

DOI: 10.11883/bzycj-2020-0219

不同典型形状落石冲击砂垫层试验与量纲分析*

闫鹏¹, 方秦¹, 张锦华^{2,3}, 张亚栋^{2,3}, 陈力^{2,3}, 范俊余^{2,3}

1. 中国人民解放军陆军工程大学, 江苏 南京 210007;
2. 东南大学爆炸安全防护教育部工程研究中心, 江苏 南京, 211189;
3. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 211189)

摘要: 开展了球形、锥形和平头3种典型形状落石撞击垫层的冲击力及侵入深度的试验研究。结果表明, 落石形状对冲击试验结果有显著影响: 相同条件下, 平头落石的冲击力最大, 侵入深度和冲击力峰值时间最短, 锥形落石反之, 而球形落石介于两者之间。采用无量纲化分析方法, 将落石的质量、速度、形状、特征尺寸, 垫层的强度、密度转换为无量纲强度冲击因子 I 、密度冲击因子 λ 和形状冲击因子 ψ , 并对冲击因子与侵入深度的试验数据进行了相关性分析, 结果表明: (1) 冲击因子 I 和 λ 在决定最终侵深 z_m/d 中所起到的作用比较相近; (2) 冲击因子 I 和 λ 对侵入深度的影响分析表明, I 和 λ 的相对独立性较强, 相互影响较小, 在不同的 λ 值下, I 对侵入深度的影响规律基本一致。

关键词: 落石形状; 冲击力; 侵入深度; 无量纲化; 垫层

中图分类号: O347; U213.1 国标学科代码: 13015 文献标志码: A

Experimental study of different typical shape falling-rocks impacting on the sand cushion and dimensionless analysis

YAN Peng¹, FANG Qin¹, ZHANG Jinhua^{2,3}, ZHANG Yadong^{2,3}, CHEN Li^{2,3}, FAN Junyu^{2,3}

1. PLA Army Engineering University, Nanjing 210007, Jiangsu, China;
2. Engineering Research Center of Safety and Protection of Explosion and Impact of Ministry of Education (ERC SPEIME), Southeast University, Nanjing 211189, Jiangsu, China;
3. School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, Jiangsu, China)

Abstract: An experimental study on the impact force and penetration of falling rocks with three typical shapes, including spherical, conical and flat shapes, against the cushion was carried out. The experimental results show that the shape of the falling rock has a significant influence on the impact results. Under the same conditions, the flat blocks have the highest impact force, the lowest penetration depth and the shortest peak impact time, and the opposite for the conical falling rocks, with spherical blocks are between the two. The dimensionless analysis method was adopted to convert the mass, velocity, shape, size of the falling rock, the strength and density of the cushion layer into the dimensionless strength impact factor I , density impact factor λ and shape impact factor ψ . The correlation analysis between the impact factors and penetration test data shows that: (1) The effects of the impact factors I and λ on the final depth of penetration z_m/d are similar. (2) The analysis of the impact factors I and λ effects on penetration depth shows that I and λ are relatively independent. The pattern of the I effects on the depth of penetration is generally consistent for different λ values.

Keywords: falling rock's shape; impact force; penetration depth; dimensionless; cushion

* 收稿日期: 2020-06-30; 修回日期: 2020-08-03

基金项目: 国家自然科学基金(51778623)

第一作者: 闫鹏(1991—), 男, 博士研究生, yanpeng007@126.com

通信作者: 张锦华(1981—), 男, 博士, 教授, zhangjh@seu.edu.cn

落石具有难预测、大质量和强冲击的特点,因而落石灾害成为山区常见的极具威胁的自然灾害之一。工程技术人员经常采用拦石墙、明洞或棚洞等刚性结构对重要目标和地段进行防护。此类结构抗力较高,常覆有垫层作为落石冲击的缓冲层,能够抵抗能量较大的落石冲击。垫层一般就地取材,由覆土、沙砾、碎石等材料构成,是重要的耗能结构,可以将落石巨大的动能部分转化为垫层组成颗粒的变形能、颗粒之间的摩擦耗能以及部分飞散颗粒的动能^[1]。因此,落石冲击垫层模型是落石防护研究中最常见的模型之一。

一般地,落石冲击力、侵入深度和冲击作用时间常作为研究落石冲击效应的重要物理量,同时也是防护结构抗力设计的参考依据。落石冲击力一般指落石施加于垫层上的作用力,决定了防护结构设计承载力的大小;侵入深度一般指落石侵入垫层的深度,由于落石可能会穿透垫层对结构造成较严重的局部破坏,因此落石侵入深度决定了垫层的最小设计厚度;冲击作用时间一般指落石冲击作用的总时长,与落石冲击力共同决定了落石冲量的大小,此外,落石冲击力到达峰值的时间也需要重点关注。学者们针对落石冲击垫层的影响因素,开展了大量的试验和数值模拟研究工作,主要包括落石的质量、形状、冲击速度和姿态以及垫层密度、强度等,这些因素如何共同决定落石的冲击力、侵入深度和冲击作用时间是研究的重点和难点。

首先,大多数研究中考虑的首要影响因素是落石的质量和冲击速度,或者直接考虑落石动能(或冲击能量)的影响。山口悟等^[2]通过落石冲击碎石垫层原型试验研究发现,冲击能量相同但是质量不同的落石,其最大冲击力几乎相同。而 Calvetti 等^[3]的落石冲击垫层离散元模拟结果表明,落石质量的增加会同时增大落石冲击力、延长冲击作用时间;而冲击速度的增加仅增大冲击力,对冲击作用时间的影响很小。Gerber 等^[4]通过试验研究发现,落石的冲击力波形特征主要受落石质量的影响,受冲击速度的影响很小。

其次,多数情况下,落石冲击速度方向与垫层法向方向存在一定的角度(可定义为入射角),而落石与垫层的正冲击只是一种特例,因此,针对落石斜冲击的问题,可以将落石冲击速度分解成法向速度和切向速度。而袁进科等^[5]、Yu 等^[6]、何思明等^[7]通过大量落石斜冲击垫层试验研究发现,法向冲击力仅与分解后的法向速度有关,而切向冲击力仅与切向速度有关,两者的影响可以解耦后再分别进行研究。

此外,落石形状的随机变化也十分显著,Fityus 等^[8]对澳大利亚 New South Wales 山区落石形状特征进行了详细的统计和分析,将落石形状分成球形、圆盘形、圆柱形、圆锥形和多棱角形 5 大类,这 5 大类又可以进一步细分为 21 小类。当不同形状的落石冲击垫层表面时,其冲击端形状的随机变化又会产生不同的冲击效果,因此,研究落石形状对落石冲击效应的影响十分必要。然而多数研究者在落石冲击试验研究中仅对落石采用某一种特定形状假设,如将落石假定为球形^[9-14]、圆锥形^[15]、立方体^[4, 16-18]或圆柱体^[13, 19]。Perera 等^[20]采用随机形状的石块设计了落石冲击试验,结果表明落石冲击力出现了较强的随机性,但是尚无结论证明哪种形状的落石会引起更大的冲击力。唐建辉^[21]通过数值模拟方法比较了立方体和球形落石的冲击力,结果发现球形落石的冲击力更高;而陈驰等^[22]开展了相似的试验,却得出了完全相反的结论。Shen 等^[23]采用离散元方法模拟了 Calvetti 等^[24]开展的球形落石冲击砂土垫层试验,发现落石的冲击力随着球度的增加而增大,但是 Shen 等未保证不同球度的落石应具有相同的体积,结果导致落石模型的密度变化范围为 2 650~10 986 kg/m³,远超实际的落石密度。Yan 等^[25]通过落石冲击钢筋混凝土板有限元模型,研究了质量和密度相同但球度和冲击姿态不同的落石对冲击力的影响,结果表明,落石球度越小,不同冲击姿态下的冲击力离散性越大。因此,落石形状影响的重要性不容忽视,但是当前相关研究较少,结论相互矛盾且不可靠。

最后,垫层的材料特性是工程技术人员最关心的设计参数。Kawahara 等^[26]、唐红梅等^[27]和 Calvetti 等^[3]的试验研究均表明,随着垫层密度增加,落石冲击力逐渐增大,侵入深度逐渐减小,因此,垫层密度的影响也不可忽视。

综上所述,落石冲击垫层的主要影响因素包括落石的质量、形状、冲击速度以及垫层的强度、密度等,但是目前大多数试验研究通常采用控制变量法逐一分析各因素的影响规律,这样只能根据试验结果得到一些具有定性规律的结论,对理解各因素间的相关性、提出落石冲击的理论分析模型帮助甚微。而且一般仅针对落石质量、速度等主要影响因素开展相关研究,忽略了落石形状这一重要的影响因素。

针对以上不足,开展了不同典型形状落石撞击垫层的试验研究,根据当前落石冲击试验总结发现,落石的典型形状包括球形、锥形和平头 3 种。因此,本文中首先设计这 3 种典型形状落石冲击砂垫层的试验,获得落石的侵入深度和冲击力时程曲线,分析不同典型形状落石对试验结果的影响;然后采用量纲分析方法^[28]和 π 相似理论^[29]将影响因素转换成无量纲的形式,对无量纲冲击因子及侵入深度之间的相关性进行分析;最后研究各冲击因子对落石冲击结果的影响规律。

1 试验方案设计

1.1 试验装置和试验方法

落石冲击垫层试验系统分为起吊装置、落石和砂垫层 3 部分,见图 1。起吊装置通过吊车悬臂和绳索对落石进行抬升,最大起吊高度约 20 m。起吊时,落石由垫层中心位置逐渐向上拉升,可以保证落石落点位置位于垫层中心,起吊高度通过激光测距仪和吊车进行控制。

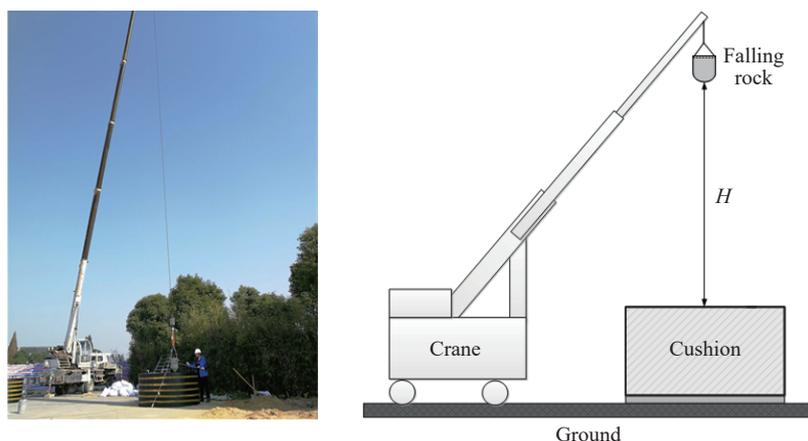


图 1 落石冲击试验系统

Fig. 1 Rockfall impact test system

如图 2(a) 所示,每次落石升到指定下落高度 H 并不再晃动以后,即通过遥控脱钩装置释放落石。落石首先在重力作用下作自由落体运动,然后以一定速度撞击砂垫层,侵入到一定深度后,速度降为零,冲击过程结束,在整个下落和冲击过程中,通过固定在落石上的三轴加速度传感器采集其质心加速度随时间变化的数据 $a(t)$ 。根据牛顿第二定律可知:

$$ma(t) = F_R(t) - G \quad (1)$$

式中: m 为落石的质量, F_R 为落石受到来自垫层的阻力, G 为落石自身的重力。

根据牛顿第三定律可知,落石对垫层冲击力 F 与落石受到垫层的阻力 F_R 的大小相等,方向相反,即 $F = -F_R$,代入式 (1) 可得:

$$F(t) = -ma(t) - G \quad (2)$$

Pichler 等^[15]的研究表明,考虑重力与不考虑重力所得到的落石冲击力之间的误差不超过 10.6%,因而本文中假定落石冲击力的大小近似等于落石质量与加速度之积,即 $F(t) \approx -ma(t)$ 。另外,通过对加速度时程曲线 $a(t)$ 随时间积分,可以得到落石的速度时程曲线 $v(t)$ 或侵入深度时程曲线 $z(t)$,最后通过观察落石表面纵向刻度,也可以测量落石冲击垫层的最终侵入深度 z_m ,如图 2(b)~(c) 所示。

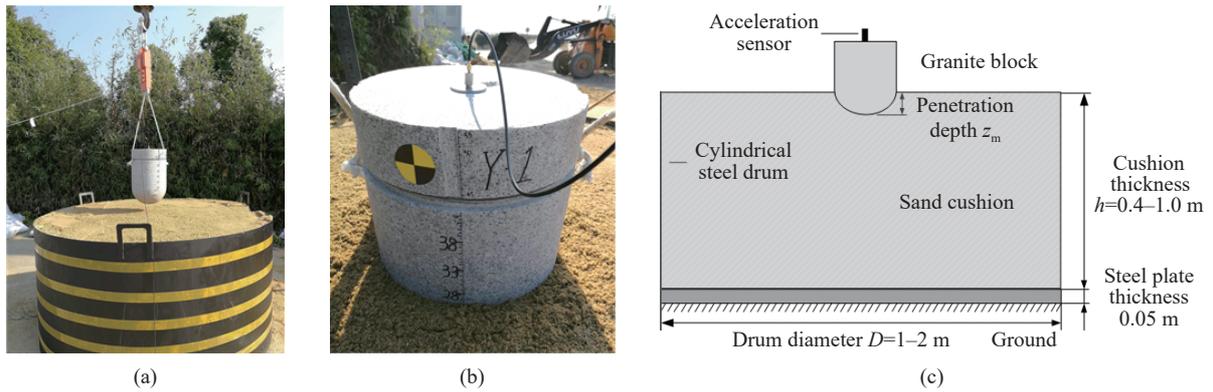


图 2 落石冲击试验数据测量方法
Fig. 2 Measurement method of rockfall impact test data

向钢桶内装填砂子并在重力作用下自然密实得到试验所用的砂垫层, 然后从中预留试样, 用于开展砂子的物理特性和力学性能测试。试验准备了直径分别为 1 和 2 m 的两种钢桶, 钢桶壁厚均为 0.05 m, 桶高均为 1 m。垫层底部为 0.05 m 厚的钢板, 平铺于地面上, 因此本文中假设钢桶和钢板的变形可以忽略不计, 底部和侧向边界视为刚性边界条件。为了防止砂垫层因冲击密实而发生材料强度和密度的变化, 每次落石冲击后都将垫层上方约 1/2 厚度的砂子换填并重新进行自然密实, 以尽量消除对下次冲击结果的影响。

1.2 试验方案和材料参数

根据研究目的不同, 将试验分为两组。第 1 组试验研究落石形状对落石侵入深度和冲击力时程曲线的影响, 落石质量 m 均为 5.41 kg, 头部特征尺寸(一般用落石冲击端部等效直径表示) d 均为 0.12 m, 头部形状分别为球形、锥形和平头, 如图 3 所示。落石的下落高度(H)范围为 1.0~2.5 m, 对应的初始冲击速度(v_0)范围为 4.43~7.00 m/s。垫层厚度(h)为 0.4 m, 钢桶直径(D)为 1 m, 因此, 筒径 D 与落石直径 d 的比值 $D/d=8.3$, Seguin 等^[30]的研究表明, 当 D/d 超过 5.0 时, 垫层侧向边界约束的影响可以忽略不计。试验结果分析见第 3 节。

第 2 组试验分析影响因素与冲击结果之间的相关性和影响规律, 试验设计落石质量 m 变化范围为 10~100 kg, 头部形状包括球形、锥形和平头, 所有落石的质量、形状和设计尺寸如图 3 所示。落石的下落高度范围为 0.3~15.0 m, 对应的初始冲击速度为 2.40~17.10 m/s。垫层厚度为 1.0 m, 其中, 10 kg 的落石冲击筒径为 1 m 的垫层, 50~100 kg 的落石冲击筒径为 2 m 的垫层, 因此, 筒径与落石直径的比值 D/d 的变化范围为 5.6~8.3, 垫层侧向边界约束的影响同样可以忽略不计。具体的试验工况和结果分析见第 4 节。

两组试验所用落石材料均为花岗岩, 经试验测定: 落石密度为 2 475 kg/m³, 弹性模量约为 80 GPa, 泊松比为 0.24; 砂土垫层自然密实的密度为 1 108 kg/m³, 含水率为 3.3%。砂土垫层强度 f_c 通过对垫层样本进行室内静力载荷试验确定, 试验装置及示意图如图 4(a) 所示, 通过对砂垫层进行拟静力加载, 同时记录施加的载荷 p 和侵入深度 z_m , 直至砂土垫层完全失去承载力为止。根据载荷 p 和加载面积 S 可以获得杆端的平均压应力 σ_n :

$$\sigma_n = \frac{p}{S} = \frac{P}{\pi d^2/4} \quad (3)$$

从试验垫层中取 3 组样本, 得到平均应力 σ_n 与无量纲侵入深度 z_m/d 之间的关系曲线如图 4(b) 所示, 可以估算垫层平均强度 $f_c=0.065$ MPa。

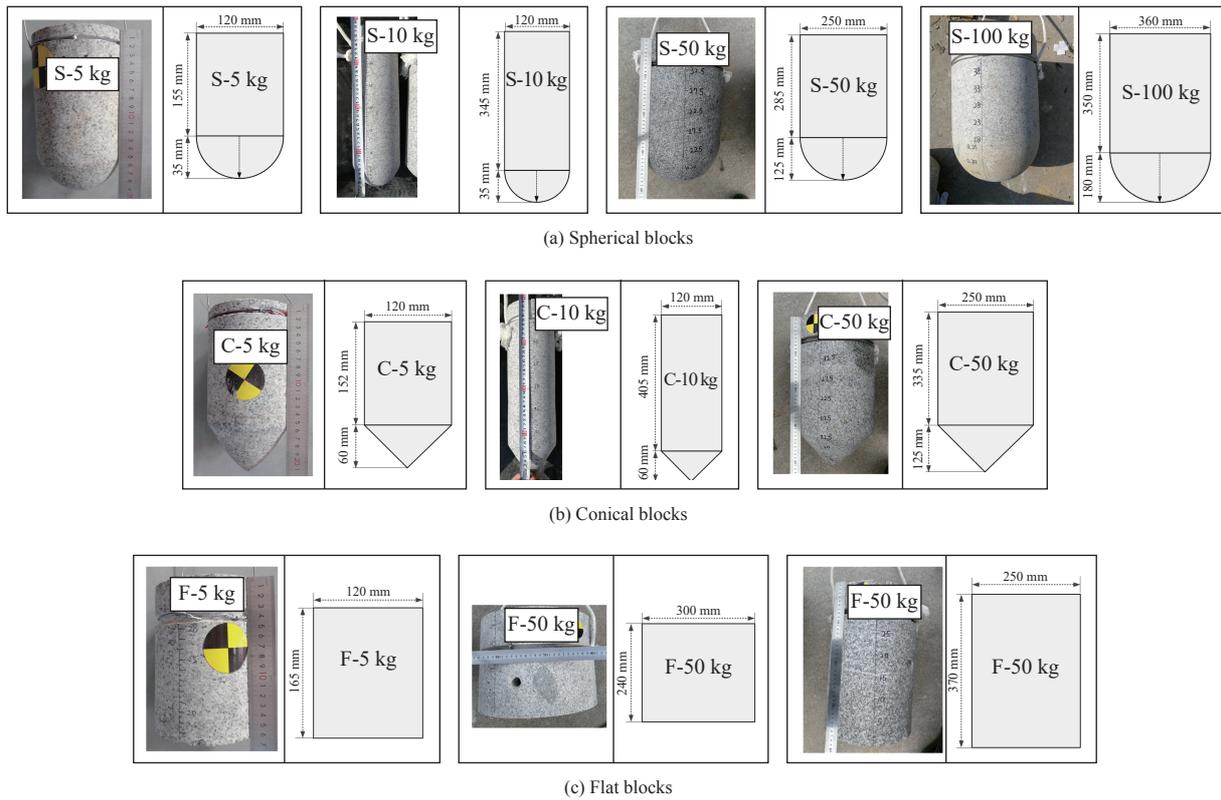


图 3 试验所用落石形状及尺寸
Fig. 3 Shapes and sizes of the falling rocks used in the test

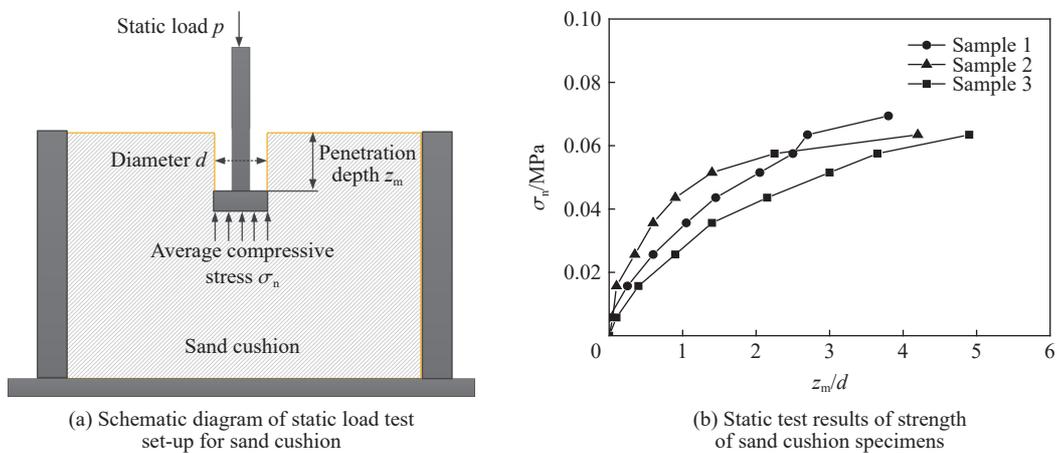


图 4 砂土垫层强度静力载荷试验及结果
Fig. 4 Static load test and results of strength of sand cushion

2 试验结果分析及讨论

根据第 1 组试验获得的不同形状落石冲击垫层的试验结果, 重点分析和讨论落石形状对侵入深度和冲击力的影响。为了提高试验结果的可靠度, 每条试验曲线均为在重复条件下 3 次冲击结果的平均值。

2.1 侵入深度

图 5(a)~(c) 分别给出了球形、锥形和平头落石在 4.4、5.4、6.3、7.0 m/s 冲击速度下的侵入深度时程曲线, 可以发现落石侵入垫层的深度 z 均随时间的延长而逐渐增加, 增加的速率逐渐减缓, 最终停止, 几乎没有发生落石的反弹, 此时落石的侵入深度即为落石的最终侵入深度 z_m 。落石的冲击速度越大, z_m 越

大。图 5(d) 给出了以球形落石最终侵入深度 z_s 为基准, 锥形和平头落石的侵入深度的相对值, 记为 z_m/z_s 。试验结果表明, 在相同冲击速度下, 锥形落石的最终侵入深度 z_m 最大、球形次之、平头最小, 其中锥形落石最终侵入深度的平均值约为球形落石的 1.35 倍, 球形落石约为平头落石的 2.27 倍, 此倍数关系在冲击速度为 4.4~7.0 m/s 范围内几乎保持不变, 说明落石形状对侵入深度的影响显著, 且具有一定的规律性。

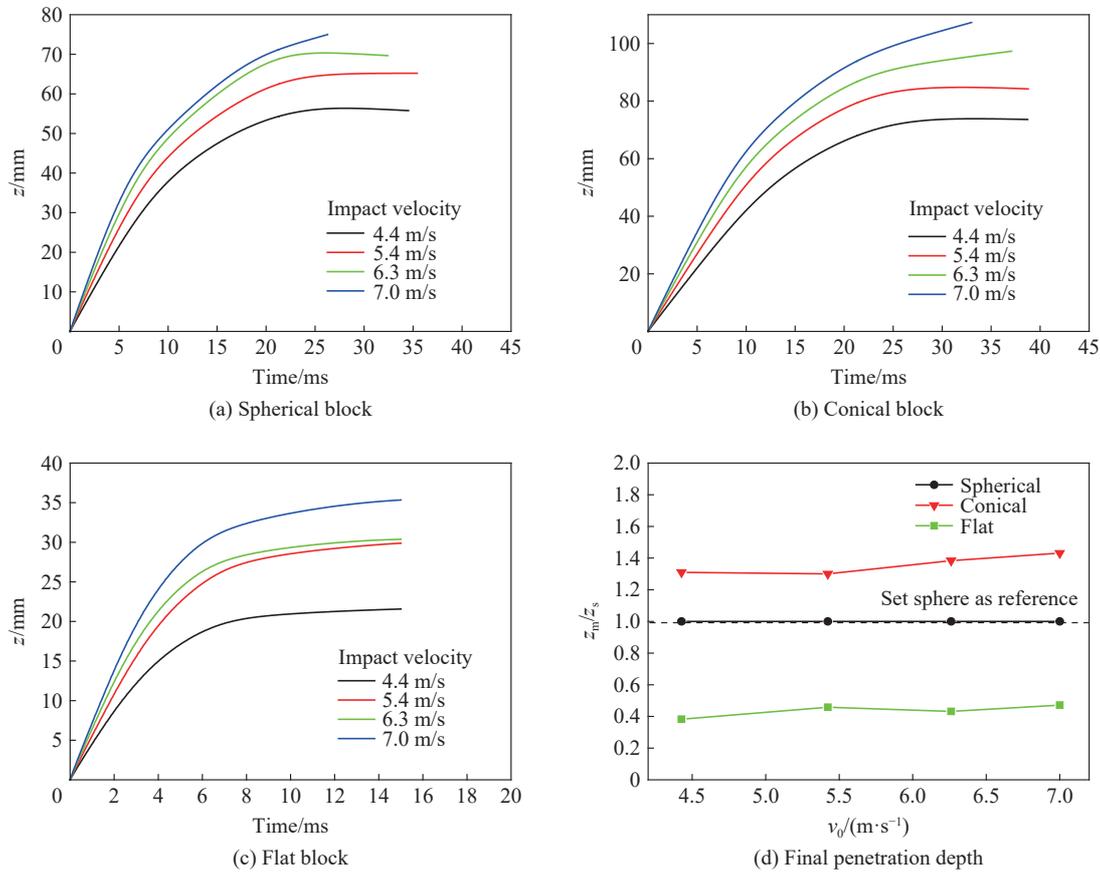


图 5 不同形状落石侵入深度对比

Fig. 5 Comparison of the penetration depth of falling rocks with different shapes

2.2 冲击力

图 6(a)~(c) 分别给出了球形、锥形和平头落石在不同冲击速度下的落石冲击力时程曲线, 可以发现不同形状落石的时程曲线变化的共同特点是, 冲击速度越大, 落石冲击力越大, 第 1 峰值出现时间越早, 且均出现了第 2 峰值。双峰特征在当前很多落石冲击试验结果中均有出现^[3-4], 已有研究表明, 双峰出现的原因是正在侵入的落石与垫层底部反射的压缩波相互作用引起的, 第 2 峰值大小和出现时间与垫层厚度和压缩波在垫层中的传播速度等因素有关^[3]。

相同冲击速度下, 不同形状落石的最大冲击力记为 F_m 。图 7 分别为在 4 组不同速度下以球形落石的最大冲击力 F_s 为基准, 得到的锥形和平头落石的相对冲击力时程曲线, 记为 F_m/F_s , 结果表明, 在冲击速度为 4.4~7.0 m/s 范围内, 相同冲击速度下, 平头、球形、锥形落石的最大冲击力 F_m 依次减小, 而锥形、球形、平头落石的第一峰值出现的时间(简称峰值时间) t_1 依次缩短。球形落石的冲击力峰值平均值约为锥形落石的 1.35 倍, 平头落石约为球形落石的 2.52 倍(见图 8(a))。锥形落石的峰值时间平均值约为球形落石的 1.46 倍, 球形落石约为平头落石的 2.73 倍(见图 8(b))。上述结果同样说明: 在试验冲击速度范围内, 落石形状对落石的冲击力和峰值时间的影响十分明显, 且具有一定的规律性; 而在相同冲击速度下, 不同形状的落石对垫层的冲量 I_m 几乎相同(见图 8(c)), 说明落石形状对冲量的影响可以忽略不计。

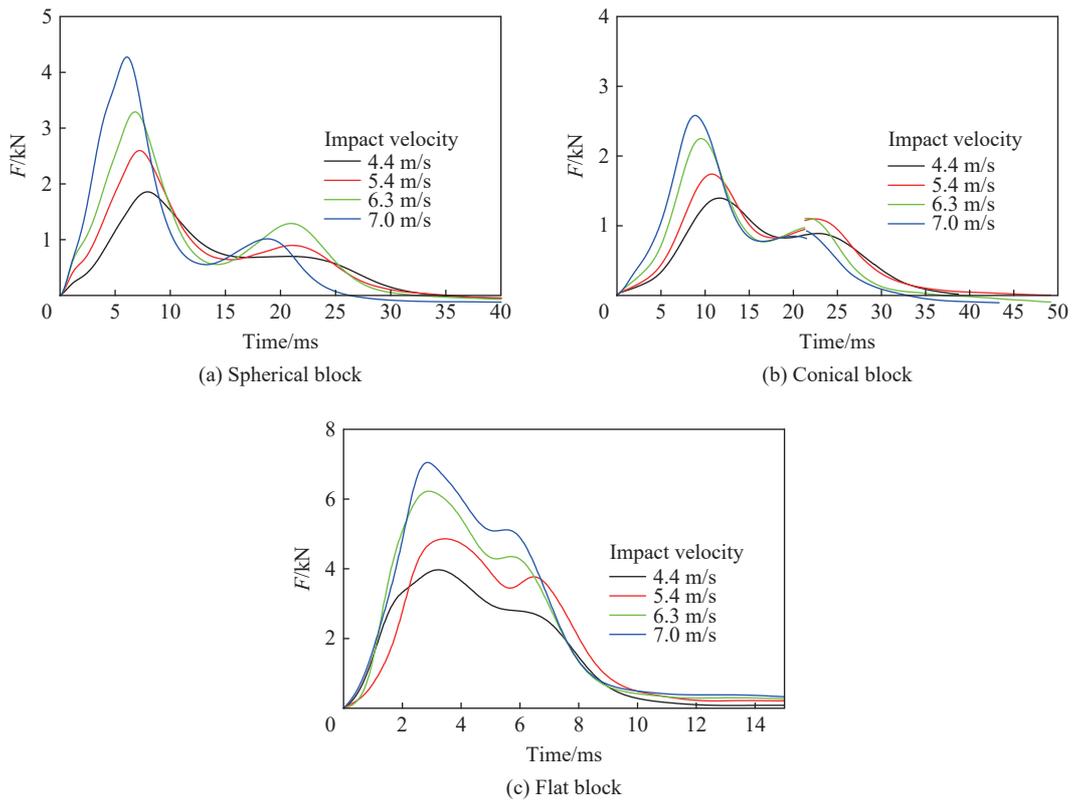


图 6 不同形状下落石冲击力时程曲线

Fig. 6 Time history curves of impact force for falling rocks with different shapes

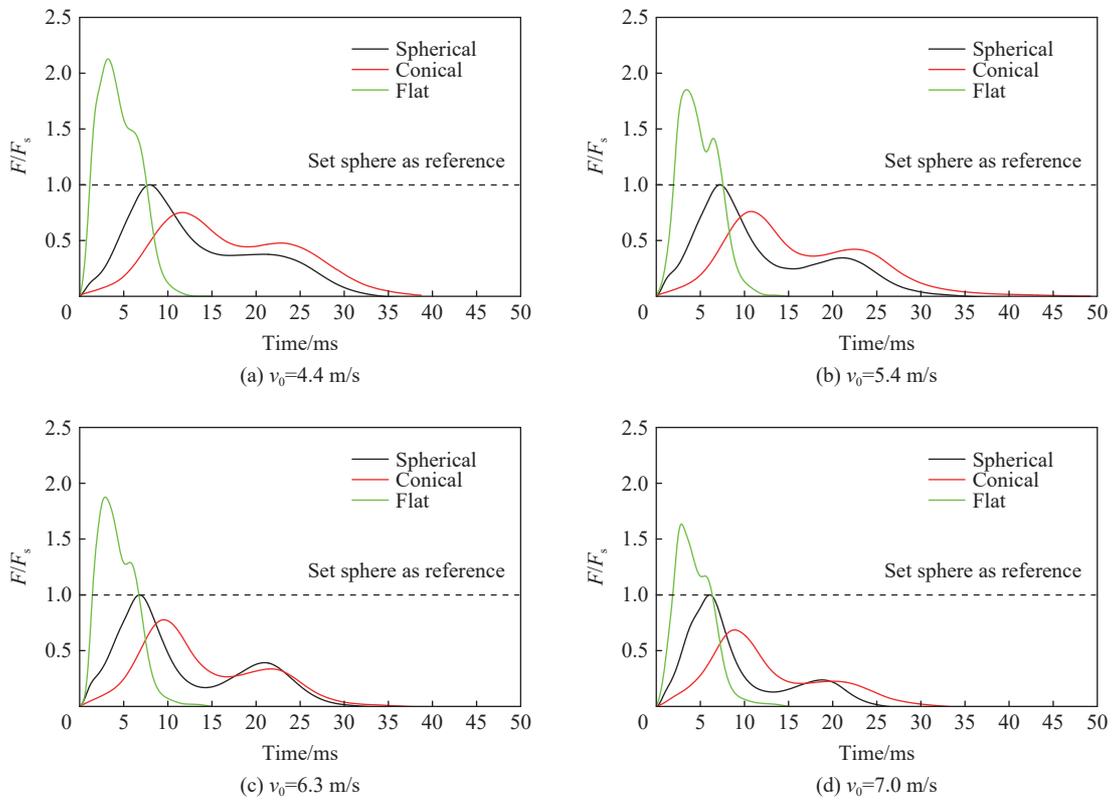


图 7 不同形状落石相对冲击力时程曲线

Fig. 7 Time history curves of relative impact force for falling rocks with different shapes

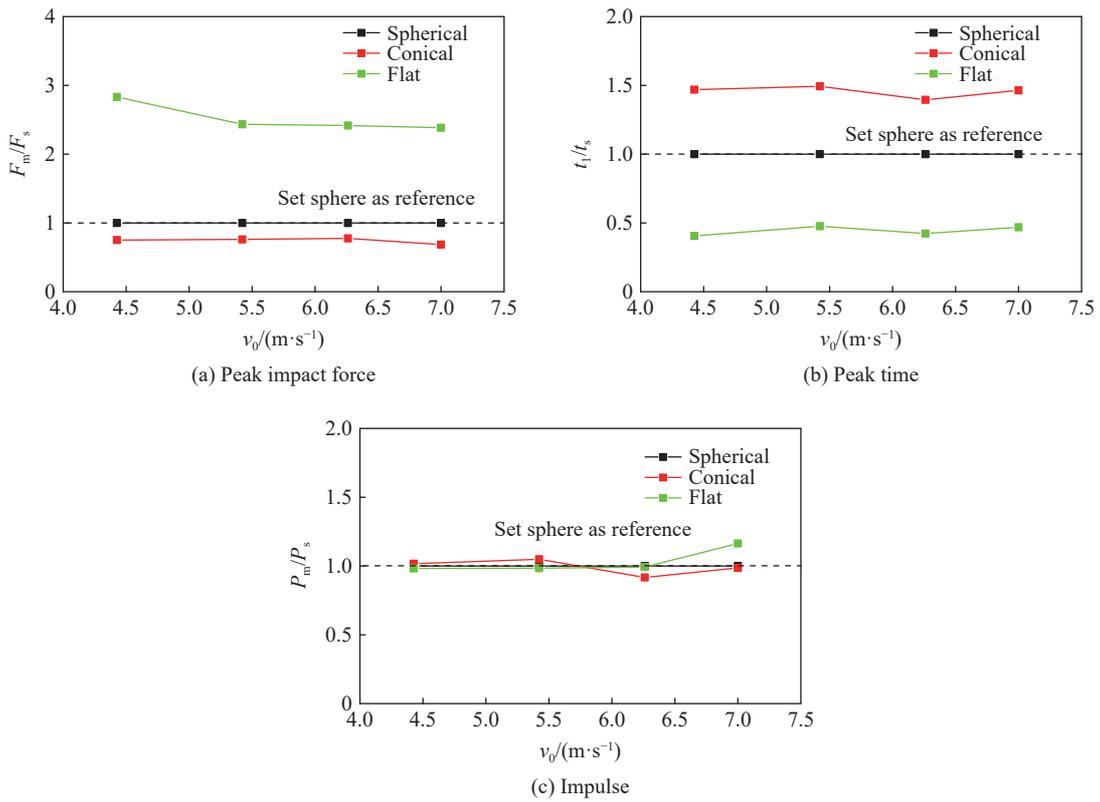


图 8 落石形状对冲击力、峰值时间和冲量的影响

Fig. 8 Effects of falling rock's shape on impact force, peak time and impulse

2.3 冲击成坑现象

图 9 为 3 种典型的落石冲击成坑形状, 经观察发现, 球形、锥形和平头落石冲击砂垫层最终成坑的形状分别为球形、锥形和平底坑, 与落石冲击端的形状几乎完全相同(部分差异是由于移除落石后, 冲击

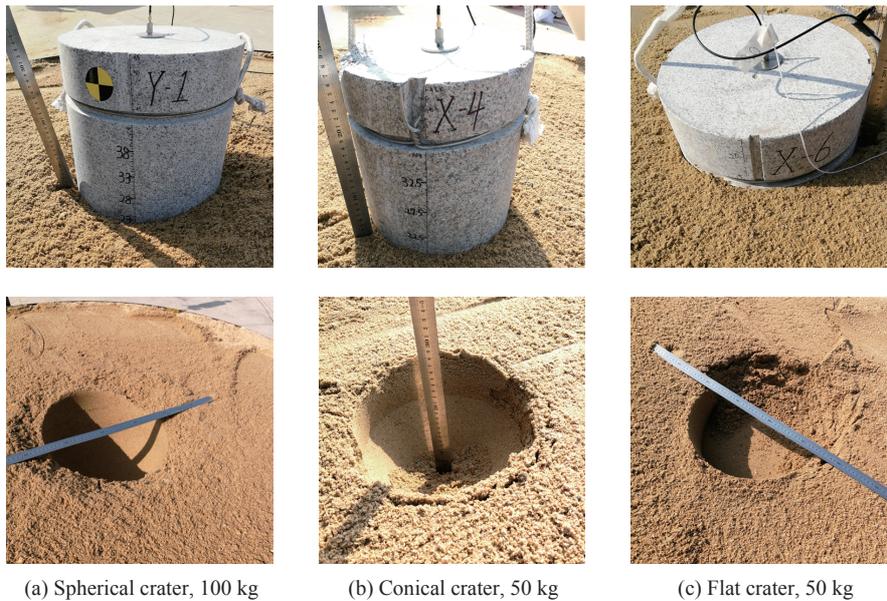


图 9 不同典型形状落石冲击成坑形状

Fig. 9 Different impact craters formed by different typical falling rocks

坑边缘散落的砂子造成的)。试验现象表明,在落石低速冲击松软砂土垫层的前提下,垫层会发生很大的塑性变形,而落石的变形可以忽略不计,因此,落石与垫层之间接触面的形状可以近似认为等于落石侵入垫层部分的落石表面形状,冲击过程中接触面形状和面积的变化等同于落石侵入部分的表面形状和面积的变化。假设接触面上单位面积所受阻力相同,则落石所受垫层总阻力主要是由接触面的形状和面积的变化决定的,平头落石初始接触面积最大,冲击力峰值最高;锥形落石初始接触面积最小,冲击力缓慢增加,冲击力峰值最小;而球形落石接触面积和冲击力峰值介于两者之间。

以上试验结果均表明,落石形状对侵入深度和冲击力的影响很大。冲击端形状越钝,落石的冲击力越大,峰值时间越小,冲击时程曲线越陡峭;反之,冲击端形状越尖,落石的冲击力越小,峰值时间越大,冲击时程曲线越平缓,这一特点符合实际的经验判断。另外,图 5(d) 和图 8(a)~(b) 试验结果表明,尽管冲击速度不同,但锥形、球形和平头落石之间的侵入深度、冲击力和峰值时间总是保持近似不变的比例,这证明落石形状与冲击速度对冲击结果的影响可能是相对独立的、相互影响很小。

3 侵入深度的无量纲化分析

参考弹体冲击土体或混凝土研究中被广泛采用的物理假设^[31-33],落石的侵入深度 z 、冲击力 F 和冲击力峰值时间 t 作为落石防护结构设计直接参考的依据,可用于表征和分析落石的冲击结果。而影响落石冲击结果的主要因素有:落石的质量 m 、冲击速度 v_0 、冲击头部的特征尺寸 d 、形状影响因子(一般根据落石形状量化的方法定义) ψ 以及垫层的密度 ρ_g 、垫层强度 f_c 等。一般地,这些物理量之间的关系可以表示为:

$$z = f(m, v_0, d, \psi; \rho_g, f_c) \quad (4)$$

$$F = g(m, v_0, d, \psi; \rho_g, f_c) \quad (5)$$

$$t = h(m, v_0, d, \psi; \rho_g, f_c) \quad (6)$$

式中:物理量 $(m, v_0, d, \psi; \rho_g, f_c)$ 表示函数关系中的自变量,物理量 (z, F, t) 表示因变量。由于落石的影响参数较多,所以通过控制变量法对每个单一变量的影响进行研究会导致试验工况过多。因此,本节拟采用量纲分析法^[28],将上述有量纲的物理量转化为无量纲的冲击因子,以达到减少影响参数和简化模型的目的。然后,通过第 2 组试验进一步扩大落石质量和冲击速度的研究范围,以探究落石的无量纲冲击因子之间以及与冲击结果之间的相关性和影响规律。

3.1 无量纲冲击因子

根据量纲分析方法^[28]和 π 相似理论^[29],任意物理量的量纲都可以表示成基本量纲的幂次之积:

$$\begin{aligned} [z] &= L^1 M^0 T^0, & [F] &= L^1 M^1 T^{-2}, & [t] &= L^0 M^0 T^1 \\ [m] &= L^0 M^1 T^0, & [v_0] &= L^1 M^0 T^{-1}, & [d] &= L^1 M^0 T^0 \\ [\psi] &= L^0 M^0 T^0, & [\rho_g] &= L^{-3} M^1 T^0, & [f_c] &= L^{-1} M^1 T^{-2} \end{aligned} \quad (7)$$

式中: L 、 M 和 T 分别表示长度、质量和时间的基本量纲;由于 ψ 为表征落石形状的物理量,一般用落石头部形状的等效锥角表示^[15]。

以侵入深度 z 的关系式为例,式 (4) 可改写为:

$$z = \alpha \cdot m^{y_1} v_0^{y_2} d^{y_3} \rho_g^{y_4} f_c^{y_5} \quad (8)$$

将式 (7) 中的量纲代入式 (8) 后可得:

$$L^1 M^0 T^0 = L^{y_2+y_3-3y_4-y_5} M^{y_1+y_4+y_5} T^{-y_2-2y_5} \quad (9)$$

根据量纲齐次原则,描述物理规律的等式两端的量纲必须相同,因此可得方程组:

$$\begin{cases} 1 = y_2 + y_3 - 3y_4 - y_5 \\ 0 = y_1 + y_4 + y_5 \\ 0 = -y_2 - 2y_5 \end{cases} \quad (10)$$

参考弹体侵彻的理论模型^[31-33], 落石侵入深度与垫层的强度 f_c 和密度 ρ_g 有关, 因此可分别令 $\rho_g^{y_4=0} f_c^{y_5=1}$, $\rho_g^{y_4=1} f_c^{y_5=0}$ 可得方程组的基本解:

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 0 \\ 4 & 4 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

将基本解代入式 (8) 后可得无量纲量 $f_c d^3 / (m v_0^2)$, $\rho_g d^3 / m$ 和无量纲侵入深度 z/d , 令 $I = m v_0^2 / (f_c d^3)$, $\lambda = m / (\rho_g d^3)$, 因此式 (4) 可以改写成无量纲的形式, 无量纲侵入深度 π_z :

$$\pi_z = \frac{z}{d} = F_1(I, \lambda, \psi) \quad (12)$$

同理可将冲击力 F (式 (5)) 和冲击力峰值时间 t (式 (6)) 分别改写为如下无量纲形式:

$$\pi_F = \frac{F d}{m v_0^2} = F_2(I, \lambda, \psi) \quad (13)$$

$$\pi_t = \frac{t v_0}{d} = F_3(I, \lambda, \psi) \quad (14)$$

式中: F_1 、 F_2 和 F_3 为关于无量纲冲击因子的方程, 得到的无量纲形式的侵入深度 π_z 、冲击力 π_F 和冲击力峰值时间 π_t 是与落石质量 m 、特征尺寸 d 和冲击速度 v_0 有关的相对值, 例如, 无量纲侵入深度 $\pi_z = z/d$ 表示, 对于试验获得的相同 π_z 值, 落石的特征尺寸 d 增大 1 倍, 则对应的侵入深度 z 也增大 1 倍; 无量纲冲击力 $\pi_F = F d / m v_0^2$ 表示, 对于试验获得的相同的 π_F 值, 特征尺寸为 d 的落石动能 $E_t = m v_0^2 / 2$ 越大, 落石的冲击力 F 也就越大; 无量纲冲击力峰值时间 $\pi_t = t v_0 / d$ 表示, 对于相同的 π_t 值, 落石的特征时间 d/v_0 越大, 落石的冲击力峰值时间 t 越大。由此可见, 采用无量纲形式解决了落石的特征尺寸 d 和冲击能量 $m v_0^2 / 2$ 对侵入深度、冲击力及峰值时间影响的问题, 使无量纲试验结果不再受试验条件的限制, 如试验所能达到的最大落石质量、尺寸或冲击速度等, 因此, 通过缩尺试验也可以得到适用范围更广的影响规律。

无量纲化分析的另一个优势在于将式 (4) 中涉及的 6 个自变量 (m 、 v_0 、 d 、 ψ 、 ρ_g 和 f_c) 缩减为 3 个无量纲冲击因子 (I 、 λ 和 ψ)。以边长为 d (头部特征尺寸) 的立方体落石为例, 讨论各冲击因子 I 、 λ 和 ψ 的物理意义。

首先, $I = m v_0^2 / (f_c d^3)$ 可表示为:

$$I = \frac{m v_0^2}{f_c d^3} = \frac{1/2 m v_0^2}{1/2 f_c d^2 d} = 2 \frac{E_t / F_c}{d} \quad (15)$$

式中: E_t 为落石的冲击动能, F_c 为由垫层强度 f_c 引起的静阻力, E_t / F_c 表示静阻力 F_c 对落石做负功直至落石动能 E_t 降为零时的运动距离。因此, 对于给定的落石冲击动能 E_t 和特征尺寸 d , 垫层的强度 f_c 越小, 静阻力 F_c 越小, 运动距离 (即落石侵入深度) 越大, 冲击因子 I 越大, 因此 I 反映了由垫层强度 f_c 决定的落石侵入垫层的能力, I 越大, 落石侵入能力越强, 可称 I 为强度冲击因子。

其次, $\lambda = m / (\rho_g d^3)$ 可表示为:

$$\lambda = \frac{m}{\rho_g d^3} = \frac{\rho_r}{\rho_g} \quad (16)$$

式中: ρ_r 表示边长为 d 的立方体落石密度, ρ_g 表示垫层密度, 因此, λ 可视为落石与垫层之间的密度比, 一般情况下, 落石密度 ρ_r 变化不大, 而垫层密度 ρ_g 越小, λ 越大, 因此可称 λ 为密度冲击因子。根据垫层密度影响的落石冲击试验结果^[3, 26-27] 可知, 相同条件下, 垫层密度越小, 落石侵入深度越大, 因此, 密度冲击因子 λ 反映了由垫层与落石相对密度 ρ_r / ρ_g 决定的落石侵入垫层的能力, λ 越大, 落石侵入能力越强。

最后, 落石形状冲击因子 ψ 的提出借鉴了弹体冲击动力学中表征锥头、平头、尖卵形等不同弹头形状影响的无量纲形状系数的概念^[31], 目的是反映落石形状的影响, 但是由于落石形状的任意性和复杂性, 本文中仅分别讨论球形、锥形和平头 3 种典型落石形状的影响规律。

3.2 冲击因子的影响规律

第 3.1 节将落石的主要影响因素无量纲化, 得到了无量纲冲击因子 I 、 λ 和 ψ , 并分析了其所具有的物理意义, 下面将根据试验结果, 进一步分析冲击因子与落石冲击结果之间的相关程度, 研究冲击因子对落石冲击结果的影响规律。

3.2.1 冲击因子的变化范围

在试验设计之前, 本节首先根据山区落石质量、形状、冲击速度的统计规律, 对冲击因子的变化范围进行初步估算, 冲击因子 I 和 λ 可拆写为:

$$I = \frac{mv_0^2}{f_c d^3} = \frac{v_0^2}{f_c} \frac{m}{d^3} \quad (17)$$

$$\lambda = \frac{m}{\rho_g d^3} = \frac{1}{\rho_g} \frac{m}{d^3} \quad (18)$$

因此, m/d^3 、 v_0 、 f_c 和 ρ_g 的变化范围决定了冲击因子 I 和 λ 的变化范围。

首先, 分析 m/d^3 的变化范围。 m/d^3 是与落石密度 ρ_r 和整体形状有关的变量, 对于标准的球形落石有:

$$\frac{m}{d^3} = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_r \frac{1}{d^3} = \frac{\pi}{6} \rho_r \quad (19)$$

式中: R 为球形落石半径, $R=d/2$ (图 10(a))。一般地, 岩石密度的变化范围较小, 因此可以参考本试验中测得的花岗岩材料落石密度, $\rho_r=2\ 475\ \text{kg/m}^3$, 可得 $m/d^3=1\ 296\ \text{kg/m}^3$ 。若考虑到落石整体形状变化的影响, 对于椭球形落石有:

$$\frac{m}{d^3} = \frac{4}{3} \pi R^2 c \rho_r \frac{1}{d^3} = \frac{c}{R} \frac{\pi}{6} \rho_r \quad (20)$$

式中: c 为椭球体 z 轴半径, R 为椭球体 x 和 y 轴半径(图 10(b)~(c)), 因此, m/d^3 与 c/R 有关。根据山区常见落石的形状统计分析发现^[8], c/R 的取值范围一般为 0.25~4.00, 因此, 实际山区落石 m/d^3 的估计变化范围为 324~5 184 kg/m^3 。

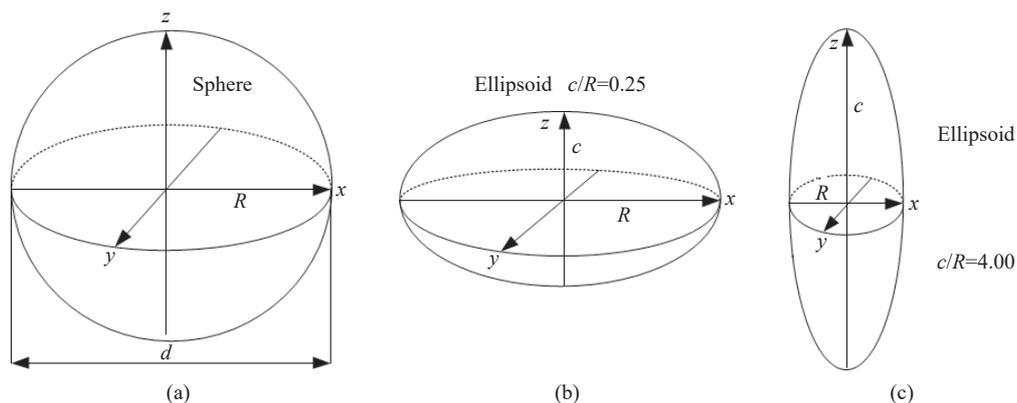


图 10 椭球形落石的整体形状变化范围

Fig. 10 Variation of the overall shape of the ellipsoid falling rocks

其次, 根据文献 [34], 山区落石冲击速度 v_0 估计范围为 4~40 m/s; 根据我国公路和铁路设计规范^[9, 10, 35] 可知棚洞垫层强度 f_c 的变化范围, 对于一般黏性土、砂性土, $f_c=0.05\sim0.55\ \text{MPa}$, 对于一般卵、砾、碎石层, $f_c=0.2\sim1.2\ \text{MPa}$; 根据 Calvetti 等^[24] 的落石冲击棚洞原型试验和本试验, 一般垫层密度 ρ_g 的

变化范围为 1 000~2 000 kg/m³。综上所述, 将上述影响因素的变化范围代入式 (17)~(18) 后, 得到实际落石冲击因子估计范围: 0.01 < I < 165.89, 0.16 < λ < 5.18。

因此, 参考实际冲击因子的变化范围, 设计了球形、锥形和平头落石冲击砂垫层试验, 落石冲击试验的结果以落石侵入垫层深度为代表, 根据 Pichler 等^[15] 的试验研究和理论假设发现, 无量纲因变量(无量纲侵入深度 π_z, 冲击力 π_F 和冲击力峰值时间 π_t)之间存在如下近似关系:

$$\frac{mv_0^2}{F_m d} = \frac{t_1 v_0}{d} = \frac{z_m}{d} \quad (21)$$

根据式 (12)~(14) 有:

$$\frac{1}{\pi_F} = \pi_t = \pi_z \quad (22)$$

无量纲冲击因子与 3 种无量纲因变量之间的相关性必然是相似的, 因为试验中侵入深度是最便于准确测量的物理量, 所以本节选取并根据第 2 组落石冲击试验结果中的最终无量纲侵入深度 z_m/d, 分别分析球形、锥形和平头落石无量纲冲击因子(I 和 λ)与无量纲侵入深度 z_m/d 之间的相关性和影响规律。

根据正交试验法设计的试验工况分别如表 1~3 所示, 表中记录了不同质量、冲击速度和特征尺寸下的 2 个无量纲冲击因子以及试验测得的无量纲侵入深度 z_m/d。试验设计冲击因子的变化范围为: 0.29 < I < 15.60, 1.67 < λ < 5.22。

3.2.2 冲击因子相关性分析

根据冲击因子 I 和 λ 的物理意义分析可知, I 和 λ 分别反映了垫层强度和密度影响的落石侵入垫层的能力, 因此与无量纲侵入深度 z_m/d 之间必然具有一定的关联程度。相关性分析是统计学中用于研究变量之间线性相关程度的一种分析方法, 通常用皮尔森相关系数来表征两个变量之间的相关程度, 计算公式为:

$$\rho(x, y) = \frac{C(x, y)}{\sqrt{\sigma^2(x)\sigma^2(y)}} \quad (23)$$

式中: ρ 为变量 x 和 y 之间的相关系数, C(x, y) 为变量 x 和 y 的协方差, σ²(x) 和 σ²(y) 分别表示变量 x 和 y 的方差。根据定义有, |ρ| ≤ 1, |ρ| 越接近零, 表示两个变量之间相关度越弱; |ρ| 越接近 1, 表示两个变量之间相关度越强。图 11(a)~(b) 表示了所有落石侵入深度试验数据 z_m/d 分别与冲击因子 I 和 λ 的相关性, 侵入深度与冲击因子之间呈正相关, 根据 I 和 λ 的定义可知, 垫层的强度或密度越小, 落石的侵入深度越大, 这条规律符合经验性定性判断。z_m/d 与 I 和 λ 的相关系数分别为 0.71 和 0.77, 表现出较强的正相关性。相关系数结果表明, I 和 λ 可能在决定最终侵入深度 z_m/d 中所起的作用较相近。

表 1 球形落石冲击砂垫层试验工况

Table 1 Conditions of impact test by spherical falling rocks

编号	m/kg	v ₀ /(m·s ⁻¹)	H/m	d/m	I	λ	z _m /d
S-01	10	4.43	1.00	0.12	1.73	5.22	1.45
S-02	10	6.26	2.00	0.12	3.47	5.22	1.88
S-03	10	8.85	4.00	0.12	6.93	5.22	2.67
S-04	10	13.28	9.00	0.12	15.60	5.22	3.46
S-05	50	4.43	1.00	0.25	0.96	2.89	1.00
S-06	50	6.26	2.00	0.25	1.92	2.89	1.15
S-07	50	8.85	4.00	0.25	3.83	2.89	1.47
S-08	50	13.28	9.00	0.25	8.63	2.89	1.84
S-09	100	4.43	1.00	0.36	0.64	1.93	0.71
S-10	100	6.26	2.00	0.36	1.28	1.93	0.76
S-11	100	8.85	4.00	0.36	2.57	1.93	1.06
S-12	100	13.28	9.00	0.36	5.78	1.93	1.17

表 2 锥形落石冲击砂垫层试验工况

Table 2 Conditions of impact test by conical falling rocks

编号	m/kg	v ₀ /(m·s ⁻¹)	H/m	d/m	I	λ	z _m /d
C-01	10	4.40	1.00	0.12	1.73	5.22	1.89
C-02	10	6.30	2.00	0.12	3.47	5.22	2.00
C-03	10	8.90	4.00	0.12	6.93	5.22	2.75
C-04	50	2.40	0.30	0.25	0.29	2.89	0.76
C-05	50	6.30	2.00	0.25	1.92	2.89	1.06
C-06	50	8.90	4.00	0.25	3.83	2.89	1.27
C-07	50	13.30	9.00	0.25	8.63	2.89	1.59
C-08	50	17.10	15.00	0.25	14.38	2.89	2.16

表 3 平头落石冲击砂垫层试验工况

Table 3 Conditions of impact test by flat falling rocks

编号	m/kg	v ₀ /(m·s ⁻¹)	H/m	d/m	I	λ	z _m /d
F-01	50	4.40	1.00	0.25	0.96	2.89	0.52
F-02	50	6.30	2.00	0.25	1.92	2.89	0.68
F-03	50	8.90	4.00	0.25	3.83	2.89	0.86
F-04	50	13.30	9.00	0.25	8.63	2.89	1.06
F-05	50	6.30	2.00	0.30	1.11	1.67	0.37
F-06	50	13.30	9.00	0.30	4.99	1.67	0.68

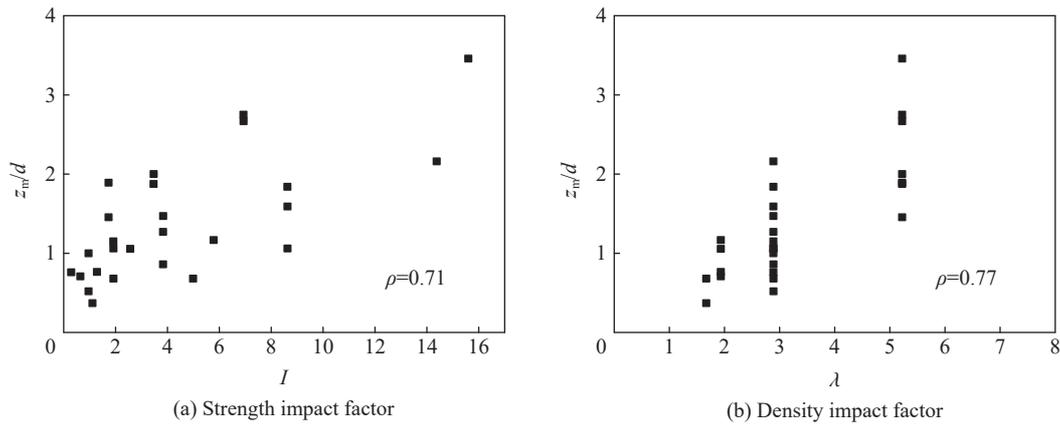


图 11 无量纲冲击因子与无量纲侵入深度之间的相关性

Fig. 11 Correlation between dimensionless impact factors and penetration depths

表 4 进一步给出了无量纲冲击因子之间的相关性分析结果, I 和 λ 的相关性较低, ρ 仅为 0.24, 说明强度和密度冲击因子相对独立性较强、相互影响较小。

表 4 无量纲冲击因子之间及与侵入深度的相关性

Table 4 Correlation between dimensionless impact factors and penetration depths

冲击因子	I	λ	z_m/d
I	1.00	0.24	0.71
λ	0.24	1.00	0.77
z_m/d	0.71	0.77	1.00

相关性分析结果只能反映冲击因子与侵入深度之间的相关程度, 因此, 还需要在此基础上, 进一步分析无量纲冲击因子对侵入深度的影响规律, 即冲击因子与侵入深度之间的函数关系:

$$z_m/d = F_1(I, \lambda) \tag{24}$$

式中: 方程 F_1 以强度与密度冲击因子(I 和 λ) 为自变量, 下面将分别在球形、锥形和平头 3 种典型形状落石冲击条件下, 研究冲击因子对试验结果的影响规律。

图 12(a)~(c) 分别为球形、锥形和平头落石无量纲侵入深度 z_m/d 与强度冲击因子 I 和密度冲击因子 λ 的试验数据, 结果表明, I 和 λ 是相对独立的影响因素, 在不同的 λ 下, z_m/d 随 I 的增加而增加的规律是基本一致的。

通过对试验数据进行拟合的方法可以分别得到球形、锥形和平头落石的拟合公式:

$$z_m/d = 0.18\lambda \ln(1+11.67I/\lambda) \tag{25}$$

$$z_m/d = 0.12\lambda \ln(1+47.64I/\lambda) \tag{26}$$

$$z_m/d = 0.10\lambda \ln(1+15.09I/\lambda) \tag{27}$$

由式 (25)~(27) 可以看出, 拟合曲线与试验数据具有良好的一致性。

表 5 比较了上述不同形状落石的拟合公式的拟合参数, 对于相同函数形式的拟合公式, 不同形状落石的拟合参数之间存在差异。这说明, 如果不考虑落石形状的影响, 只根据不同的落石形状假设, 提出的拟合公式适用范围十分有限。因此, 当前落石冲击试验研究中基于不同落石形状假设而获得的试验规律和理论计算公式的适用范围也是有限的, 且相互之间难以进行比较和验证。目前仍然缺少对落石形状影响的量化分析方法, 以及考虑形状影响因子 ψ 的统一的理论计算公式。

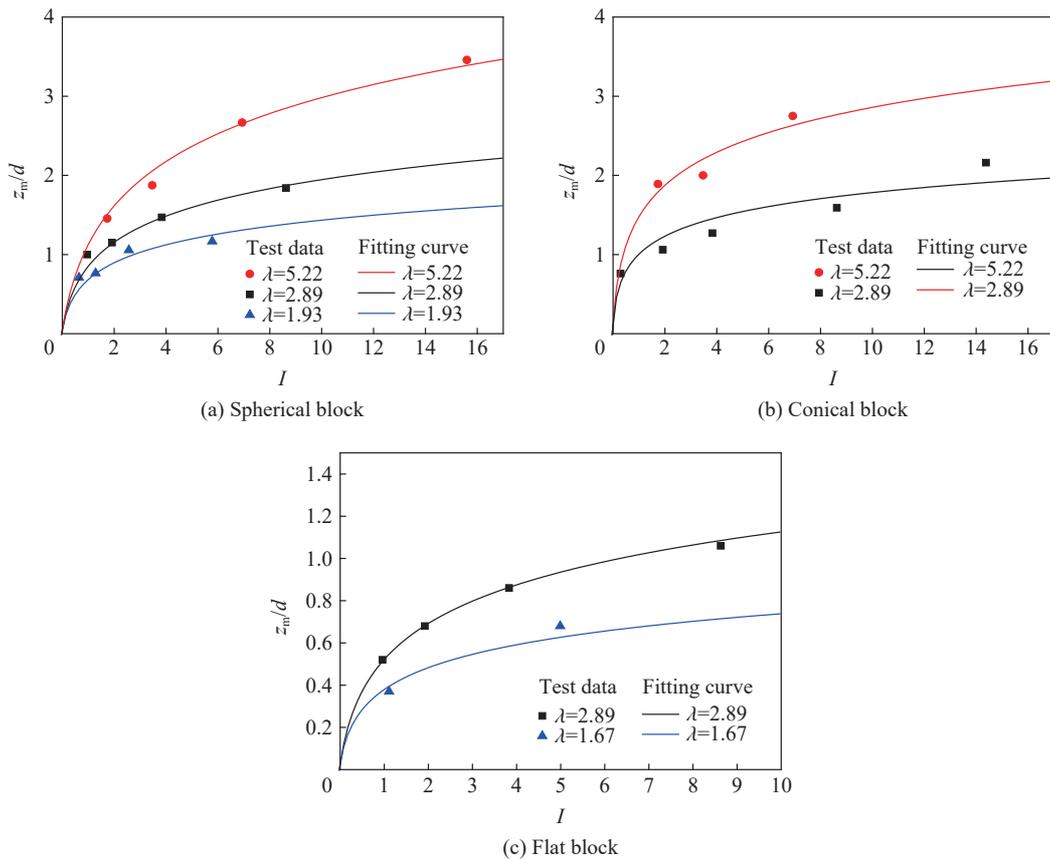


图 12 不同形状落石无量纲侵入深度的拟合曲线

Fig. 12 Fitting curves of the dimensionless penetration depths of the blocks

表 5 不同形状落石 3 种拟合公式的拟合参数比较

Table 5 Comparison of parameters of three fitting formulas for falling rocks with different shapes

落石形状	$z_m/d=A\lambda \ln(1+CI/\lambda)$ 拟合参数	
	A	C
球形	0.18	11.67
锥形	0.12	47.64
平头	0.10	15.09

4 结 论

开展了不同典型形状落石冲击垫层的侵入深度和冲击力的试验研究, 首先根据第 1 组试验研究了落石形状对侵入深度和冲击力时程曲线波形的影响, 然后根据第 2 组试验对落石冲击影响因素(包括落石的质量、速度、形状、特征尺寸以及垫层的强度、密度)进行了无量纲化分析, 并得到了无量纲冲击因子与侵入深度之间的相关性和影响规律, 主要结论如下。

(1) 落石形状对侵入深度和冲击力的影响很大。冲击端形状越钝, 落石的冲击力越大, 峰值时间越小, 冲击时程曲线越陡峭; 反之, 冲击端形状越尖, 落石的冲击力越小, 峰值时间越大, 冲击时程曲线越平缓, 这一特点且符合经验性的定性判断。另外, 尽管冲击速度不同, 但锥形、球形和平头落石之间的侵入深度、冲击力和峰值时间总是保持近似不变的比例, 证明落石形状与冲击速度对侵入深度的影响可能是相对独立的、相互影响很小。

(2) 通过对落石冲击影响因素进行无量纲化分析, 得到无量纲形式的侵入深度 π_z 、冲击力 π_F 和冲击

时间 π_r , 以及强度冲击因子 $I = mv_0^2/(f_c d^3)$ 、密度冲击因子 $\lambda = m/(\rho_g d^3)$ 和形状冲击因子 ψ , 并分析了各冲击因子的物理意义, I 和 λ 分别反映了垫层强度和密度影响的落石侵入垫层的能力。

(3)无量纲冲击因子与侵入深度试验结果之间的相关性分析研究表明, z_m/d 均随着 I 和 λ 的增加而增大,这意味着垫层的强度越小密度越小,落石的侵入深度越大。 I 和 λ 与 z_m/d 的相关系数分别为0.71和0.77,说明 I 和 λ 可能在决定最终侵入深度 z_m/d 中所起到的作用比较相近,而 I 和 λ 的相对独立性较强、相互影响较小。

(4)为了确定冲击因子与侵入深度之间的函数关系,在无量纲冲击因子相关性分析结果的基础上,提出了考虑强度与密度的拟合公式 $z_m/d = A\lambda \ln(1+CI/\lambda)$ 。结果表明,在不同的 λ 值下, z_m/d 随 I 的增加而增加的规律是基本一致的。而对于相同函数形式的拟合公式,不同形状落石的拟合参数之间存在差异,说明未引入形状影响因子 ψ 的拟合公式适用范围十分有限,因此进一步提出考虑落石形状影响的冲击力及侵入深度的统一理论计算方法很有必要。

参考文献:

- [1] JACQUEMOUD J. Swiss guideline for the design of protection galleries: background, safety concept and case histories [C] // Impact Load by Rock Falls and Design of Protection Structures, Joint Japan-Swiss Scientific Seminar. Kanazawa, Japan: Kanazawa University, 1999.
- [2] 山口悟,木幡行宏,小室雅人,等. 敷砂あるいは碎石緩衝材の緩衝特性に関する大型重錘落下衝撃実験 [C] // 構造工学論文集, 2014, 60: 983-995.
- [3] CALVETTI F, PRISCO C, VECCHIOTTI M. Experimental and numerical study of rock-fall impacts on granular soils [J]. *Rivista Italiana di Geotecnica*, 2005, 4: 95-109.
- [4] GERBER W, VOLKWEIN A. Impact loads of falling rocks on granular material [C] // Third Euro Mediterranean Symposium on Advances in Geomaterials and Structures, 2010, 10: 337-342.
- [5] 袁进科,黄润秋,裴向军. 滚石冲击力测试研究 [J]. *岩土力学*, 2014, 35(1): 48-54. DOI: 10.16285/j.rsm.2014.01.011.
- [6] YUAN J K, HUANG R Q, PEI X J. Test research on rockfall impact force [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(1): 48-54. DOI: 10.16285/j.rsm.2014.01.011.
- [7] YU B, YI W, ZHAO H B. Experimental study on the maximum impact force by rock fall [J]. *Landslides*, 2018, 15(2): 233-242. DOI: 10.1007/s10346-017-0876-x.
- [8] 何思明,沈均,吴永. 滚石冲击荷载下棚洞结构动力响应 [J]. *岩土力学*, 2011, 32(3): 781-788. DOI: 10.16285/j.rsm.2011.03.033.
- [9] HE S M, SHEN J, WU Y. Rock shed dynamic response to impact of rock-fall [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, 32(3): 781-788. DOI: 10.16285/j.rsm.2011.03.033.
- [10] FITYUS S G, GIACOMINI A, BUZZI O. The significance of geology for the morphology of potentially unstable rocks [J]. *Engineering Geology*, 2013, 162: 43-52. DOI: 10.1016/j.enggeo.2013.05.007.
- [11] 重庆交通科研设计院. 公路隧道设计规范: JTG D70-2004 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.
- [12] 铁道部第二设计院. 铁路工程设计技术手册(隧道) [M]. 北京: 人民铁道出版社, 1978.
- [13] 杨其新,关宝树. 落石冲击力计算方法的试验研究 [J]. *铁道学报*, 1996, 18(1): 101-106. DOI: 10.3321/j.issn:1001-8360.1996.01.017.
- [14] YANG Q X, GUAN B S. Test and research on calculating method of falling stone impulsive force [J]. *Journal of the China Railway Society*, 1996, 18(1): 101-106. DOI: 10.3321/j.issn:1001-8360.1996.01.017.
- [15] Janpan Road Association. Manual for anti-impact structures against falling rocks [M]. Tokyo, Japan: Maruzen Publisher, 2000.
- [16] LABIOUSE V, DESCOEUDRES F, MONTANI S. Experimental study of rock sheds impacted by rock blocks [J]. *Structural Engineering International*, 1996, 6(3): 171-176. DOI: 10.2749/101686696780495536.
- [17] ASTRA S B B. Einwirkungen infolge Steinschlags auf Schutzgalerien [M]. Bern: Swiss Federal Roads Office and Swiss Federal Railways, 2008.
- [18] PICHLER B, HELLMICH C, MANG H A. Impact of rocks onto gravel design and evaluation of experiments [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(5): 559-578. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.01.007.

- [16] MOUGIN J P, PERROTIN P, MOMMESSIN M, et al. Rock fall impact on reinforced concrete slab: an experimental approach [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(2): 169–183. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2003.11.005.
- [17] SCHELLENBERG K, KHASRAGHY G S, VOGEL T, et al. Impact behavior of reinforced concrete slabs subjected to rock fall loading [C] // SUSI 2008. Southampton: WIT Press, 2008, 98: 25–34.
- [18] DELHOMME F, MOMMESSIN M, MOUGIN J P, et al. Simulation of a block impacting a reinforced concrete slab with a finite element model and a mass-spring system [J]. *Engineering Structures*, 2007, 29(11): 2844–2852. DOI: 10.1016/j.engstruct.2007.01.017.
- [19] CHIKATAMARLA R, LAUE J, SPRINGMAN S M. Rockfall impact on protection galleries [C] // The Second International Conference of Structural Engineering Mechanics and Computations. Cape Town, South Africa, 2004: 1139–1144.
- [20] PERERA S, LAM N, PATHIRANA M, et al. Deterministic solutions for contact force generated by impact of windborne debris [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 91: 126–141. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2016.01.002.
- [21] 唐建辉. 落石冲击对隧道明洞结构的影响研究 [D]. 成都: 西南交通大学, 2013.
- [22] 陈驰, 刘成清, 陈林雅, 等. 落石作用于钢筋混凝土棚洞的冲击力研究 [J]. *公路交通科技*, 2015, 32(1): 102–109. DOI: 10.3969/j.issn.1002-0268.2015.01.017.
- CHEN C, LIU C Q, CHEN L Y, et al. Study on impact force of rock-fall onto rock shed tunnel [J]. *Journal of Highway and Transportation Research and Development*, 2015, 32(1): 102–109. DOI: 10.3969/j.issn.1002-0268.2015.01.017.
- [23] SHEN W G, ZHAO T, DAI F, et al. DEM analyses of rock block shape effect on the response of rockfall impact against a soil buffering layer [J]. *Engineering Geology*, 2019, 249: 60–70. DOI: 10.1016/j.enggeo.2018.12.011.
- [24] CALVETTI F, DI PRISCO C. Rockfall impacts on sheltering tunnels: real-scale experiments [J]. *Géotechnique*, 2012, 62(10): 865–876. DOI: 10.1680/geot.9.p.036.
- [25] YAN P, ZHANG J, FANG Q, et al. Numerical simulation of the effects of falling rock's shape and impact pose on impact force and response of RC slabs [J]. *Construction and Building Materials*, 2018, 160: 497–504. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.11.087.
- [26] KAWAHARA S, MURO T. Effects of dry density and thickness of sandy soil on impact response due to rockfall [J]. *Journal of Terramechanics*, 2006, 43(3): 329–340. DOI: 10.1016/j.jterra.2005.05.009.
- [27] 唐红梅, 鲜学福, 王林峰, 等. 基于小波变换的碎石土垫层落石冲击回弹系数试验 [J]. *岩土工程学报*, 2012, 34(7): 1278–1282.
- TANG H M, XIAN X F, WANG L F, et al. Coefficient of resilience for rock fall onto gravel soil cushion based on wavelet transform theory [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2012, 34(7): 1278–1282.
- [28] JONES N. Structural impact [M]. London: Cambridge University Press, 1989.
- [29] BUCKINGHAM E. On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations [J]. *Physical Review*, 1914, 4(4): 345–376. DOI: 10.1103/physrev.4.345.
- [30] SEGUIN A, BERTHO Y, MARTINEZ F, et al. Experimental velocity fields and forces for a cylinder penetrating into a granular medium [J]. *Physical Review E*, 2013, 87(1): 1–10. DOI: 10.1103/physreve.87.012201.
- [31] LI Q M, CHEN X W. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete target impacted by a non-deformable projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(1): 93–116. DOI: 10.1016/s0734-743x(02)00037-4.
- [32] FORRESTAL M J, TZOU D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, 34(31–32): 4127–4146. DOI: 10.1016/s0020-7683(97)00017-6.
- [33] FORRESTAL M J, LUK V K. Penetration into soil targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1992, 12(3): 427–444. DOI: 10.1016/0734-743x(92)90167-r.
- [34] WYLLIE D C. Rock fall engineering [M]. Boca Raton: CRC Press, 2015.
- [35] 铁道第二勘察设计院. 铁路隧道设计规范: TB 10003–2005 [S] 北京: 中国铁道出版社, 2005.

(责任编辑 蔡国艳)