k(t) = A_k(t) \cos(\varphi_k(t)) \quad (1)$$

式中:  $t$  为时间;  $u_k(t)$  为各 IMF 分量;  $A_k(t)$  为瞬时幅值,且  $A_k(t) \geq 0$ ;  $\varphi_k(t)$  为瞬时相位,且  $\varphi_k(t) \geq 0$ 。

EMD 算法获取 IMF 分量时采用循环筛分剥离的方式,分解非平稳随机信号过程中时常会出现模态混叠等缺陷。与 EMD 算法不同,VMD 算法将信号分解过程转化为变分求解过程,即把分解问题转移到变分框架内处理,通过寻找变分模型的最优解获取 IMF 分量,算法核心包括变分问题的构造和变分问题的求解。

### 1.1 变分问题的构造

假设每个模态分量都紧凑地围绕一个中心频率分布,且具有有限带宽,中心频率会随着分解变化而变化。VMD 算法中变分问题的核心为:以输入信号  $f(t)$  等于 IMF 分量之和为前提,寻找最小的 IMF 分量的预估带宽之和,构造过程如下。

(1) 对于每个 IMF 分量  $u_k(t)$ ,利用希尔伯特变换构造解析信号后,通过混合指数调谐各自估计中心频率的方法,将每个 IMF 分量的频谱调制到相应的基频带上:

$$\left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \quad (2)$$

式中:  $u_k = \{u_1, \dots, u_k\}$  代表分解得到的  $k$  个 IMF 分量;  $\omega_k = \{\omega_1, \dots, \omega_k\}$  为各 IMF 分量的中心频率;  $j$  表示虚数单位;  $\delta(t)$  为狄拉克函数。

(2) 通过解调信号的高斯平滑度, 即计算式(2)表示的信号梯度的平方  $L_2$  范数, 估计出各 IMF 分量的带宽, 构造的变分问题如下:

$$\begin{cases} \min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_{k=1}^k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\} \\ \text{s.t. } \sum_{k=1}^k u_k(t) = f(t) \end{cases} \quad (3)$$

## 1.2 变分问题的求解

为求取式(3)中的约束变分问题, 引入惩罚因子  $\alpha$  和 Lagrange 乘法算子  $\lambda(t)$ , 其中惩罚因子  $\alpha$  为较大的正数且在高斯噪声存在的情况下可保证信号的重构精度, Lagrange 算子  $\lambda(t)$  使得约束条件保持严格性, 构造的扩展 Lagrange 表达式如下:

$$\begin{aligned} L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) = & \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \\ & \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

VMD 中采用了乘法算子交替方向法 (ADMM) 解决以上变分模型, 通过交替更新  $u_k^{n+1}$ 、 $\omega_k^{n+1}$ 、 $\lambda_k^{n+1}$  寻求扩展的拉格朗日函数的“鞍点”, 此点即为变分模型的最优解。具体步骤如下:

- (1) 令  $n=0$ , 初始化  $\{u_k^1\}$ 、 $\{\omega_k^1\}$ 、 $\lambda_k^1$ ;
- (2) 执行循环:  $n=n+1$ ;
- (3) 对所有  $\omega > 0$  的分量, 更新  $u_k$ 、 $\omega_k$ 。

$u_k^{n+1}$  的更新求解过程为:

首先在频域内计算式(5)得出  $u_k^{n+1}$  对应的频域函数, 而后对式(5)进行傅里叶逆变换, 即可得到时域内的 IMF 分量。

$$\hat{u}_k^{n+1}(\omega) \leftarrow \frac{\hat{f}(\omega) - \sum_{i < k} \hat{u}_i^{n+1}(\omega) - \sum_{i > k} \hat{u}_i^n(\omega) + \frac{\hat{\lambda}^n(\omega)}{2}}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k^n)^2} \quad k \in \{1, k\} \quad (5)$$

$\omega_k^{n+1}$  更新求解方法如下式所示:

$$\omega_k^{n+1} \leftarrow \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_i^{n+1}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_i^{n+1}(\omega)|^2 d\omega} \quad k \in \{1, k\} \quad (6)$$

(4) 而后更新  $\lambda$ :

$$\hat{\lambda}^{n+1}(\omega) \leftarrow \hat{\lambda}^n(\omega) + \tau \left( \hat{f}(\omega) - \sum_k \hat{u}_k^{n+1}(\omega) \right) \quad (7)$$

(5) 对于给定判别精度  $e > 0$ , 若满足下式条件, 则停止迭代, 否则返回步骤(2):

$$\frac{\sum_k \|\hat{u}_k^{n+1} - \hat{u}_k^n\|_2^2}{\|\hat{u}_k^n\|_2^2} < e \quad (8)$$

## 2 基于变分模态分解的趋势项消除方法

### 2.1 VMD 法的优化原理和参数确定

基于 VMD 分解的爆破信号趋势项去除算法的核心为  $u_k^{n+1}$ 、 $\omega_k^{n+1}$  的求取。由式(6)得到的  $\omega_k^{n+1}$  相当于

模态函数功率谱的重心<sup>[11]</sup>,会随着趋势项的大小而改变。试验表明,如果趋势项  $r(t)$  的功率谱重心频率  $\omega_{r(t)}$  在原始信号  $f(t)$  的功率谱中起主导作用,即  $\omega_{f(t)}$  的频率谱重心处于 5 Hz 以下时,分解后提取出的一阶 IMF 分量为信号的趋势项  $r(t)$ 。

变分模态分解处理信号前需要设置参数:惩罚因子  $\alpha$  和分解层数  $k$ 。其中惩罚因子  $\alpha$  的取值会影响

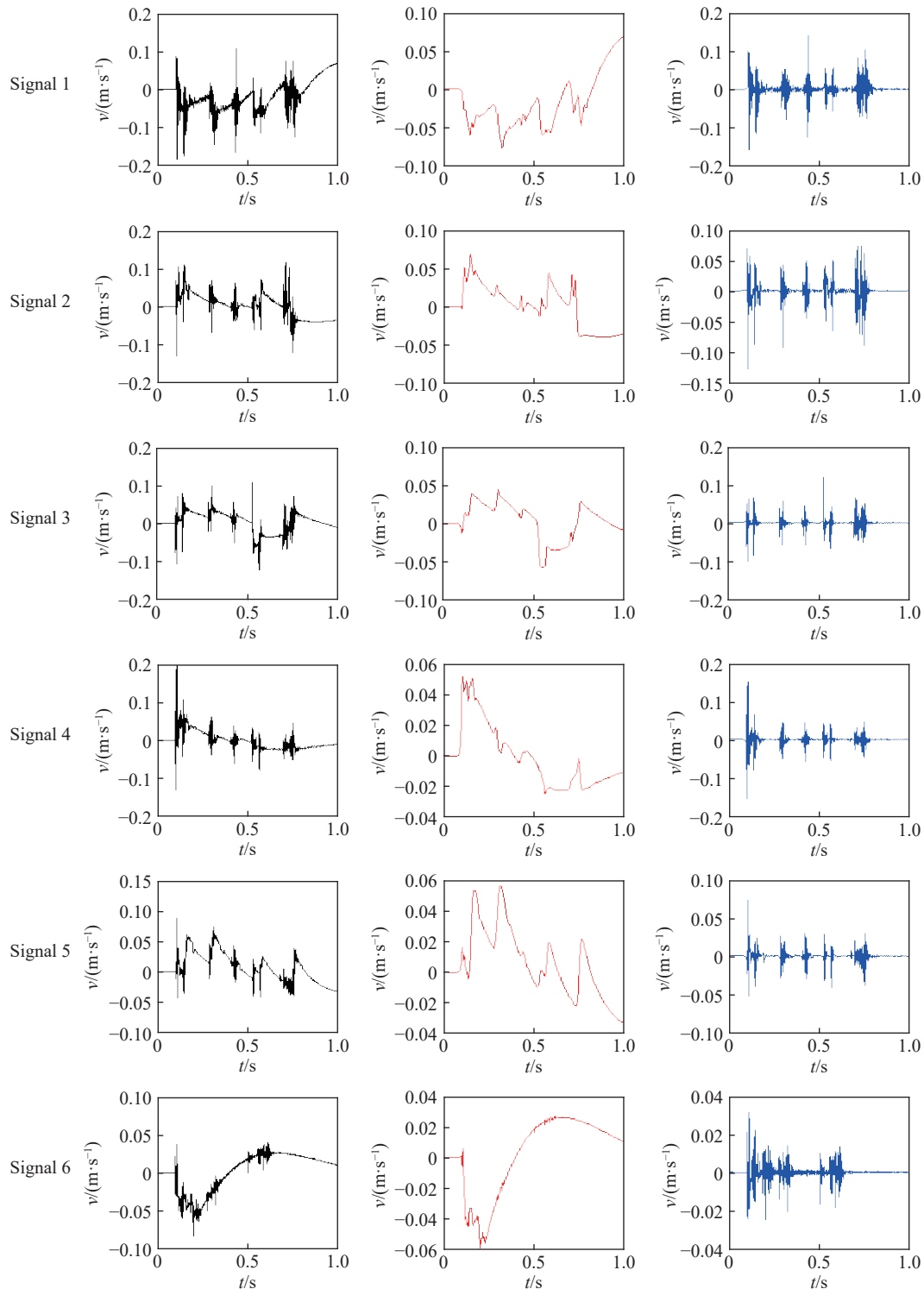


图 1  $k=2$  的 VMD 分解结果

Fig. 1 VMD decomposition results of  $k=2$

分解精度,其取值越低各 IMF 分量的带宽越大,取值越高 IMF 分量的带宽越小,甚至会使得程序进入死循环,无法得到结果<sup>[11,13]</sup>。多数情况下,研究者<sup>[14-18]</sup>默认将惩罚因子  $\alpha$  设置为 2 倍的输入信号长度。

与惩罚因子  $\alpha$  相比,分解层数  $k$  的取值更为重要,因为其取值直接影响分解结果。现阶段针对 VMD 分解中变量  $k$  的研究还处于起步阶段,且没有形成统一的求解方法。试验表明,含有较大趋势项,即频率谱重心处于 5 Hz 以下的爆破信号经过 VMD 算法分解后,得到的一阶 IMF 分量为信号趋势项,分解结果与  $k$  的取值无关,并随机选取某工程数组实测信号进行验证,试验结果如图 1 所示。图 1 中 6 种爆破信号趋势项都被较好地去除,表明采用上述参数的 VMD 分解法具有一定的去除爆破信号趋势项的能力。因此,含有较大趋势项的爆破信号经过 VMD 算法分解后,得到的一阶 IMF 即为趋势项,与  $k$  的取值无关。为了节省计算时间,VMD 算法分解信号时应取  $k=2$ 。

## 2.2 基于 VMD 的爆破信号趋势项去除方法

本文中根据爆破振动信号的特点,提出一种基于变分模态分解的微差延迟时间识别方法—VMD 识别法,该方法能够准确地提取出信号的趋势项,并避免过度消除造成的信号失真现象,详细步骤如下:

(1)根据爆破振动信号的长度与采样频率等因素,按照前节方法确定 VMD 分解中输入参数  $\alpha$  的值;分解层数  $k$  固定取值为 2。

(2)提取出 1 阶 IMF 分量,此分量即为信号的趋势项。

(3)原始信号除去趋势项即可得到对应的无趋势信号。

## 3 VMD 法适用条件的研究

为了验证本文中提出的 VMD 法的适用条件以及有效性,利用无趋势振动信号  $v(t)$  进行仿真实验。

$$s(t) = v(t) + n(t) \quad (9)$$

$$n(t) = a \cos(2\pi f_1 t) + b \sin(2\pi f_2 t) \quad (10)$$

式中:  $s(t)$  为组合的含有趋势项的爆破振动信号;  $v(t)$  为无趋势爆破振动信号;  $n(t)$  为添加的信号趋势项,其中  $a$ 、 $b$  为趋势项的最大幅值,  $f_1$ 、 $f_2$  为趋势项的振动频率。

爆破信号  $v(t)$  的采样频率为 2 000,因此设置趋势项的采样频率也为 2 000,采样点数  $N=2\ 000$ 。以图 2(a)中的原始无趋势爆破信号为例,将图 2(b)所示的趋势项添加到原始信号中,对混合信号进行 VMD 分解,结果如图 2(d)~(f)所示。为了研究 VMD 法的适用条件,将分解效果定义为<sup>[14]</sup>:

$$e_d = \frac{\sum_{i=0}^T |x_i(t) - IMF_i(t)|}{\sum_{i=0}^T |x_i(t)|} \quad (11)$$

式中:  $e_d$  为分解效果指标;  $T$  为信号长度。

通过多次试验发现分解指标  $e_d$  越大,分解结果与原始信号相差越大;  $e_d$  越接近于 0,分解结果与原始信号相差越小,且当  $e_d < 0.1$  时分解效果较为理想。图 2(f)为 VMD 法提取出混合信号的趋势项与实际趋势项的误差示意图,其分解效果  $e_d=0.042 < 0.1$ ,说明 VMD 法成功提取出了此混合信号的趋势项。

为了初步得到 VMD 分解法的适用条件,以不同参数的趋势项为例,通过改变趋势项的频率和振幅,从而得到不同参数下 VMD 法的分解指标分布图。分别以图 2(a)和图 1 中的信号 1 作为原始信号 1、2,处理结果如图 3~4 所示。

观察图 3 可发现,VMD 法对不同趋势项产生的分解效果不同,且趋势项的频率与振幅都会对 VMD 法分解指标产生影响。其中频率对分解指标的影响相对较小,当趋势项频率处于 1~5 Hz 之间时,频率对分解指标的影响基本保持不变。而振幅对分解指标影响显著且振幅越小,VMD 法的分解效果越差。当趋势项振幅超过原始爆破信号最大振幅的 1/3 后,VMD 法分解效果较好。

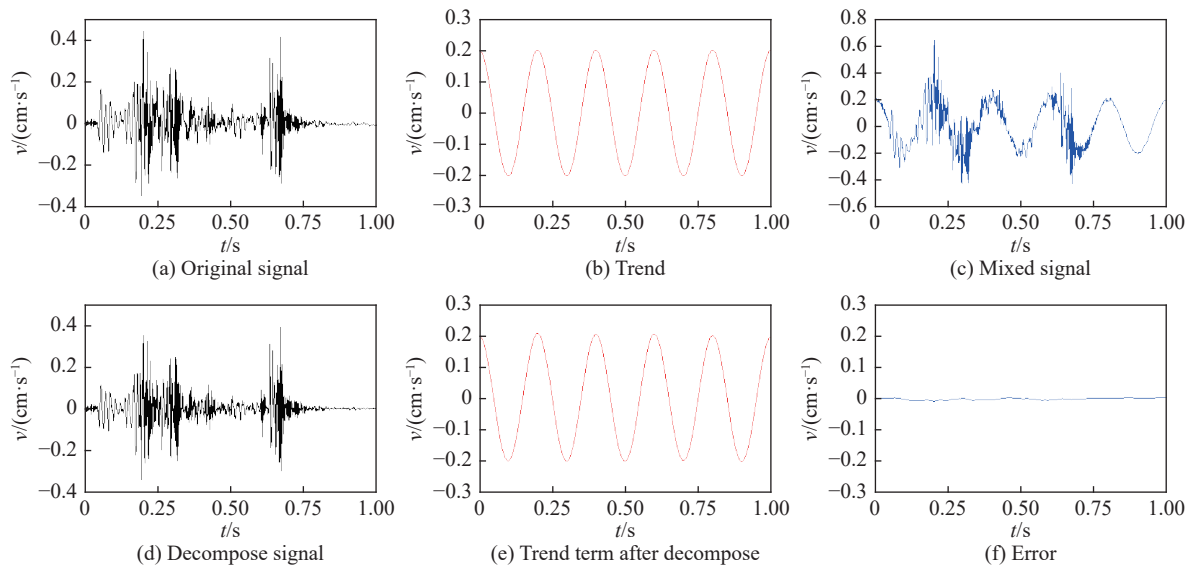


图2 爆破信号趋势项去除示意图

Fig. 2 No trend blasting vibration signal

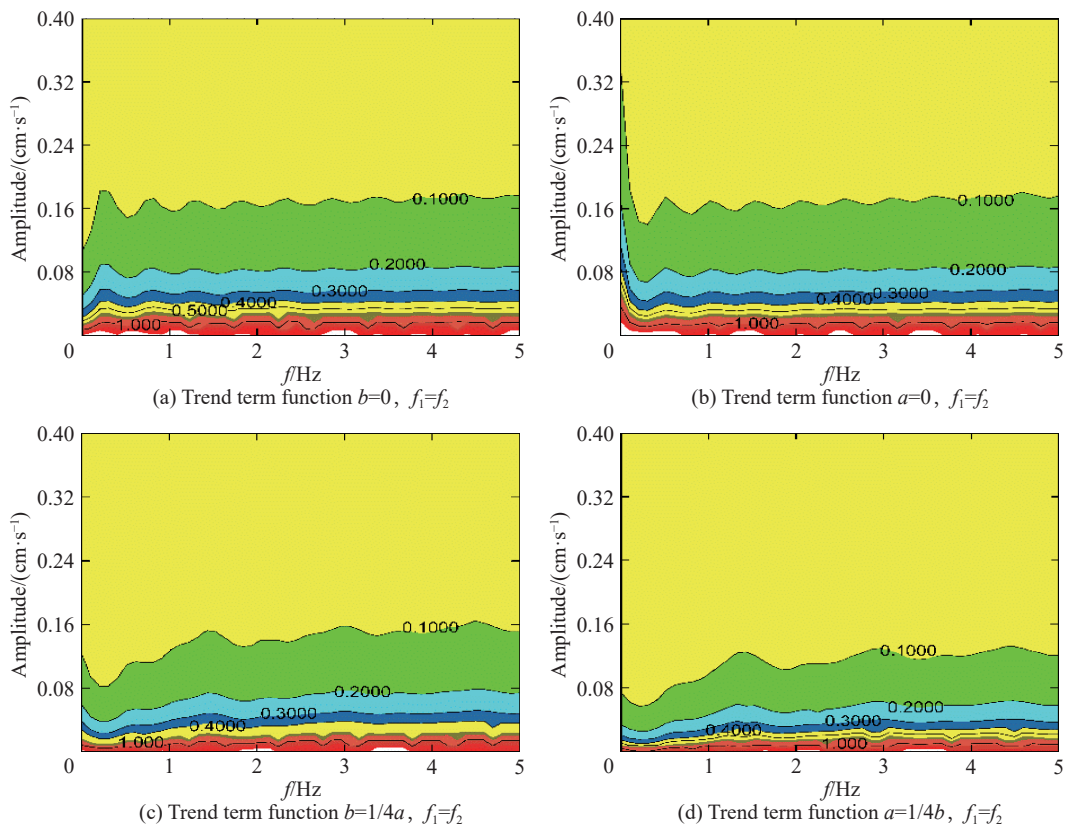


图3 信号1的VMD法的分解指标分布图

Fig. 3 The decomposition effect of VMD method of signal 1

信号2的处理结果如图4(a)~(b)所示,其趋势项参数与图3(c)~(d)相同,对比分解指标分布图可以发现,趋势项的频率和振幅对分解指标的影响与信号1的结果相同,频率影响较小,振幅影响显著,且趋势项振幅超过原始爆破信号最大振幅的1/3后,VMD法分解效果较好。由此可见,VMD分解法消除信号趋势项具有一定的普适性。



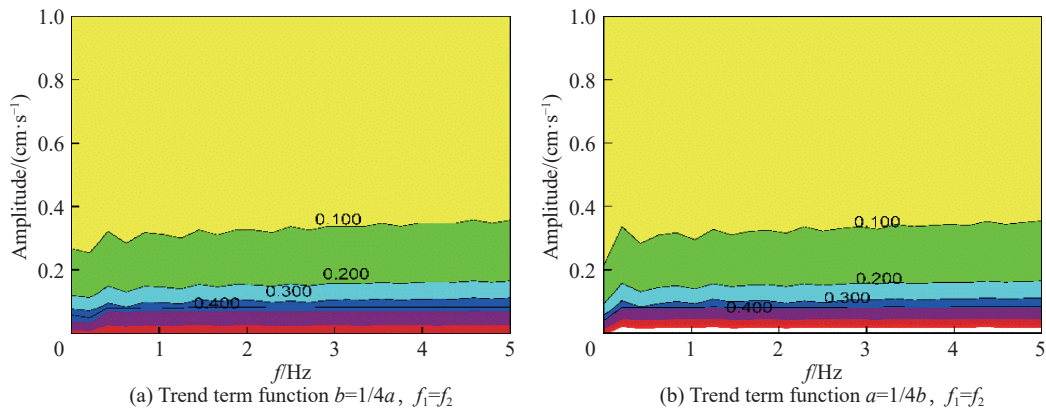


图 4 信号 2 的 VMD 法的分解指标分布图

Fig. 4 VMD decomposition effect of signal 2

### 4 VMD 法与 EMD 法识别对比

某隧道工程的爆破施工共设有 6 个段别的雷管,起爆后监测的爆破振动信号如图 5 所示,图中 4 个测点的爆破信号均含有明显的趋势项,以该 4 次爆破信号为例,对信号依次进行 EMD 法和 VMD 法的趋势项去除处理,识别两种方法处理结果的 6 个段别雷管对应的最大波峰值并绘制表格,如表 1 所示。

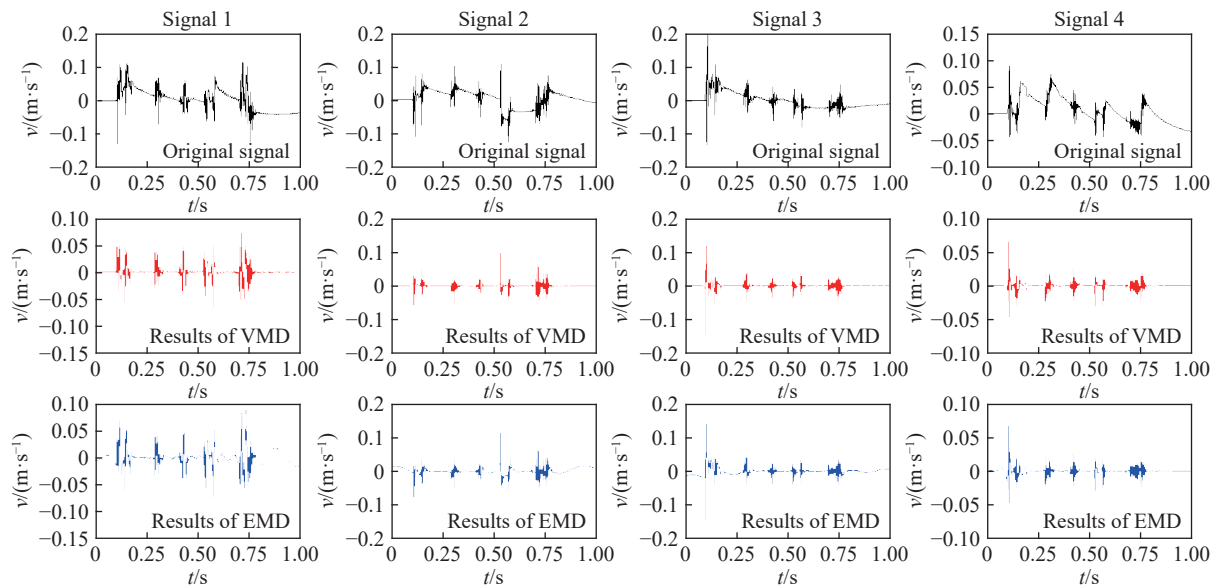


图 5 VMD 法与 EMD 法的消势结果

Fig. 5 VMD and EMD methods

对比图 5 中经过 EMD 法与 VMD 法去除趋势项后的信号,发现两种方法消除趋势的结果接近;表 2 中经过两种方法处理的信号的峰值相差不大,最大差值为 0.003 m/s,表明与 EMD 法相同,VMD 法也具有消除爆破信号趋势项的能力。观察图 5 发现,EMD 法处理后的前 3 条曲线的起始点都不在 0 点,即存在端点效应,而此现象是由 EMD 分解的本身算法造成的;且 4 条信号曲线都存在趋势项残留问题,例如测点 1 曲线在 0~0.08 s 时段应该为直线,但是仍然具有波动,说明振动信号的趋势项并没有被完全去除。端点效应以及趋势项残留都会对后续的信号处理工作产生一定的影响。而图 5 中经过 VMD 处理后的信号既不存在端点效应,也没有较多的趋势项残留,因此相比于 EMD 法,VMD 法在去除爆破信号趋势项领域中具有更加广泛的适用性。

表1 EMD法与VMD法去除趋势项后的信号的波峰数值

Table 1 Peak value of the signal after removing the trend term by EMD method and VMD method

信号	消势方法	质点峰值振速/(m·s <sup>-1</sup> )					
		波峰1	波峰2	波峰3	波峰4	波峰5	波峰6
1	EMD	0.071	0.055	0.045	0.056	0.055	0.091
	VMD	0.070	0.053	0.046	0.056	0.052	0.090
2	EMD	0.076	0.063	0.059	0.048	0.125	0.067
	VMD	0.075	0.064	0.059	0.047	0.123	0.068
3	EMD	0.065	0.047	0.043	0.040	0.042	0.034
	VMD	0.065	0.046	0.044	0.040	0.041	0.035
4	EMD	0.076	0.022	0.029	0.032	0.030	0.013
	VMD	0.075	0.022	0.028	0.034	0.032	0.013

## 5 结论

针对变分模态分解的低频识别优势,详细分析了VMD算法在爆破信号趋势项去除中的应用,主要得出如下结论:(1)VMD算法的原理决定了它在低频信号识别中的优势,如果趋势项 $r(t)$ 的功率谱中心频率 $\omega_{r(t)}$ 在原始信号 $f(t)$ 的功率谱中起主导作用,则提取出的一阶IMF分量是信号的趋势项,与 $k$ 的取值无关。结合现场数据进行不同 $k$ 值的VMD分解,验证了结论的准确性。(2)VMD法对不同趋势项产生的分解效果不同,且趋势项的频率与振幅都会对VMD法分解效果产生影响。其中频率对分解效果的影响相对较小,当趋势项频率处于1~5 Hz之间时,频率对分解效果的影响基本保持不变。振幅对分解效果影响显著,振幅越小,VMD法的分解效果越差。(3)VMD法在消除信号趋势项时,与EMD法具有相近的识别效果,可以准确地提取出信号的趋势项,具有消除信号趋势项的能力。相比于EMD法,VMD法处理后的信号既不存在端点效应,也没有较多的趋势项残留,在去除爆破信号趋势项领域中具有更加广泛的适用性。

## 参考文献:

- [1] 韩亮,刘殿书,辛崇伟,等.深孔台阶爆破近区振动信号趋势项去除方法[J].*爆炸与冲击*,2018,38(5):1006-1012. DOI: 10.11883/bzycj-2016-0194.  
HAN L, LIU D S, XIN C W, et al. Trend removing methods of vibration signals of deep hole bench blasting in near field [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2018, 38(5): 1006-1012. DOI: 10.11883/bzycj-2016-0194.
- [2] 何鹏举,冯亮.加速度信号随机噪声及趋势项实时消除方法研究[J].*电子设计工程*,2013,21(14):18-22. DOI: 10.3969/j.issn.1674-6236.2013.14.006.  
HE P J, FENG L. Study on the real-time elimination method of random noise and trend terms in acceleration signal [J]. *Electronic Design Engineering*, 2013, 21(14): 18-22. DOI: 10.3969/j.issn.1674-6236.2013.14.006.
- [3] 肖立波,任建亭,杨海峰.振动信号预处理方法研究及其MATLAB实现[J].*计算机仿真*,2010,27(8):330-333. DOI: 10.3969/j.issn.1006-9348.2010.08.081.  
XIAO L B, REN J T, YANG H F. Study on vibration signal pre-processing method based on MATLAB [J]. *Computer Simulation*, 2010, 27(8): 330-333. DOI: 10.3969/j.issn.1006-9348.2010.08.081.
- [4] 龙源,谢全民,钟明寿,等.爆破震动测试信号预处理分析中趋势项去除方法研究[J].*工程力学*,2012,29(10):63-68. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.02.0093.  
LONG Y, XIE Q M, ZHONG M S, et al. Research on trend removing methods in preprocessing analysis of blasting vibration monitoring signals [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(10): 63-68. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2011.02.0093.
- [5] 李夕兵,张义平,刘志祥,等.爆破震动信号的小波分析与HHT变换[J].*爆炸与冲击*,2005,25(6):528-535. DOI: 10.11883/1001-1455(2005)06-0528-08.  
LI X B, ZHANG Y P, LIU Z X, et al. Wavelet analysis and Hilbert Huang transform of blasting vibration signal [J]. *Explosion*



- and Shock Waves, 2005, 25(6): 528–535. DOI: 10.11883/1001-1455(2005)06-0528-08.
- [6] 张庆华, 王太勇, 徐燕申. 小波分析在压缩机噪声信号去除趋势项处理中的应用 [J]. 中国制造业信息化, 2003(2): 114–116. DOI: 10.3969/j.issn.1672-1616.2003.02.034.  
ZHANG Q H, WANG T Y, XU Y S. Application of wavelet analysis in noise signal of compressor [J]. Machine Design and Manufacturing Engineering, 2003(2): 114–116. DOI: 10.3969/j.issn.1672-1616.2003.02.034.
- [7] 张胜, 凌同华, 曹峰, 等. 模式自适应连续小波去除趋势项方法在爆破振动信号分析中的应用 [J]. 爆炸与冲击, 2017, 37(2): 255–261. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0255-07.  
ZHANG S, LING T H, CAO F, et al. Application of removal trend method of patten adapted continuous wavelet to blast vibration signal analysis [J]. Explosion and Shock Waves, 2017, 37(2): 255–261. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0255-07.
- [8] 凌同华, 张胜, 陈倩倩, 等. 模式自适应小波构造与添加及其在爆破振动信号分析中的应用 [J]. 振动与冲击, 2014, 33(12): 53–57. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.12.009.  
LING T H, ZHANG S, CHEN Q Q, et al. Pattern adapted wavelet construction and addition and its application in blast vibration signal analysis [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(12): 53–57. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2014.12.009.
- [9] 张慧娟, 李冬. 相关系数判决的 EMD 在振动数据趋势项提取中的应用 [J]. 舰船电子工程, 2018, 38(5): 159–163. DOI: 10.3969/j.issn.1672-9730.2018.05.038.  
ZHANG H J, LI D. Application of EMD of correlation coefficient judgment in the extraction of vibration data trend [J]. Ship Electronic Engineering, 2018, 38(5): 159–163. DOI: 10.3969/j.issn.1672-9730.2018.05.038.
- [10] 郭小红, 徐小辉, 赵树强. 基于经验模态分解的外弹道降噪方法及应用 [J]. 宇航学报, 2008(4): 1272–1275. DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2008.04.034.  
GUO X H, XU X H, ZHAO S Q. Control allocation strategy for composite control of new unmanned-air vehicle [J]. Journal of Astronautics, 2008(4): 1272–1275. DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2008.04.034.
- [11] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational mode decomposition [J]. Transactions on Signal Processing, 2013, 10(1109): 1–15. DOI: 10.1109/TSP.2013.2288675.
- [12] 刘宏波. 基于改进 VMD-HT 的电力系统低频振荡模式辨识 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018.
- [13] 吴文轩, 王志坚, 张纪平, 等. 基于峭度的 VMD 分解中  $k$  值的确定方法研究 [J]. 机械传动, 2018, 42(8): 153–157.  
WU W X, WANG Z J, ZHANG J P, et al. Research of the method of determining  $k$  value in VMD based on kurtosis [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2018, 42(8): 153–157.
- [14] 马洪斌, 佟庆彬, 张亚男. 优化参数的变分模态分解在滚动轴承故障诊断中的应用 [J]. 中国机械工程, 2018, 29(4): 390–397. DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2018.04.003.  
MA H B, ZHAI Q B, ZHANG Y N. Application of optimization parameters VMD to fault diagnosis of rolling bearings [J]. China Mechanical Engineering, 2018, 29(4): 390–397. DOI: 10.3969/j.issn.1004-132X.2018.04.003.
- [15] 蒲子玺, 殷红, 张楠, 等. 基于峭度准则 VMD 及平稳小波的轴承故障诊断 [J]. 机械设计与研究, 2017, 33(1): 67–71.  
PU Z X, YIN H, ZHANG N, et al. Bearing fault diagnosis using VMD and stationary wavelet method based on kurtosis criterion [J]. Machine Design and Research, 2017, 33(1): 67–71.
- [16] 马增强, 李亚超, 刘政, 等. 基于变分模态分解和 Teager 能量算子的滚动轴承故障特征提取 [J]. 振动与冲击, 2016, 35(13): 134–139. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2016.13.022.  
MA Z Q, LI Y C, LIU Z, et al. Rolling bearings' fault feature extraction based on variational mode decomposition and Teager energy operator [J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(13): 134–139. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2016.13.022.
- [17] 刘长良, 武英杰, 甄成刚. 基于变分模态分解和模糊 C 均值聚类的滚动轴承故障诊断 [J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(13): 3358–3365. DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.2015.13.020.  
LIU C L, WU Y J, ZHEN C G. Rolling bearing fault diagnosis based on variational mode decomposition and fuzzy C means clustering [J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(13): 3358–3365. DOI: 10.13334/j.0258-8013.pcsee.2015.13.020.
- [18] 赵昕海, 张术臣, 李志深, 等. 基于 VMD 的故障特征信号提取方法 [J]. 振动、测试与诊断, 2018, 38(1): 11–19+202. DOI: 10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2018.01.002.  
ZHAO X H, ZHANG S C, LI Z C, et al. Application of new denoising method based on VMD in fault feature extraction [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2018, 38(1): 11–19+202. DOI: 10.16450/j.cnki.issn.1004-6801.2018.01.002.

(责任编辑 曾月蓉)