DOI: 10.11883/bzycj-2020-0334

考虑应力三轴度影响的 30CrMnSiNi2A 钢 初性断裂研究^{*}

余万千1, 郁 锐1, 崔世堂2

(1. 西安现代控制技术研究所,陕西西安710065;2. 中国科学技术大学近代力学系中科院材料力学行为和设计重点实验室,安徽合肥230027)

摘要: 30CrMnSiNi2A 钢是一种在军工领域应用广泛的低合金高强度钢。针对结构完整性的评估问题,采用试验和数值计算结合的方法研究了 30CrMnSiNi2A 钢的韧性断裂特性。对光滑圆棒试件在不同温度下进行准静态和动态 拉伸试验,并通过有限元迭代方法标定了材料的 Johnson-Cook 动态本构模型参数,分析了温度和应变率对 30CrMnSiNi2A 钢断裂行为的影响。开展了缺口圆棒拉伸、缺口平板剪切和圆柱压缩试验,计算了各试件对应的平均应力三轴度和断 裂应变,给出了应力三轴度在-1/3~1.5 区间内的断裂应变变化曲线,分别确定了 Johnson-Cook 和 Bao-Wierzbicki 失效模 型参数。研究表明, 30CrMnSiNi2A 钢的断裂应变与应力状态密切相关,且在不同的应力三轴度区间内曲线单调性差 异较大, Bao-Wierzbicki 失效模型较好地描述了这种钢在不同应力状态下的断裂特性。

关键词: 韧性断裂; 动态力学性能; 应力三轴度; 30CrMnSiNi2A 钢 中图分类号: O347.3 国标学科代码: 13015 文献标志码: A

On ductile fracture of 30CrMnSiNi2A steel considering effects of stress triaxiality

YU Wanqian¹, YU Rui¹, CUI Shitang²

 (1. Xi'an Modern Control Technology Research Institute, Xi'an 710065, Shaanxi, China;
 2. CAS Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials, Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China)

Abstract: 30CrMnSiNi2A steel is a high-strength low-alloy steel and it is widely used in the defense industry. Its ductile fracture properties were investigated by using a combined experimental-numerical approach to address the need for assessment of structural integrity. The parameters of the Johnson-Cook constitutive model were obtained through quasi-static and dynamic tensile tests on round bar specimens at different temperatures and relevant finite element method iterations. The effects of strain rate and temperature on fracture were studied. The tensile tests on notched round bar specimens were performed to calibrate the fracture strain in the range of high positive stress triaxiality. The tensile tests on butterfly plates and compression tests on short cylindrical specimens covered the fracture properties in the range of low and negative stress triaxiality. The finite element models were computed and the fracture loci in the space of the effective plastic strain to fracture model and Bao-Wierzbicki fracture model were calibrated. It is shown that stress triaxiality has a significant effect on the fracture of 30CrMnSiNi2A steel and the monotonicity of the fracture loci varies in different stress triaxiality range. The Bao-Wierzbicki model is capable of predicting the fracture patterns of the 30CrMnSiNi2A steel in different stress strais. **Keywords:** ductile fracture; dynamic mechanical behavior; stress triaxiality; 30CrMnSiNi2A steel

* 收稿日期: 2020-09-22;修回日期: 2020-10-12
 第一作者: 余万千(1994—),男,硕士,助理工程师,hsywq812907@163.com
 通信作者: 郁 锐(1981—),男,硕士,教授级高级工程师,1715516202@qq.com

30CrMnSiNi2A 钢是一种低合金高强度钢,由于综合力学性能良好而且原材料和加工成本相对较低,被广泛应用于侵彻/穿甲战斗部壳体、飞机起落架和发动机壳体等零部件的制造。这类结构在工作时经常受到较高的静态和动态载荷,对材料屈服强度和韧性断裂等力学性能的研究在相关工程设计中非常关键。其研究大致从微观和宏观两方面进行,微观方面主要研究裂纹产生的机理以及裂纹扩展所遵循的物理条件,宏观方面主要探索材料发生断裂时各个力学量之间的关系,即断裂准则。目前有限元模拟分析成为工程结构强度评估的重要手段之一,选择合适的断裂准则是提高数值模型预测能力的关键,因此研究 30CrMnSiNi2A 钢的韧性断裂特性有着广阔的实用价值。

Johnson-Cook 失效模型综合考虑了应力三轴度、应变率和温度对材料力学性能的影响,其方程形式 简单,参数容易标定,被广泛应用于冲击动力学领域。武海军等^[1]、周义清等^[2]研究了 30CrMnSiNi2A 钢 在不同应变率下的塑性流动特性,确定了常温 Johnson-Cook 本构模型参数。李磊等^[3]研究了应力三轴 度大于 1/3 时的材料断裂行为,并拟合了常温下 30CrMnSiNi2A 钢的 Johnson-Cook 本构模型和失效模型 参数。目前的研究主要集中在应变率对力学性能的影响,缺少对不同温度和大范围应力三轴度下 30CrMnSiNi2A 钢韧性断裂的探讨。

研究表明,金属的韧性断裂与应力状态、应变率和温度等因素相关^[4-6]。应力三轴度定义为平均应 力和等效应力之比,通常用来表示结构一点处的应力状态。Johnson-Cook 失效模型中采用一个单调函数 描述应力三轴度对断裂应变的影响。Bao 等^[7]对 2024-T351 铝合金进行了一系列试验,确定了从负向到 正向全区段内应力三轴度与断裂应变的关系曲线,发现不同失效模式下曲线走势不同。李营等^[8]、张朴 等^[9]发现船用低碳钢的断裂应变与应力状态密切相关,且在不同的应力三轴度区间差异较大。桂良进 等^[10]研究了不同三轴应力状态下先进高强钢的失效特性,通过数值计算发现 Bao-Wierzbicki 失效模型预 测能力在低应力三轴度情形下较好。鉴于此,采用 Johnson-Cook 失效模型将缺口拉伸试样结果外推至 其他应力状态,值得商榷。

为了较全面地研究 30CrMnSiNi2A 钢的韧性断裂,本文中基于 Johnson-Cook 本构模型和失效模型, 引入 Bao-Wierzbicki 失效模型对应力三轴度的考虑,设计开展不同温度下的准静态、动态拉伸、剪切和 压缩试验,结合有限元模拟分析,确定一套适用于 30CrMnSiNi2A 钢的本构和失效参数。

1 参数标定方法和试验设计

采用试验和数值模拟结合的方法研究 30CrMnSiNi2A 钢的韧性断裂,标定 Johnson-Cook 模型和 Bao-Wierzbicki 模型参数,具体方法如下:

(1)设计加工拉伸、剪切和压缩试件,开展一系列准静态、动态试验,获得载荷-位移曲线,记录失效 位置和对应的位移;

(2)建立光滑圆棒拉伸试验的有限元模拟模型,通过迭代获得真实应力-真实应变曲线,拟合出 Johnson-Cook 本构模型参数;

(3)利用有限元法计算不同试件失效位置的等效塑性应变和应力三轴度变化曲线;

(4)确定不同试件的平均应力三轴度和断裂应变, 拟合出 Johnson-Cook 失效模型和 Bao-Wierzbicki 失效模型^[11]参数。

准静态拉伸和压缩试验采用 MTS-809 材料试验机,应变率为 0.001 s⁻¹,光滑圆棒试件尺寸和数据处 理方法依据为 GB/T 228.1—2010《金属材料拉伸试验第 1 部分:室温试验方法》和 GB/T 228.2—2015《金 属材料拉伸试验第 2 部分:高温试验方法》,试验中采用引伸计精确测量试件标距段的应变,开展了 298、 473、773 K 这 3 种温度下的测试。动态拉伸试验在套筒式霍普金森拉杆上完成,开展了 1 000、2 000、 4 000 s⁻¹ 这 3 种应变率下的试验。为了获得不同的应力状态,除了光滑圆棒试件外,本文中共设计了 6 组异形试件,详见表 1 和图 1。

30CrMnSiNi2A 钢化学组分如表 2 所示,试件按照某侵彻爆破战斗部壳体技术要求进行热处理。

表1 异形试件				
	T	able 1 Abnormal spec	cimens	
序号	试件	载荷	数量	应力三轴度范围
a	R4缺口圆棒	拉伸	3	[1/3,+∞]
b	R2缺口圆棒	拉伸	3	[1/3,+∞]
c	45°缺口平板	拉伸	4	[0,1/3]
d	0°缺口平板	拉伸	4	[0,1/3]
e	短粗圆柱	压缩	3	[-1/3,0]
f	细长圆柱	压缩	3	[-1/3,0]



图 1 异形试件尺寸(单位:mm)

Fig. 1 Dimensions of abnormal specimens (unit: mm)

表 2 30CrMnSiNi2A 钢的化学成分 (质量分数,%)

 Table 2
 Composition of 30CrMnSiNi2A steel (mass fraction, %)

С	Cr	Mn	Si	Ni	Cu	Р	S
0.300	1.030	1.160	1.040	1.680	0.080	0.014	0.020

2 本构模型参数标定

Johnson-Cook本构模型表达式如下:

$$\sigma_{\rm e} = \left(A + B\varepsilon_{\rm ep}^n\right)(1 + C\ln\dot{\varepsilon}^*)(1 - T^{*m}) \tag{1}$$

式中: σ_{e} 为流动应力; ε_{ep} 为等效塑性应变; $\dot{\varepsilon}^{*}=\dot{\varepsilon}_{ep}/\dot{\varepsilon}_{0}$ 为无量纲等效塑性应变率, $\dot{\varepsilon}_{ep}$ 为等效塑性应变率, $\dot{\varepsilon}_{0}$

为参考应变率; $T^* = (T - T_r)/(T_m - T_r)$ 为无量纲温度, T 为材料温度, T_r 为参考温度, T_m 为材料熔点; A, B, n, C, m 为待定系数。

*A、B、n*可通过在参考应变率(准静态试验 应变率)和参考温度(室温)下的光滑圆棒拉伸试 验结果获得。在此条件下,本构模型可简化为:

$$\sigma_{\rm e} = A + B\varepsilon_{\rm ep}^n \tag{2}$$

当等效塑性应变为零时, *A*=σ_e即为材料屈服时的真实应力。对式(2)进行变换:

 $\ln(\sigma_{\rm e} - A) = \ln B + n \ln \varepsilon_{\rm ep} \tag{3}$

采用最小二乘法对真实应力-真实应变曲线 拟合即可确定 B 和 n。颈缩之前,通过简单的数 学变换就可将工程应力-工程应变曲线转换为真 实应力-真实应变曲线。颈缩之后,采用 ABAQUS 软件输入应力应变曲线,通过不断地迭代修正应 力应变关系,比对载荷-位移曲线,最终得到完整 的真实应力-真实应变曲线。将模型中各项解 耦,通过类似的最小二乘拟合可以确定 C 和 m。

图 2 是高温下的光滑圆棒准静态拉伸应力 应变曲线,其中 5-1、5-2 和 5-3 号试验温度为 473 K, 6-1 和 6-2 号试验温度为 773 K,可以看出 两种温度下的试验重复性较好,试验结果可靠。 图 2 中 5-1 和5-3 号曲线对应的试件断裂位置靠 近标距段边缘,因此断裂应变测量存在误差, 5-2 号曲线对应的试件断裂位置在试件中心,本文 中以此为参照开展数值模拟。

表 3 列出了不同温度和应变率下材料的屈服应力,按上述方法拟合,30CrMnSiNi2A钢Johnson-Cook本构模型参数 *A*=1163 MPa, *B*=753.4 MPa, *n*=0.4509, *C*=0.0648, *m*=1.53。采用该模型对 298 K温度下的光滑圆棒准静态拉伸试验进行数值模拟,图 3 比较了载荷-位移曲线的试验值和模拟值,两者符合较好。

3 失效模型参数标定

首先采用 Johnson-Cook 失效模型描述应变率和温度对断裂的影响,然后比较 Johnson-Cook 和 Bao-Wierzbicki 失效模型对不同应力状态下材料韧性断裂的预测能力。

Johnson-Cook 失效模型表达式如下:

$$\varepsilon_{\rm f} = [D_1 + D_2 \exp(D_3 \sigma^*)] (1 + D_4 \ln \dot{\varepsilon}^*) (1 + D_5 T^*) \tag{4}$$

式中: ε_{f} 为等效塑性断裂应变, $\sigma^{*}=p/\sigma_{eq}=-\eta, p$ 为静水压力, σ_{eq} 为等效应力, η 为应力三轴度; $D_{1}\sim D_{5}$ 为待 定参数。该模型采用累积损伤来描述材料的失效过程,失效变量为:



图 2 高温下的应力应变曲线



表 3 光滑圆棒试件的屈服应力和断裂应变

Table 3 Yield strength and fracture strain of round bars

序号	温度/K	应变率/s⁻¹	屈服应力/MPa	断裂应变	
1	298	0.001	1 163	0.753	
2	298	1 000	1 591	0.775	
3	298	2 000	1 716	0.881	
4	298	4 000	1 883	0.962	
5	473	0.001	1 115	0.827	
6	773	0.001	698	1.513	





$$D = \sum \frac{\Delta \varepsilon_{\rm ep}}{\varepsilon_{\rm f}} \tag{5}$$

式中: $D \pm 0 \sim 1$ 之间变化, 初始值为 0, 当 D=1 时, 材料失效; $\Delta \varepsilon_{ep}$ 为一个时间步内的等效塑性应变增量; ε_{r} 为当前时间步计算出的等效塑性断裂应变。

Bao-Wierzbicki 失效模型也采用累积损伤准则,等效塑性断裂应变表达式如下:

$$\varepsilon_{\rm f} = \begin{cases} +\infty & \eta \leqslant -\frac{1}{3} \\ \frac{C_1}{1+3\eta} & -\frac{1}{3} < \eta \leqslant 0 \\ C_2\eta + C_1 & 0 < \eta \leqslant \eta_0 \\ C_3 + C_4 \exp(C_5\eta) & \eta > \eta_0 \end{cases}$$
(6)

式中: $C_1 \sim C_5$ 为待定参数,分段函数在 $\eta = \eta_0$ 处连续。

在加载过程中,由于试件的变形,失效位置的应力三轴度在不断变化。一些学者针对缺口试件采用 Bridgman 公式^[12] 计算应力三轴度,该公式计算值一般为初始状态下的应力三轴度。Bao 等^[7] 则取变形 过程中的平均值:

$$\bar{\eta} = \frac{1}{\varepsilon_{\rm f}} \int_0^{\varepsilon_{\rm f}} \eta d\varepsilon_{\rm ep} \tag{7}$$

这种计算方式考虑了起裂前应力三轴度变化历程对断裂行为的影响,因此采用式(7)计算。

针对各个异形试件的拉伸或压缩过程开展有限元模拟分析,提取实际起裂位置的应力三轴度和等 效塑性应变曲线,代入式(7)计算平均应力三轴度,下面展示部分计算结果。

图 4 是细长圆柱、光滑圆棒和 45°缺口平板 3 种试件变形过程中的等效应力云图,图 4(a) 中试件在 压缩载荷下中部出现墩粗,最大应力点位于圆柱中心。图 4(b) 中光滑圆棒在拉伸载荷下出现颈缩,最大 应力点位于最小截面处。图 4(c) 中试件沿缺口尖端连线出现剪切破坏,最大应力点位于连线上。各试 件体现出了预定的不同应力三轴度。



Fig. 4 Equivalent stress distribution of specimens

图 5 和图 6 分别比较了细长圆柱和 45°缺口平板试验载荷-位移曲线,数值模拟结果和试验均吻合较好,说明标定的 Johnson-Cook 本构模型可以应用于不同应力状态的 30CrMnSiNi2A 钢有限元模拟分析,据此能够提取较为准确的应力应变信息。

图 7 是试件失效位置应力三轴度随等效塑性应变变化的曲线,应力三轴度均从理论值(缺口圆棒采用 Bridgman 公式,缺口平板依据平面应力分析获得)开始演化,光滑圆棒和缺口圆棒在拉伸过程中颈缩截面不断变小,应力三轴度越来越高;45°缺口平板在滑移过程中趋于纯剪切状态,应力三轴度有所下降;

圆柱试件中部墩粗膨胀,压缩效应变弱,应力三轴度有所上升。总体而言在试件断裂之前应力三轴度变 化范围不大,因此取平均是合理的,表4列出了各试件断裂处的平均应力三轴度和断裂应变。



图 5 细长圆柱载荷-位移曲线











Fig. 6 Load-displacement curves of butterfly plates

表 4 平均应力三轴度和断裂应变对应表

 Table 4
 A summary of average stress triaxiality and equivalent plastic fracture strain

序号	应力三轴度理论值	平均应力三轴度	断裂应变
1	-1/3	-0.246 3	1.203
2	-1/3	-0.097 2	0.437
3	0	0.013 6	0.281
4	1/6	0.086 6	0.455
5	1/3	0.609 4	0.753
6	0.652	1.069 0	0.382
7	0.893	1.353 0	0.337

Johnson-Cook 失效模型中 $D_1 \sim D_3$ 通过常温和准静态条件下的不同应力三轴度试验获得,为与文献 [3] 比较,本文只选取表 4 中高应力三轴度的 5~7 号数据进行参数拟合,得到 D_1 =0.317, D_2 =5.504, D_3 =4.161。 D_4 和 D_5 通过不同温度和应变率条件下的光滑圆棒拉伸试验获得,根据表 3 中的断裂应变数据可以拟合得到 D_4 =0.0218, D_5 =2.326。

综合拉伸、剪切和压缩试验的断裂应变和 平均应力三轴度,可以得到较大应力三轴度变化 范围内的 30CrMnSiNi2A 钢韧性断裂特性。如 图 8 所示,试验点的分布比较符合 Bao-Wierzbicki 失效模型的分段式函数,当应力三轴度低于-1/3 时,断裂应变非常大,几乎不会破坏;当应力 三轴度升高至 0 时,断裂应变不断减小,直至极 小值;当应力三轴度从 0 开始增加时,断裂应变 随应力三轴度增大而增大;出现极大值后,断裂 应变随应力三轴度升高而减小。最后一段比较 符合 Johnson-Cook 失效模型,图 8 中给出了本文 和文献 [3] 的拟合结果,两者比较接近,但是若外







推到应力三轴度较小的区域时则与试验值均相差较大。经过拟合, Bao-Wierzbicki 失效模型参数为: $C_1=0.248, C_2=2.392, C_3=0.317, C_4=5.504, C_5=-4.161, \eta_0=0.424$ 。

Bao 等^[13]采用扫描电子显微镜观察了不同应力状态试件断口表面,发现 2024-T351 铝合金的损伤形式分为 3 种:负应力三轴度下损伤形式以剪切损伤为主,高应力三轴度下损伤形式以延性孔洞扩展损伤为主,之间则是两者综合作用。本文中 3 种试件的断口形态如图 9 所示,圆柱压缩破坏后表面产生斜裂纹,符合剪切损伤的特征;圆棒拉伸破坏后断口呈杯锥形,符合延性孔洞扩展损伤的特征,说明 30CrMnSiNi2A 钢的韧性断裂行为比较接近上述损伤机理。



(a) Cylinder

(b) Notched bar

(c) 45° butterfly plate

图 9 试件的断裂形态 Fig. 9 Fractured specimens

4 结 论

建立了一套测试高强度钢力学性能的方法,开展了一系列准静态、动态拉伸、剪切和压缩试验,结 合有限元法模拟分析,研究了 30CrMnSiNi2A 钢的韧性断裂特性,主要结论如下:

(1)研究了应变、应变率和温度对 30CrMnSiNi2A 钢力学性能的影响, 拟合出了相关的 Johnson-Cook 本构模型和失效模型参数。30CrMnSiNi2A 钢在准静态到 4 000 s⁻¹ 应变率下屈服强度变化范围为 1163~1 883 MPa, 在室温到 500 °C 温度下屈服强度变化范围为 698~1 163 MPa, 表现出一定的应变率敏感性和高温软化效应。

(2)设计了异形试件,试验获得了应力三轴度在(-1/3,1.5)之间的应力状态,构建了 30CrMnSiNi2A 钢断裂应变和应力三轴度之间的变化关系,确定了 Bao-Wierzbicki 失效模型参数。

(3)30CrMnSiNi2A 钢在不同应力三轴度区间的断裂特性不同,应力三轴度高于 0.424 时,断裂应变 随应力三轴度呈指数型衰减,比较符合 Johnson-Cook 失效模型;应力三轴度在 0 附近时,断裂应变较小,与 Johnson-Cook 失效模型预测值相差较大,而 Bao-Wierzbicki 失效模型可以更好地描述低应力三轴度下 30CrMnSiNi2A 钢的断裂特性。

参考文献:

[1] 武海军,姚伟,黄风雷,等. 超高强度钢 30CrMnSiNi2A 动态力学性能实验研究 [J]. 北京理工大学学报, 2010, 30(3): 258-262. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2010.03.002.

WU H J, YAO W, HUANG F L, et al. Experimental study on dynamic mechanical properties of ultrahigh strength 30CrMnSiNi2A steel [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2010, 30(3): 258–262. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2010.03.002.

- [2] 周义清,张治民. 30CrMnSiNi2A 钢在不同应变率下的力学性能研究 [J]. 兵器材料科学与工程, 2010, 33(4): 46-50. DOI: 10.14024/j.cnki.1004-244x.2010.04.021.
 ZHOU Y Q, ZHANG Z M. Mechanical property of 30CrMnSiNi2A steel under various strain rates [J]. Ordnance Material Science and Engineering, 2010, 33(4): 46-50. DOI: 10.14024/j.cnki.1004-244x.2010.04.021.
- [3] 李磊, 张先锋, 吴雪, 等. 不同硬度 30CrMnSiNi2A 钢的动态本构与损伤参数 [J]. 高压物理学报, 2017, 31(3): 239–248. DOI: 10.11858/gywlxb.2017.03.005.

LI L, ZHANG X F, WU X, et al. Dynamic constitutive and damage parameters of 30CrMnSiNi2A steel with different hardnesses [J]. Chinese Journal of High Pressure Physics, 2017, 31(3): 239–248. DOI: 10.11858/gywlxb.2017.03.005.

- [4] HANCOCK J W, MACKENZIE A C. On the mechanisms of ductile failure in high-strength steels subjected to multi-axial stress-states [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1976, 24(2–3): 147–169. DOI: 10.1016/0022-5096(76)90024-7.
- [5] MIRZA M S, BARTON D C, CHURCH P. The effect of stress triaxiality and strain-rate on the fracture characteristics of ductile metals [J]. Journal of Materials Science, 1996, 31(2): 453–461. DOI: 10.1007/BF01139164.
- [6] CLAUSEN A H, BORVIK T, HOPPERSTAD O S, et al. Flow and fracture characteristics of aluminium alloy AA5083-H116 as function of strain rate, temperature and triaxiality [J]. Materials Science and Engineering: A, 2004, 364(1-2): 260–272. DOI: 10.1016/j.msea.2003.08.027.
- [7] BAO Y B, WIERZBICKI T. On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2004, 46(1): 81–98. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2004.02.006.
- [8] 李营,吴卫国,朱海清,等. 基于大范围应力三轴度的船用低碳钢断裂特性研究 [J]. 中国造船, 2016, 57(3): 54-64. DOI: 10.3969/j.issn.1000-4882.2016.03.007.

LI Y, WU W G, ZHU H Q, et al. Fracture properties of ship-build mild steel in wide range of stress triaxiality [J]. Shipbuilding of China, 2016, 57(3): 54–64. DOI: 10.3969/j.issn.1000-4882.2016.03.007.

- [9] 张朴, 赵明艳, 李营, 等. 复杂应力状态下船用低碳钢断裂应变的"断崖现象" [J]. 船舶力学, 2020, 24(2): 191–196. DOI: 10.3969/j.issn.1007-7294.2020.02.008.
 ZHANG P, ZHAO M Y, LI Y, et al. Failure strain sharp-down of marine mild steel under complex stress states [J]. Journal of Ship Mechanics, 2020, 24(2): 191–196. DOI: 10.3969/j.issn.1007-7294.2020.02.008.
- [10] 桂良进,高付海,范子杰.先进高强度钢的断裂失效准则研究 [J]. 固体力学学报, 2012, 33(4): 395-403. DOI: 10. 19636/j.cnki.cjsm42-1250/o3.2012.04.007.
 GUI L J, GAO F H, FAN Z J. Study of failure criterion of advanced high strength steel [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2012, 33(4): 395-403. DOI: 10.19636/j.cnki.cjsm42-1250/o3.2012.04.007.
- [11] MAE H, TENG X, BAI Y, et al. Calibration of ductile fracture properties of a cast aluminum alloy [J]. Materials Science and Engineering: A, 2007, 459(1/2): 156–166. DOI: 10.1016/j.msea.2007.01.047.
- [12] 朱浩,朱亮,陈剑虹.应力三轴度和应变率对 6063 铝合金力学性能的影响及材料表征 [J]. 材料科学与工程学报, 2007, 25(3): 358–362. DOI: 10.3969/j.issn.1673-2812.2007.03.009.
 ZHU H, ZHU L, CHEN J H. Influence of stress triaxiality and strain rate on the mechanics behavior of 6063 aluminum alloy and material characterization [J]. Journal of Materials Science & Engineering, 2007, 25(3): 358–362. DOI: 10.3969/j.issn.1673-2812.2007.03.009.
- [13] BAO Y B, WIERZBICKI T. A comparative study on various ductile crack formation criteria [J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 2004, 126(3): 314–324. DOI: 10.1115/1.1755244.

(责任编辑 王易难)