

DOI: 10.11883/bzycj-2021-0114

## 冲击下混凝土试样应变率效应和惯性效应探讨\*

袁良柱<sup>1</sup>, 苗春贺<sup>1</sup>, 单俊芳<sup>1</sup>, 王鹏飞<sup>1</sup>, 徐松林<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学技术大学中国科学院材料力学行为和 Design 重点实验室, 安徽 合肥 230027;

2. 中国地震局地震预测研究所高压物理与地震科技联合实验室, 北京 100036)

**摘要:** 结合混凝土试件的真正三轴静载冲击实验结果, 分别运用考虑应变率效应的 Holmquist-Johnson-Cook (HJC) 模型和考虑静水压效应的 Drucker-Prager (DP) 模型进行数值分析, 以探讨研究混凝土试样应变率效应和惯性效应的方法。在探究混凝土的应变率效应和横向惯性效应的关系时, 使用 HJC 模型的数值模拟结果来拟合 DP 准则的各个参数。结果表明: 随着应变率的升高, 混凝土的强度会提高, 并且这种强度的提高, 也有一部分原因是第一应力不变量  $I_1$  的增大所导致的。因此, 混凝土试件的应变率效应和横向惯性约束具有较强的耦合作用。理论和数值分析了冲击下试样内部的横向应力分布特征与应变率、静水压和试样尺寸的关系, 结果发现: 试样内部横向应力的幅值随着应变率、静水压的升高而增大, 但随着试样尺寸的增大而减小。为了探讨横向惯性带来的强度提升效果, 提出了一个有关冲击方向最大应力  $\sigma_x$  和等效应力  $\sigma_e$  的参数  $\xi$ , 且  $\xi = (\sigma_x - \sigma_e) / \sigma_x$ 。此参数具有尺寸效应、应变率效应和静水压效应, 但是此参数与应力三轴度的关系表现出应变率无关特性, 可为应变率效应的研究提供新的思路。

**关键词:** 冲击动力学; 混凝土; 应变率效应; 惯性效应; 应力三轴度

中图分类号: O382

国标学科代码: 13035

文献标志码: A

## On strain-rate and inertia effects of concrete samples under impact

YUAN Liangzhu<sup>1</sup>, MIAO Chunhe<sup>1</sup>, SHAN Junfang<sup>1</sup>, WANG Pengfei<sup>1</sup>, XU Songlin<sup>1,2</sup>

(1. CAS Key Laboratory for Mechanical Behavior and Design of Materials, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, Anhui, China;

2. United Laboratory of High-Pressure Physics and Earthquake Science, Institute of Earthquake Science, China Earthquake Administration, Beijing 100036, China)

**Abstract:** Based on the dynamic experimental results of concrete specimens under true triaxial confinement, the Holmquist-Johnson-Cook (HJC) model considering the strain rate effect and the Drucker-Prager (DP) model considering the hydrostatic pressure effect were employed for numerical analysis to explore the methods for studying the strain rate effects and inertia effects. In order to explore the relationship between the strain rate effect and the lateral inertia effect of concrete, the numerical simulation results of the HJC model were used to fit the parameters of the DP criterion, and the values of the parameters  $\alpha$  and  $k$  at four strain rates were obtained. The relationship between the DP criterion parameters and the strain rate and hydrostatic pressure was comprehensively analyzed. The results of numerical analysis show that with the increase of strain rate, the strength of concrete increases, and this strength increase is partly due to the increase of the first stress invariant  $I_1$ . It can be concluded that the strain rate and lateral inertia constraint of concrete specimens have a strong coupling effect. The relationship between the distribution characteristics of the transverse stress and the strain rate, hydrostatic pressure and specimen size under

\* 收稿日期: 2021-04-01; 修回日期: 2021-06-02

基金项目: 国家自然科学基金(11672286, 11872361); 中央高校基本科研业务费专项(WK2480000008); 中石油与中科院重大战略合作项目(2015A-4812); 高压物理与地震科技联合实验室开放基金(2019HPPE01)

第一作者: 袁良柱(1998—), 男, 硕士, [ylzustcedu@mail.ustc.edu.cn](mailto:ylzustcedu@mail.ustc.edu.cn)

通信作者: 徐松林(1971—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, [slxu99@ustc.edu.cn](mailto:slxu99@ustc.edu.cn)

impact are analyzed theoretically and numerically. The results show that the amplitude of the transverse stress increases with the strain rate and hydrostatic pressure, but decreases with the sample size. In order to investigate the effect of lateral inertia on the strength improvement, a parameter  $\xi$  related to the maximum stress  $\sigma_x$  and the equivalent stress  $\sigma_e$  in the impact direction, defined as  $\xi=(\sigma_x-\sigma_e)/\sigma_x$ , was proposed. The relationship between the strain rate, hydrostatic pressure, specimen size and the parameter  $\xi$  was analyzed by the HJC model. It is found that this parameter has evident size effect, strain rate effect and hydrostatic pressure effect. However, the relationship between the parameter  $\xi$  and the stress triaxiality shows a strain rate independent characteristic. It can provide a new way for the investigation of strain rate effect.

**Keywords:** impact dynamics; concrete; strain rate effect; inertia effect; stress triaxiality

混凝土是最普遍应用的结构工程材料,由水泥石、标准砂和集料构成,水泥石是从微观到细观结构复杂的复合物,集料尺寸则可达厘米以上,它们构成的水泥基体是一个多组元多相多孔、含有大量微孔洞微裂纹的复合体,具有跨尺度非均质多组元多相复杂结构。其动力学特性表现出强烈的应变率效应、尺寸效应、加载路径效应、静水压效应等特性<sup>[1-4]</sup>,应用分离式霍普金森压杆(split Hopkinson pressure bar, SHPB)进行混凝土动态性能研究绕不开这些效应的影响。相关研究较多,但仍存在较大争议。

冲击下材料内部波动的传播使得材料内部处于非平衡状态。作为 SHPB 实验的基本假定之一的均匀性假定<sup>[5]</sup>,也允许试件两端存在一定的载荷差异,例如 5%。而在试样受到冲击的过程中,试样内部沿冲击方向存在纵向惯性力,垂直冲击方向存在横向惯性力或横向运动的动能,试样与杆的接触端面存在摩擦力,并且试样本身可能存在一定的黏性。纵向惯性效应和黏性效应要求试样的厚度不能太厚;横向惯性效应和接触端面的摩擦作用要求试样的直径不能太粗<sup>[5-7]</sup>。但是,对于混凝土试样而言,由于水泥石、集料等大颗粒结构成分的存在,为使得试样具有较好的代表性,试样尺寸需要足够大<sup>[1]</sup>,例如,直径为 50 mm<sup>[8-10]</sup>、74 mm<sup>[1]</sup>、80 mm<sup>[11]</sup> 的圆柱形试样,甚至更大尺寸的试样都进行了尝试。试样尺寸越大,带来的问题越多,突出的问题是:此时如何正确认识测试得到的强度特性。

另外,混凝土试样 SHPB 冲击实验结果表明:应变率高于  $10\sim 10^2\text{ s}^{-1}$  时,动态强度会迅速提高<sup>[10,12]</sup>,这一般归结于黏性机制控制的应变率效应。Li 等<sup>[13]</sup>基于有限元法和 Drucker-Prager (DP) 模型研究静水压力对混凝土材料动态强度的影响。他们采用的是一种应变速率不敏感的材料模型,其计算结果表明:材料宏观动态强度的增强是由横向惯性约束引起的,而不是材料的应变率敏感性。而如果将这种动态强度的增强归因于应变率效应,会造成极大的计算误差。他们后续的工作从实验和数值分析方面进行了更深入的研究<sup>[14-15]</sup>,通过引入圆环试样表明引入动摩擦模型的必要性<sup>[16]</sup>。杨茨等<sup>[17]</sup>基于金属圆环试样进行数值分析,结果发现:在界面摩擦因数的变化过程中,惯性效应起主要作用,应变率效应起次要作用;存在着一个表征圆环试样属性的临界摩擦因数。但由于圆环状混凝土试样的加工难度较大,进行相关的尝试较少。这些数值模拟和实验的尝试已经可以说明,横向惯性效应含有应变率的作用。

此时,问题又回到原点,即:如何消除惯性效应的影响,尤其是大直径试样的横向惯性效应的影响。进一步,如何评估大直径试样动态强度中应变率效应的影响所占的比重。Forrestal 等<sup>[18]</sup>推导了大直径试样冲击过程中横向应力的应变率表达式,Xu 等<sup>[10]</sup>给出了受约束试样横向应力的应变率表达式,结合实际冲击实验可初步估计试样的横向约束效应。在实验技术方面,Grote 等<sup>[11]</sup>、Forquin 等<sup>[19]</sup>引入了一种金属环限制的高应变率下的混凝土实验装置。金属环的限制可以显著减小试样的径向变形,以减小横向运动的动能,因此,在一定程度上达到了减小横向惯性效应的目的。进一步,Grote 等<sup>[11]</sup>估计出应变率在高达  $10^4\text{ s}^{-1}$  的条件下,横向惯性约束引起的强度升高约为 52%。这比 Xu 等<sup>[10]</sup>基于真三轴静载的混凝土冲击实验得到的应变率  $50\text{ s}^{-1}$  下的 6% 和应变率  $100\text{ s}^{-1}$  下的 14.5% 高得多,呈现显著的应变率效应。由于 Grote 等<sup>[11]</sup>的高应变率实验中试样处于一维应变状态,因此,静水压效应带来的横向约束也是一个不可忽视的影响因素。

应变率效应、尺寸效应和静水压效应在混凝土动态强度的表征上都起到了一定的作用, 并且各个效应之间具有一定的耦合作用, 如何对它们进行评估存在较大的困难。本文中, 将基于真三轴应力状态 ( $\sigma_{xs} \neq \sigma_{ys} \neq \sigma_{zs}$ ) 作用下混凝土冲击实验结果<sup>[10]</sup>, 分别结合考虑应变率效应的 HJC 模型<sup>[20-21,23]</sup> 和考虑静水压效应的 Drucker-Prager (DP) 模型<sup>[22]</sup> 进行数值分析, 对这 3 种效应进行探讨。

## 1 混凝土冲击实验与数值分析模型

### 1.1 真三轴静载下混凝土冲击实验装置

实验设备如图 1 所示, 包括 2 部分, 即: (1) 真三轴静载施加系统, 分别由 3 个方向的液压缸和对应的反力支架组成, 可对立方体试件施加 3 向不等的压应力; (2) 撞击杆发射和信号测试系统, 主要由冲击方向(x 方向)的高压气炮、入射方杆、支撑方杆、垂直于冲击方向的水平 y 方向左支撑方杆、y 方向右支撑方杆以及垂直于冲击方向的 z 方向下支撑方杆和 z 方向上支撑方杆等组成。图中, 实验控制台控制液压系统和发射系统, 液压站提供伺服控制过程 3 个液压缸中的液压油。图 1(b) 中,  $\epsilon_i$ 、 $\epsilon_r$  和  $\epsilon_t$  分别为 x 方向杆上入射、反射和透射应变信号;  $\epsilon_{y-left}$  和  $\epsilon_{y-right}$  分别为 y 方向 2 根杆上的应变信号。

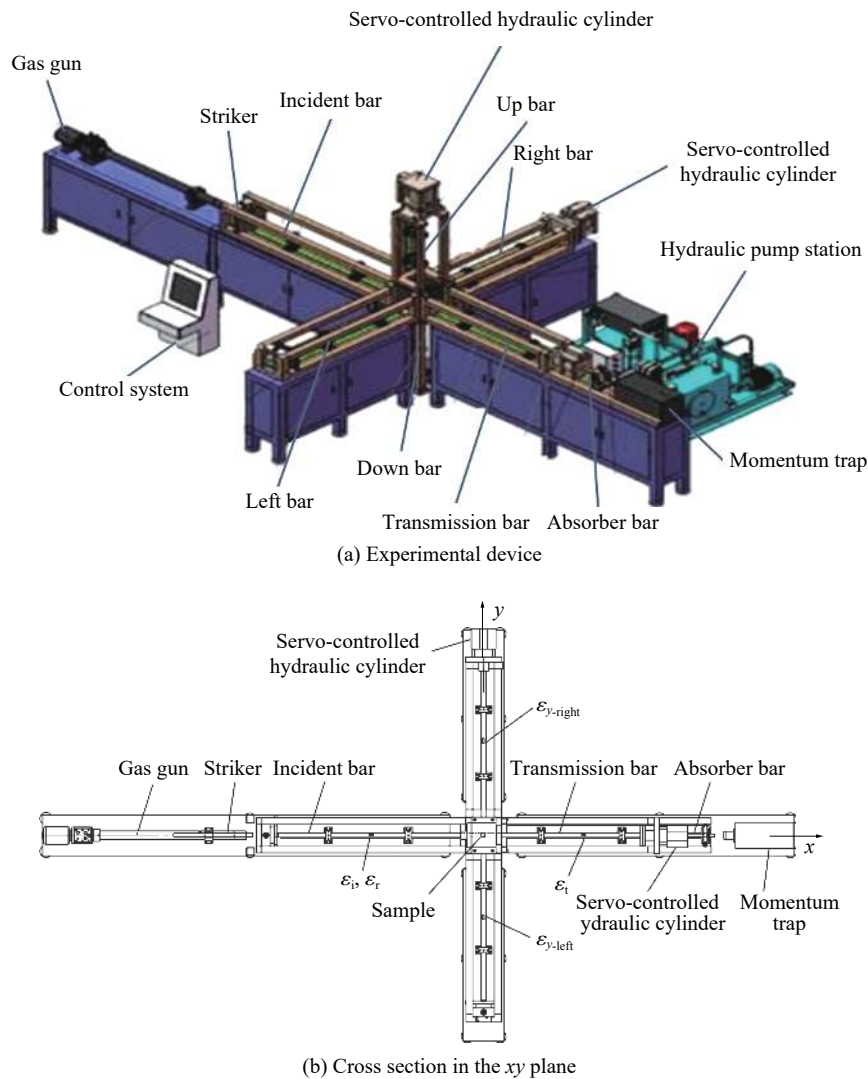


图 1 真三轴静载混凝土冲击实验设备

Fig. 1 The experimental device for concrete specimens under true tri-axial confinement

首先, 通过液压系统和各方向方杆对立方体试件 3 个方向分别施加预定的静载  $\sigma_{xs}$ 、 $\sigma_{ys}$  和  $\sigma_{zs}$ , 各个方向施加的静载值可直接通过控制界面读取。然后,  $x$  方向的高压气体驱动撞击杆, 撞击入射方杆, 杆中产生应力波作用于试件。记录撞击杆速度和 6 根杆上的波动信号, 由此通过与传统 Hopkinson 杆相同的实验思路可得到冲击过程中试件 6 个面的动态响应, 计算 3 个方向的扰动载荷  $\sigma_{xd}$ 、 $\sigma_{yd}$  和  $\sigma_{zd}$ , 得到试件 3 个方向的应力-应变关系。最后, 由 3 向应力  $\sigma_x = \sigma_{xs} + \sigma_{xd}$ ,  $\sigma_y = \sigma_{ys} + \sigma_{yd}$  和  $\sigma_z = \sigma_{zs} + \sigma_{zd}$ , 估计混凝土材料的动态强度。关于混凝土试件的详细实验结果见文献 [8-10]。

### 1.2 数值分析模型

真三轴静载冲击实验系统的数值模拟模型如图 2 所示: 6 根方杆的截面尺寸均为 50 mm×50 mm,  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向各有 2 根长度相同的钢杆夹持试样, 杆长分别为 2.5、2.0、1.5 m; 试件为 50 mm×50 mm×50 mm 的正方体。模型尺寸与实验尺寸保持一致。

在 3 个方向, 杆的一端分别设置 80 mm×10 mm 的挡板为该方向施加静载时提供反力约束。杆与混凝土之间采用自动面面接触, 界面摩擦因数取为 0.1。

钢杆和挡板均采用线弹性模型: 密度为 7 850 kg/m<sup>3</sup>, 弹性模量  $E=210$  GPa, 泊松比  $\nu_{steel}=0.3$ 。为对比研究应变率效应和静水压效应的影响, 分别运用 HJC 模型和 DP 模型来描述混凝土材料。

HJC 本构模型包含强度方程、损伤演化方程和状态方程。

(1) 强度方程为:

$$\sigma^* = [A(1 - D) + Bp^{*N}](1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) \leq S_{max} \quad (1)$$

式中:  $\sigma^* = \sigma/f$ ,  $\sigma$  为材料真实应力,  $f$  为材料单轴抗压强度;  $A$  为特征化黏性强度因数,  $D$  为损伤因子,  $B$  为特征化压力硬化指数;  $p^* = p/f$ ,  $p$  为真实压力;  $N$  为压力硬化指数,  $C$  为应变率影响参数;  $\dot{\epsilon}^* = \dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0$ ,  $\dot{\epsilon}$  为真实应变率,  $\dot{\epsilon}_0$  为参考应变率;  $S_{max}$  为无量纲化最大等效强度。

(2) 损伤演化方程为:

$$D = \sum \frac{\Delta \epsilon_p + \Delta \mu_p}{\epsilon_p^f + \mu_p^f} \quad (2)$$

式中:  $\Delta \epsilon_p$  和  $\Delta \mu_p$  分别为一个计算步长内的等效塑性应变的改变量和塑性体积应变的改变量;  $\epsilon_p^f + \mu_p^f$  为混凝土材料在压力  $p$  作用下的断裂塑性应变,  $\epsilon_p^f + \mu_p^f = D_1(p^* + T^*)^{D_2}$ ,  $D_1$ 、 $D_2$  为损伤常数,  $T^* = T/f$ ,  $T$  为材料抗拉强度。

(3) 状态方程为:

$$p = \begin{cases} K_e \mu & 0 \leq p \leq p_c \\ p_c + K_1(\mu - \mu_c) & p_c < p \leq p_1 \\ K_1 \bar{\mu} + K_2 \bar{\mu}^2 + K_3 \bar{\mu}^3 & p > p_1 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $K_e = p_c/\mu_c$ ,  $p_c$ 、 $\mu_c$  为弹性极限下的静水压力和体积应变;  $\mu$  为体积应变;  $K_1 = (p_1 - p_c)/(\mu_1 - \mu_c)$ ,  $p_1$ 、 $\mu_1$  分别为压垮时的静水压力和体积应变;  $K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$  为压力常数,  $\bar{\mu} = (\mu - \mu_1)/(1 + \mu_1)$ 。

混凝土 HJC 模型的具体参数<sup>[20-23]</sup>见表 1, 表中  $\rho_0$  为密度,  $G$  为剪切模量。运用 \*MAT\_ADD\_EROSION 关键字中的剪切应变破坏作为混凝土单元破坏的判据。

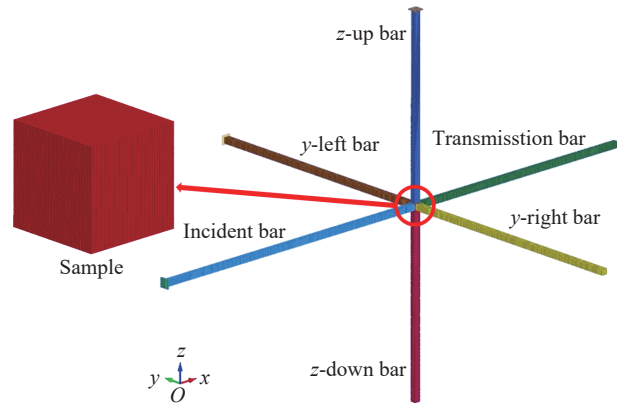


图 2 有限元计算模型

Fig. 2 The finite element calculation model

表 1 混凝土 HJC 本构模型参数<sup>[20-23]</sup>Table 1 Parameters of the HJC model for cement mortar<sup>[20-23]</sup>

$\rho_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$G/\text{GPa}$	$A$	$B$	$C$	$N$	$f'/\text{MPa}$
2 440	14.875	0.69	1.50	0.007	0.61	48
$T/\text{MPa}$	$\dot{\epsilon}_0/\text{s}^{-1}$	$\epsilon_{f,\text{min}}$	$S_{\text{max}}$	$p_0/\text{MPa}$	$\mu_c$	$p_f/\text{MPa}$
4	1	0.01	7	594.3	0.03	800
$\mu_1$	$D_1$	$D_2$	$K_1$	$K_2$	$K_3$	
0.1	0.04	1	85	-171	208	

ABAQUS 对经典的 Drucker-Prager 模型进行了扩展, 包括线性 Drucker-Prager 模型、双曲线 Drucker-Prager 模型和指数 Drucker-Prager 模型, 本文中采用线性 Drucker-Prager 模型作为混凝土材料的本构。线性 Drucker-Prager 模型包括屈服面方程和塑性势面方程。

(1) 屈服面方程为:

$$F = \frac{q}{2} \left[ 1 + \frac{1}{k'} - \left( 1 - \frac{1}{k'} \right) \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right] - p \tan \phi - d = 0 \quad (4)$$

式中:  $q$  为 Mises 应力,  $k'$  为三轴拉伸与压缩屈服应力之比,  $r$  为偏应力不变量,  $p$  为等效围压应力,  $\phi$  为摩擦角,  $d$  为材料黏聚力。

(2) 塑性势面方程为:

$$G = \frac{q}{2} \left[ 1 + \frac{1}{k'} - \left( 1 - \frac{1}{k'} \right) \left( \frac{r}{q} \right)^3 \right] - p \tan \psi \quad (5)$$

式中:  $\psi$  为膨胀角。

混凝土 DP 模型的具体参数见表 2, 表中  $\rho_0$  为密度,  $E$  为弹性模量,  $\nu_{\text{con}}$  为泊松比。

表 2 混凝土 DP 模型参数

Table 2 Parameters of the DP model for cement mortar

$\rho_0/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	$E/\text{GPa}$	$\nu_{\text{con}}$	$\phi/(\text{°})$	$k'$	$\psi/(\text{°})$
2440	35.7	0.3	30	0.78	30

## 2 应变率效应和静水压效应

### 2.1 有限元模型

分别采用表 1 中的 HJC 模型参数和表 2 中的 DP 模型参数对实验波形进行模拟, 结果如图 3 所示。实验对应的冲击速度为 13.2 m/s, 三向静载 [ $\sigma_{xs}$ ,  $\sigma_{ys}$ ,  $\sigma_{zs}$ ] 为 [15 MPa, 6 MPa, 10 MPa]。由于混凝土材料的非均匀性, 从图 3(c)~(d) 可以看出, 在试样同方向的 2 个面上的应力时程曲线有一定差异。采用描述混凝土骨料分布的细观有限元方法可以反映这种差异, 但由于会增加更多的不确定参数, 本文中将采用宏观等效的连续介质力学的有限元进行分析。模拟结果表明: 采用上述 2 种模型参数, 入射波形态相似, 计算得到的波形与各个杆上的测试波形基本一致。图 4 为无侧限、双向侧限和三向侧限等 3 种情况下试样的破坏形态, 其中的数值模拟均采用 HJC 模型。在无侧限冲击下, 试样发生严重碎裂, 如图 4(a) 所示; 图 4(a) 中的有限元计算结果有相似的碎裂趋势。x 轴和 y 轴双向侧限、x 方向冲击下, z 方向处于自由状态, 试件破坏呈现出类似于成层剥离的特点, 碎块剥离层面与 z 轴垂直, 如图 4(b) 所示; 图 4(b) 中的计算结果表现出相似的剥离趋势。三向侧限、x 方向冲击下, 试件不产生明显的宏观破坏, 其失效为材料内产生局部细微观破裂, 如图 4(c) 中的白色条带所示; 图 4(c) 中的计算结果表现出相似的破坏形态。

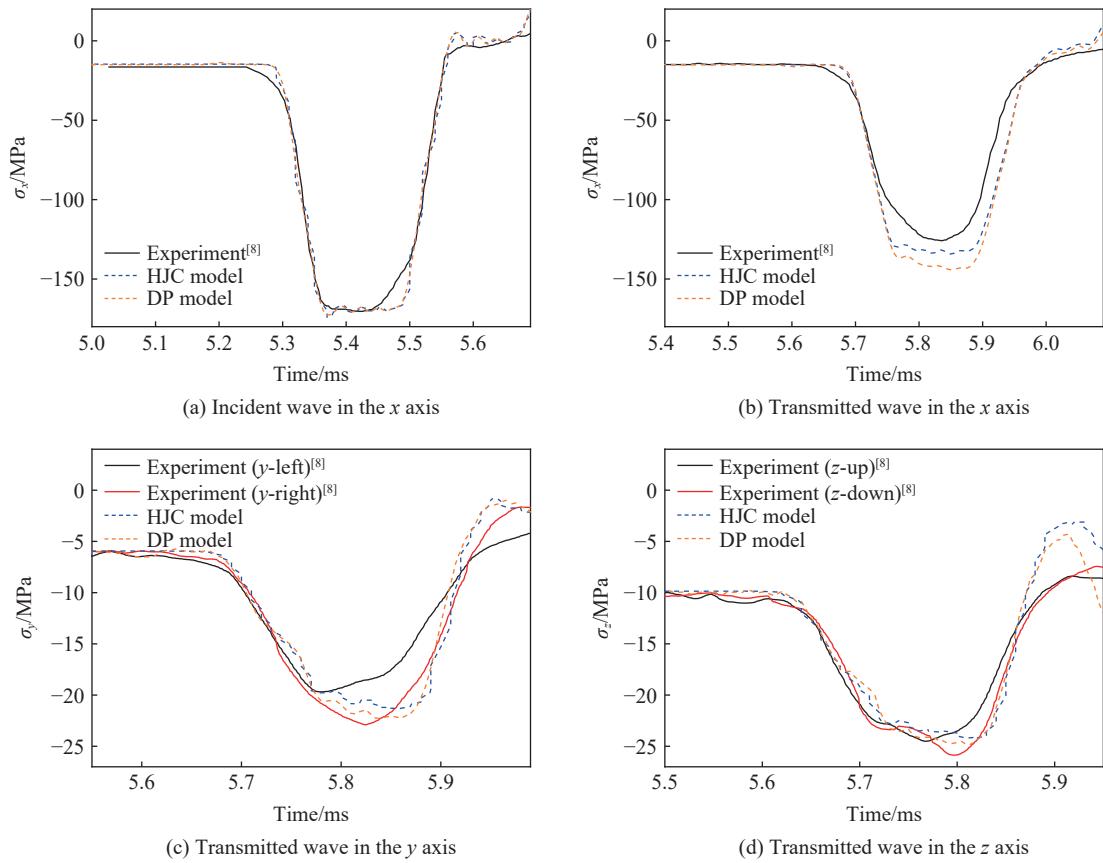


图 3 数值模拟波形

Fig. 3 Simulated wave profiles in three directions

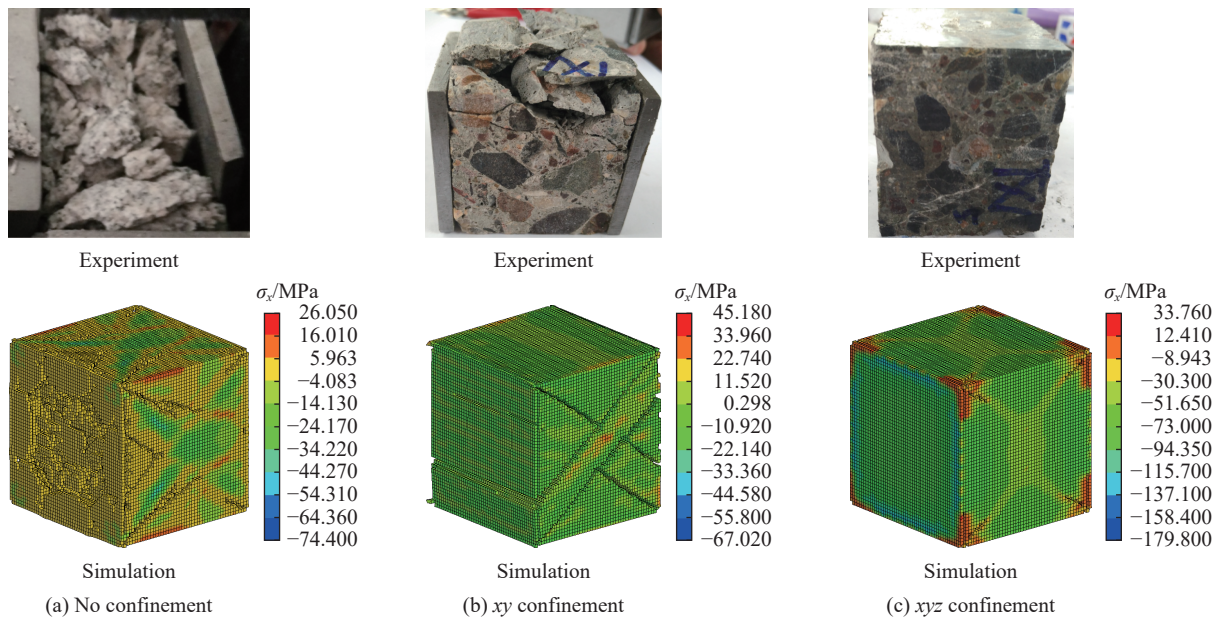


图 4 不同侧限条件下混凝土试样的破坏形态

Fig. 4 Failure patterns of concrete samples under different confinement conditions

### 2.2 应变率效应和静水压效应

图 5 为 2 种强度模型模拟的应力-应变关系曲线。图 5(a) 对应 3 种冲击速度下的模拟, 图 5(b) 对应冲击速度为 15 m/s 和 3 种摩擦角下的模拟, 施加的静载均为 [10 MPa, 10 MPa, 10 MPa]。图 5(a) 为 HJC 模型计算的结果, 随着应变率从 40 s<sup>-1</sup> 升高到 80 s<sup>-1</sup>, 混凝土试件的动态强度迅速提高, 破坏应变也迅速增大。图 5(b) 为 DP 模型计算结果, 随着内摩擦角  $\phi$  从 20° 增大到 40°, 混凝土试件的动态强度迅速提高, 但由于静水压随之提高, 其破坏应变迅速减小。这说明, 提高应变率和静水压均可使混凝土试件的动态强度升高。

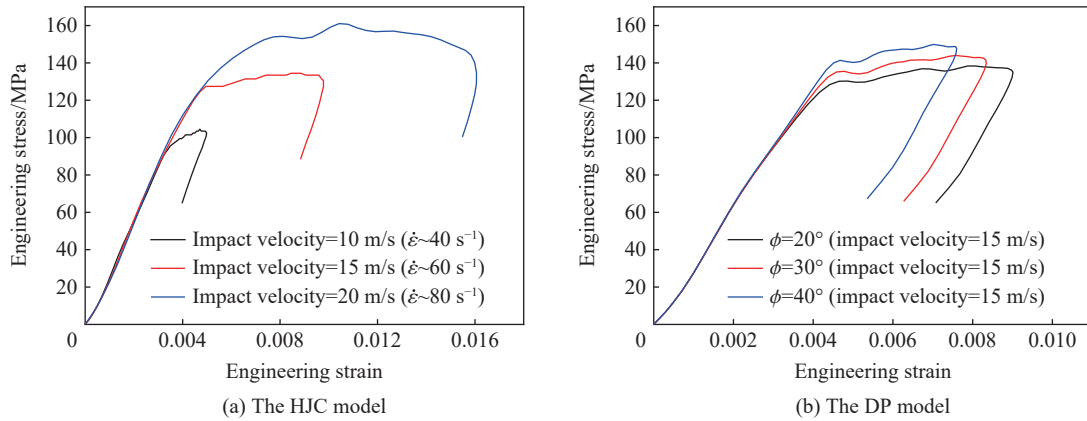


图 5 2 种模型模拟得到的应力-应变关系

Fig. 5 Stress-strain relations simulated by two strength models

混凝土类材料常用的强度准则有 Mohr-Coulomb (MC) 准则和 Drucker-Prager (DP) 准则, 二者有一定的联系。MC 准则和 DP 准则的表达式分别为:

$$\tau_n = c + \sigma_n \tan \phi \tag{6}$$

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = k \tag{7}$$

式中:  $\tau_n$ 、 $\sigma_n$  分别为剪切面上的切向应力和法向应力,  $c$  为内聚力,  $\phi$  为内摩擦角;  $I_1$  为第一应力不变量,  $J_2$  为第二应力偏量不变量,  $\alpha$  和  $k$  为材料的强度参数。且:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \quad J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] \tag{8}$$

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \tag{9}$$

$$k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \tag{10}$$

根据式 (7),  $I_1$  和  $\sqrt{J_2}$  呈线性关系, 对应用 HJC 模型计算得到的数据点进行线性拟合, 如图 6 所示。由此得到不同应变率所对应的  $\alpha$  和  $k$ , 该参数随应变率的变化如图 7(a) 所示。随着应变率的升高,  $\alpha$  逐渐变小、 $k$  逐渐变大, 并且  $k$  近似与应变率呈线性关系。根据式 (9) 和式 (10), 计算得到不同应变率对应的强度参数  $c$  和  $\phi$ , 如图 7(b) 所示。参数  $c$  和  $\phi$  的发展规律与  $\alpha$  和  $k$  的变化相对应, 即内聚力  $c$  随着应变率的升高而升高, 摩擦角  $\phi$  随着应变率的升高而降低。这与文献 [10] 的实验结果趋势一致, 但数值模拟得到的  $\alpha$  和摩擦角  $\phi$  偏小、 $k$  和内聚力  $c$  偏大。这表明, 可能实际实验混凝土试样内部的非均匀程度非常高。因此, 在数值模拟中应用均匀化的等效连续介质模型对混凝土进行量化分析的方法需要进一步提高。

不过, 从图 6~7 的计算结果来看, 随着应变率的升高,  $\alpha$  逐渐变小、 $k$  逐渐变大; 由式 (7) 和图 6 可得出  $I_1$  和  $\sqrt{J_2}$  也应该相应增大; 而等效应力  $\sigma_e = \sqrt{3J_2}$ 。因此, 随着应变率的升高, 混凝土的强度会提高, 而

且, 这种强度的提高, 也有一部分原因是  $I_1$  的增大所导致的。综上可以说明, 混凝土试件的应变率效应含有静水压作用。反过来, 类似 Li 等<sup>[13]</sup> 的工作, 利用 DP 模型进行计算, 可以得到混凝土试件的静水压效应也含有应变率的作用, 也即应变率效应和静水压效应具有较强的耦合作用。

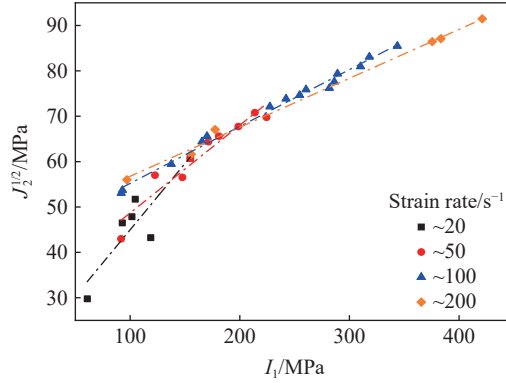


图 6 不同应变速率下  $\sqrt{J_2}-I_1$  平面的强度统计

Fig. 6 Statistics of the strength in the  $\sqrt{J_2}-I_1$  plane at different strain rates

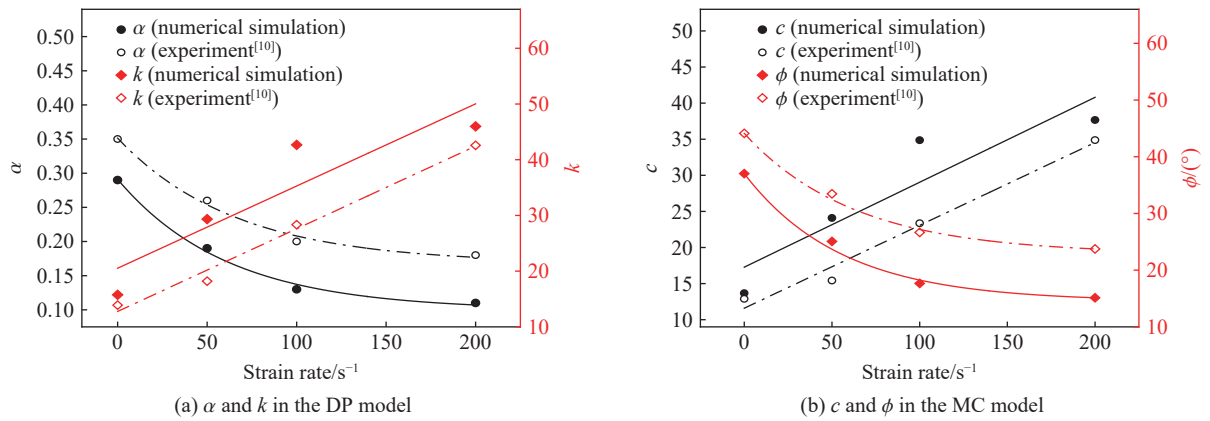


图 7 计算强度参数的应变率效应

Fig. 7 Strain rate effect of simulated strength parameters

### 3 惯性效应与应变率效应和静水压效应的关系

#### 3.1 横向惯性效应

轴向冲击时, 由于横向惯性效应会产生横向应力的分布。Forrestal 等<sup>[18]</sup> 推导了大直径试样冲击过程中横向应力  $\sigma_r$  的应变加速度表达式为:

$$\sigma_r = \frac{\nu(3-2\nu)}{8(1-\nu)} \rho_0 \ddot{\epsilon}_x (r^2 - a_0^2) \quad (11)$$

式中:  $r$  为以中心为起点的横向坐标,  $a_0$  为试样半径,  $\nu$  为泊松比,  $\rho_0$  为初始密度,  $\ddot{\epsilon}_x$  为冲击方向的应变加速度。对于有侧限的实验条件, 初始条件和边界条件为:

$$r = 0, \quad u^1 = 0 \quad (12)$$

$$r = a_0, \quad \sigma_r = -p_0 \quad (13)$$

式中:  $p_0$  为作用于试件外表面的静水压,  $u^1$  为横向位移。可以得到受约束试样横向位移和应力的应变加速度表达式分别为<sup>[10]</sup>:



$$u^1 = \frac{\nu(1+\nu)(1-2\nu)}{8(1-\nu)E} r \left[ \rho_0 \ddot{\epsilon}_x (r^2 - (3-2\nu)a_0^2) + p_0 \frac{8(1-\nu)}{\nu} \right] \quad (14)$$

$$\sigma_r = \frac{\nu(3-2\nu)}{8(1-\nu)} \rho_0 \ddot{\epsilon}_x (r^2 - a_0^2) - p_0 \quad (15)$$

式(14)~(15)表明,试件内部沿垂直于冲击方向的横向位移和横向应力的分布与冲击方向的应变加速度相关。Forquin 等<sup>[19]</sup>使用金属环对试件进行限制,以减少横向位移;式(14)表明,这种限制可以降低混凝土试样的横向惯性效应。Li 等<sup>[16]</sup>使用管状试件来减小横向惯性。对于管状结构而言,  $r$  和  $a_0$  较小,可以降低试样的横向惯性效应,这可以由式(15)进行解释。基于此,本文中结合实际实验中测试得到的冲击方向的应变时程曲线,可利用式(15)进行横向应力分布的计算,计算结果如图 8 所示。其中,在应变率 50 和 200  $\text{s}^{-1}$  下,在三轴围压值分别为 0、7.5、45.0 MPa 下进行了计算;在应变率 100  $\text{s}^{-1}$  下,在三轴围压值分别为 0、7.5、30.0 MPa 下进行了计算。由图 8(a)可见,横向应力随着围压和应变率的升高有升高的趋势,其分布为中心大两边小。为明确冲击过程的响应特性,将不考虑三轴静载时横向应力的结果列入图 8(b)。由图 8(b)可见,随着应变率和围压的升高,横向应力分布的幅值均有所增大,反映出一定的应变率和围压耦合特性。

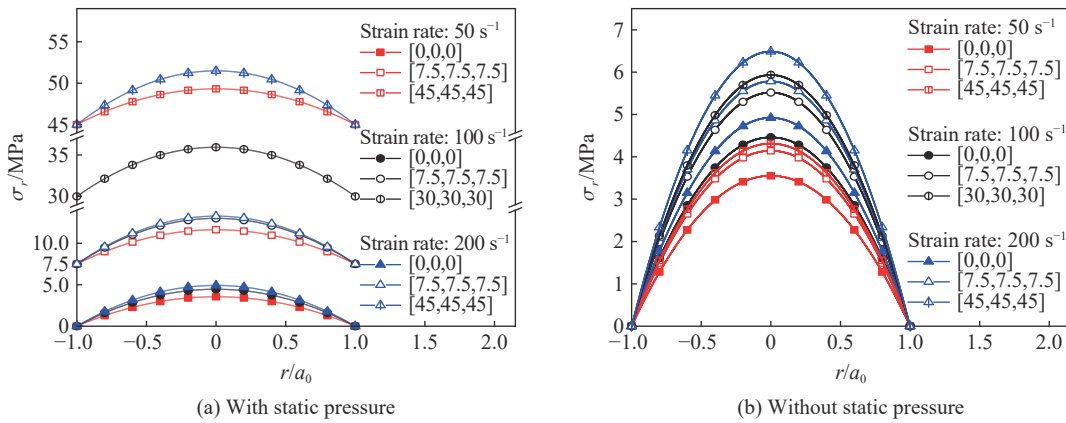


图 8 横向应力分布

Fig. 8 Distribution of the transverse stress

### 3.2 尺寸效应

波在较大尺寸试件中传播时会产生几何弥散效应。Rayleigh 推导了考虑几何弥散的谐波近似解<sup>[5]</sup>,得到与圆频率  $\omega$  对应的谐波的相速度  $C$  为:

$$C/C_0 = 1 - 2\nu^2\pi^2(r_g/\lambda)^2 = 1 - \nu^2\pi^2(a_0/\lambda)^2 \quad (16)$$

式中:  $r_g$  为截面对冲击轴的旋转半径,  $\lambda$  为与圆频率  $\omega$  对应的波长。

不同频率的谐波由于其相速度不同在传播的过程中会分散开来,产生几何弥散现象;在大直径杆中传播时会产生较大的局部波形振荡<sup>[24]</sup>,从而造成测试强度偏高。同时,较大尺寸对试样宏观力学性能也有一定的影响。控制应变率和围压状态不变,进行边长分别为 37、50、74 mm 等 3 种尺寸的正方体试样的数值模拟。图 9(a)~(b) 为三向静载 [0, 0, 0]、应力脉冲幅值为 100 MPa、应变率为 40  $\text{s}^{-1}$  的情况下,试样纵向应力  $\sigma_x$  和横向应力  $\sigma_y$  沿试样横向的分布情况。图 9(c) 为三向静载 [5 MPa, 5 MPa, 5 MPa]、应力脉冲幅值为 140 MPa、应变率为 50  $\text{s}^{-1}$  的情况下,试样纵向应力  $\sigma_x$  沿试样横向的分布情况。由此可见,沿试样横向,  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  表现出明显的非均匀分布特征:中心应力最高,试样边界处应力最低;其幅值随试样尺寸的增大而减小。由于三向静载的存在,图 9(c) 中的  $\sigma_x$  分布与图 9(a) 中的  $\sigma_x$  分布存在一定差异;与图 8 中基于实验测试的理论计算结果相比,  $\sigma_x$  的数值计算结果要高一些,实际混凝土试样的非均匀性和数值模拟的材料均匀化处理可能是导致这一现象的原因。

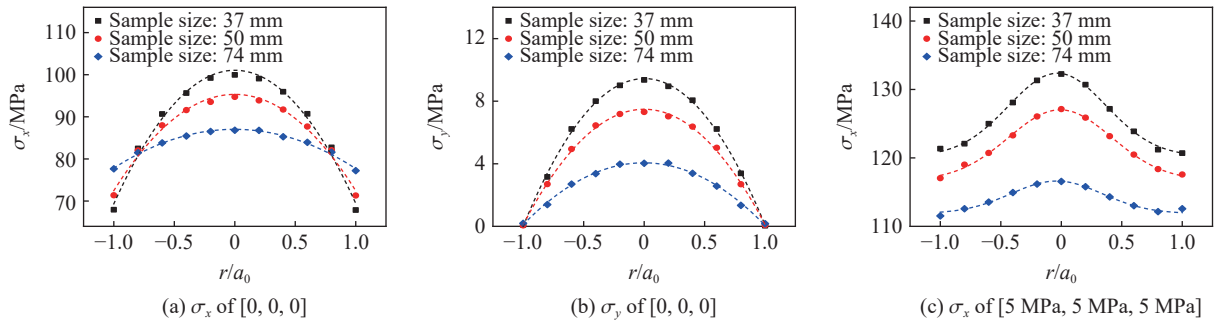


图 9  $\sigma_x$  和  $\sigma_y$  的分布

Fig. 9 Distributions of  $\sigma_x$  and  $\sigma_y$

### 3.3 应力三轴度

为了探讨横向惯性带来的强度提升效果, 采用下式定义参数  $\xi$ :

$$\xi = \frac{\sigma_x - \sigma_e}{\sigma_x} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right)^2 + \left(1 - \frac{\sigma_z}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_x} - \frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right)^2} \quad (17)$$

以对  $x$  轴冲击方向最大应力  $\sigma_x$  和等效应力  $\sigma_e = \sqrt{3J_2}$  进行比较分析。

(1) 试样初始静载为三向等压, 即  $\sigma_{xs} = \sigma_{ys} = \sigma_{zs}$ , 此时  $x$  方向冲击产生的动态扰动  $\sigma_{yd} = \sigma_{zd}$ ,  $\sigma_y = \sigma_z$ , 由式 (17) 则有:

$$\xi = \frac{\sigma_x - \sigma_e}{\sigma_x} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \frac{\sigma_{ys} + \sigma_{yd}}{\sigma_{xs} + \sigma_{xd}} \quad (18)$$

特别地, 初始静载为零时,  $\xi = \sigma_{yd}/\sigma_{xd}$ , 为  $y$  方向与  $x$  方向动态扰动载荷之比。在平板撞击实验对应的一维应变条件下,  $\sigma_{yd} = \sigma_{zd} = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_{xd}$ 。当泊松比  $\nu$  从 0.15 变化到 0.25 时,  $\sigma_{yd}/\sigma_{xd}$  由 17.6% 变化到 33.3%, 与应变率无关。在本实验中为测试此比值, 将侧向杆与试件紧密接触, 但不施加静载, 可得到应变率  $50 \text{ s}^{-1}$  下  $\xi=6\%$  和应变率  $100 \text{ s}^{-1}$  下  $\xi=14.5\%$ <sup>[10]</sup>, 如图 10(a) 所示。这比基于 Grote 等<sup>[11]</sup> 在应变率  $10^4 \text{ s}^{-1}$  下的实验结果估计的  $\xi=52\%$  低很多。其原因在于: 相对于平板撞击一维应变条件, 本文实验中应变率低很多, 而且试样侧向也具有较好的波传播性能。

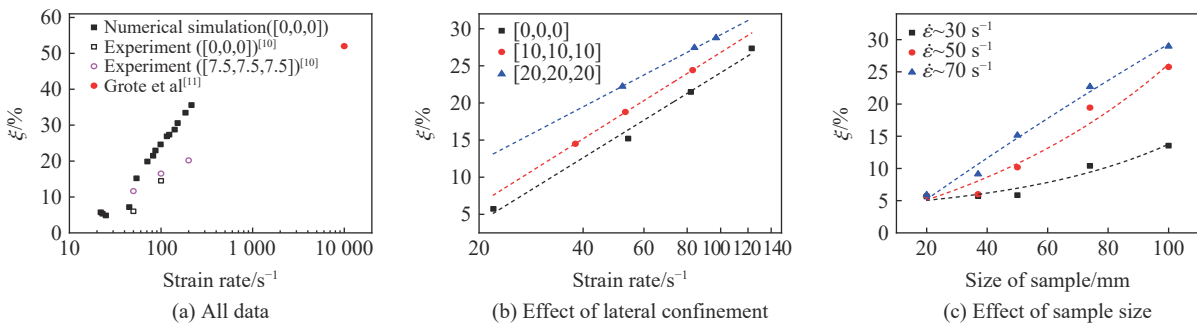


图 10  $\xi$  的应变率效应

Fig. 10 Strain rate effect of  $\xi$

(2) 试样初始静载三向不相等, 即  $\sigma_{xs} \neq \sigma_{ys} \neq \sigma_{zs}$ , 此时  $x$  方向冲击产生的动态扰动  $\sigma_{yd} \neq \sigma_{zd}$ , 令:

$$\tau_{xys} = |\sigma_{xs} - \sigma_{ys}|, \tau_{xzs} = |\sigma_{xs} - \sigma_{zs}|, \tau_{zys} = |\sigma_{zs} - \sigma_{ys}| \quad (19)$$

$$\tau_{xyd} = |\sigma_{xd} - \sigma_{yd}|, \tau_{xzd} = |\sigma_{xd} - \sigma_{zd}|, \tau_{zyd} = |\sigma_{zd} - \sigma_{yd}| \quad (20)$$

由式 (18) 则有:

$$\xi = \frac{\sigma_x - \sigma_e}{\sigma_x} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(\frac{\tau_{xys} + \tau_{xyd}}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{xzs} + \tau_{xzd}}{\sigma_x}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{yzs} + \tau_{yzd}}{\sigma_x}\right)^2} \quad (21)$$

模型计算的  $\xi$  如图 10(a) 所示, 表现出强烈的应变率效应: 在低应变率下,  $\xi$  的计算结果与实验结果一致; 但是应变率较高时, 实际试样的非均匀性使得实验结果比数值计算结果低很多, 需要进一步改进数值分析模型。图 10(b) 为 0、10、20 MPa 等 3 种静围压作用下的计算结果, 有明显的静水压和应变率效应。同时, 式 (15)、式 (17) 和图 10 表明: 此比值  $\xi$  在某种程度上可以反映  $x$  方向冲击产生的横向惯性效应。另外, 对边长分别为 20、37、50、74、100 mm 等 5 种尺寸的正方体试样进行计算, 其结果如图 10(c) 所示, 计算得到的  $\xi$  有明显的尺寸效应。

进一步, 在如图 11 所示的主应力空间引入应力三轴度  $\eta$  的定义<sup>[25]</sup>, 即:

$$\eta = \frac{-p}{q} \quad (22)$$

式中:  $p = -\sigma_m = -I_1/3$ ,  $q = \bar{\sigma} = \sqrt{3J_2}$ 。

根据文献 [10] 中表 2 中的实验数据和本文的数值计算结果, 整理得到  $\xi$  与应力三轴度  $\eta$  的关系如图 12 所示。由此可见: 不同应变率情况下的数据点都集中在一条曲线上, 具有较好的一致性,  $\xi$  与  $\eta$  的关系表现出应变率不敏感特性。此关系为混凝土材料应变率效应和尺寸效应的评估提供了一种新的思路。值得注意的是, 图 12 中圈出的部分双向侧限的数据点, 有些偏离数据点集中的曲线。原因在于, 其初始剪切应力较大, 虽然没有达到混凝土材料的剪切强度, 但已经足以产生局部剪切破坏。

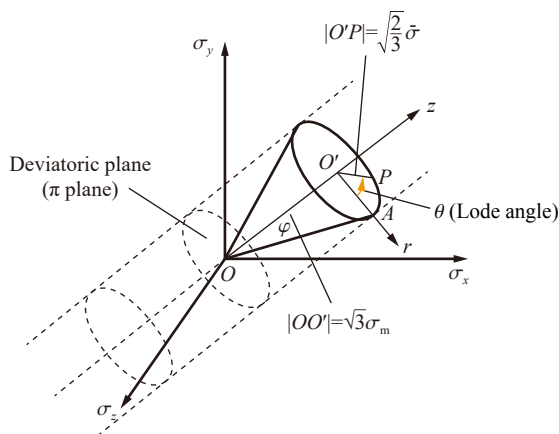


图 11 主应力空间

Fig. 11 The space of principal stresses

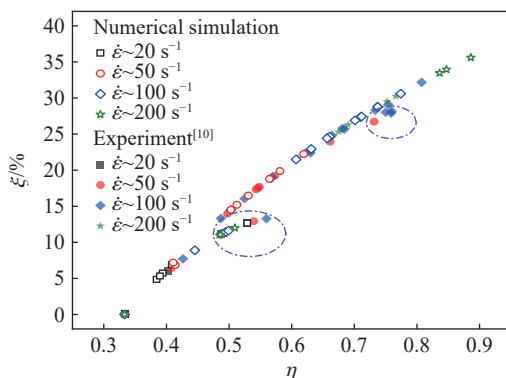


图 12  $\xi$  与  $\eta$  的关系

Fig. 12 Relationship between  $\xi$  and stress triaxiality  $\eta$

## 4 结 论

基于真三轴应力状态作用下混凝土材料的冲击性能的实验结果, 进行了 Holmquist-Johnson-Cook (HJC) 模型和 Drucker-Prager (DP) 模型数值模拟等方法的对比研究, 得到的主要结论如下。

(1) 基于考虑应变率效应的 HJC 模型, 数值计算得到的混凝土试件动力学性能具有明显的静水压效应; 基于考虑静水压效应的 DP 模型, 数值计算得到的混凝土试件动力学性能具有明显的应变率效应。因此可得出, 混凝土材料的应变率效应和静水压效应具有较强的耦合作用。

(2) 基于受约束试样横向位移和应力的应变率表达式, 结合基于 HJC 模型的数值计算方法, 探讨了

混凝土试样的横向惯性效应和尺寸效应, 由此提出了一种对  $x$  冲击方向最大应力  $\sigma_x$  和等效应力  $\sigma_e$  进行比较分析的参数  $\xi$ 。参数  $\xi$  有明显的静水压效应、应变率效应和尺寸效应。值得注意的是,  $\xi$  与应力三轴度  $\eta$  的关系曲线表现出应变率不敏感特性, 此现象可为混凝土材料的应变率效应和尺寸效应的研究提供一种新的方法。

### 参考文献:

- [1] 胡时胜, 王礼立, 宋力, 等. Hopkinson 压杆技术在中国的发展回顾 [J]. *爆炸与冲击*, 2014, 34(6): 641–657. DOI: 10.11883/1001-1455(2014)06-0641-17.  
HU S S, WANG L L, SONG L, et al. Review of the development of Hopkinson pressure bar technique in China [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2014, 34(6): 641–657. DOI: 10.11883/1001-1455(2014)06-0641-17.
- [2] 徐松林, 单俊芳, 王鹏飞. 脆性材料高应变率压缩失效机制综述与研究进展 [J]. *现代应用物理*, 2020, 11(3): 30101. DOI: 10.12061/j.issn.2095-6223.2020.030101.  
XU S L, SHAN J F, WANG P F. Review and research progress of dynamic failure mechanism for brittle materials under high strain rate [J]. *Modern Applied Physics*, 2020, 11(3): 30101. DOI: 10.12061/j.issn.2095-6223.2020.030101.
- [3] TANG Z P, XU S L, DAI X Y, et al. S-wave tracing technique to investigate the damage and failure behavior of brittle materials subjected to shock loading [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(9): 1172–1191. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.07.005.
- [4] XU S L, HUANG J Y, WANG P F, et al. Investigation of rock material under combined compression and shear dynamic loading: an experimental technique [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 86: 206–222. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.07.014.
- [5] 王礼立. 应力波基础 [M]. 2 版. 北京: 国防工业出版社, 2005: 29–35.
- [6] 王鹏飞, 徐松林, 郑航, 等. 变形模式对多孔金属材料 SHPB 实验结果的影响 [J]. *力学学报*, 2012, 44(5): 928–932. DOI: 10.6052/0459-1879-11-354.  
WANG P F, XU S L, ZHENG H, et al. Influence of deformation modes on SHPB experimental results of cellular metal [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2012, 44(5): 928–932. DOI: 10.6052/0459-1879-11-354.
- [7] WANG P F, XU S L, LI Z B, et al. Experimental investigation on the strain-rate effect and inertia effect of closed-cell aluminum foam subjected to dynamic loading [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2015, 620: 253–261. DOI: 10.1016/j.msea.2014.10.026.
- [8] 徐松林, 王鹏飞, 赵坚, 等. 基于三维 Hopkinson 杆的混凝土动态力学性能研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2017, 37(2): 180–185. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0180-06.  
XU S L, WANG P F, ZHAO J, et al. Dynamic behavior of concrete under static triaxial loading using 3D-Hopkinson bar [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2017, 37(2): 180–185. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0180-06.
- [9] 徐松林, 王鹏飞, 单俊芳, 等. 真三轴静载作用下混凝土的动态力学性能研究 [J]. *振动与冲击*, 2018, 37(15): 59–67. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2018.15.008.  
XU S L, WANG P F, SHAN J F, et al. Dynamic behavior of concrete under static tri-axial loadings [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2018, 37(15): 59–67. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2018.15.008.
- [10] XU S L, SHAN J F, ZHANG L, et al. Dynamic compression behaviors of concrete under true triaxial confinement: an experimental technique [J]. *Mechanics of Materials*, 2020, 140: 103220. DOI: 10.1016/j.mechmat.2019.103220.
- [11] GROTE D L, PARK S W, ZHOU M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: I: experimental characterization [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, 25(9): 869–886. DOI: 10.1016/S0734-743X(01)00020-3.
- [12] 高光发. 混凝土材料动态压缩强度的应变率强化规律 [J]. *高压物理学报*, 2017, 31(3): 261–270. DOI: 10.11858/gywlxb.2017.03.007.  
GAO G F. Effect of strain-rate hardening on dynamic compressive strength of plain concrete [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2017, 31(3): 261–270. DOI: 10.11858/gywlxb.2017.03.007.
- [13] LI Q M, MENG H. About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(2): 343–360. DOI: 10.1016/S0020-7683(02)00526-7.
- [14] MENG H, LI Q M. Correlation between the accuracy of a SHPB test and the stress uniformity based on numerical experiments [J].

- [International Journal of Impact Engineering](#), 2003, 28(5): 537–555. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00073-8.
- [15] MENG H, LI Q M. Modification of SHPB set-up to minimize wave dispersion and attenuation effects [J]. [International Journal of Impact Engineering](#), 2003, 28(6): 677–696. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00124-0.
- [16] LI Q M, LU Y B, MENG H. Further investigation on the dynamic compressive strength enhancement of concrete-like materials based on split Hopkinson pressure bar tests: Part II: numerical simulations [J]. [International Journal of Impact Engineering](#), 2009, 36(12): 1335–1345. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2009.04.010.
- [17] 杨茨, 徐松林, 易洪昇. 冲击载荷下圆环压缩变形特性研究 [J]. [振动与冲击](#), 2015, 34(11): 128–132, 145. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2015.11.023.
- YANG C, XU S L, YI H S. Deformation properties of a ring under impact loading [J]. [Chinese Journal of Vibration and Shock](#), 2015, 34(11): 128–132, 145. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2015.11.023.
- [18] FORRESTAL M J, WRIGHT T W, CHEN W. The effect of radial inertia on brittle samples during the split Hopkinson pressure bar test [J]. [International Journal of Impact Engineering](#), 2007, 34(3): 405–411. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2005.12.001.
- [19] FORQUIN P, GARY G, GATUINGT F. A testing technique for concrete under confinement at high rates of strain [J]. [International Journal of Impact Engineering](#), 2008, 35(6): 425–446. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2007.04.007.
- [20] HOLMQUIST T J, JOHNSON G R. A computational constitutive model for concrete subjected to larger strains, high strain rates and high pressure [C]//JACKSON N, DICKERT S. 14th International Symposium on Ballistics. USA: American Defense Preparedness Association, 1995: 591–600.
- [21] BAILLY P, DELVARE F, VIAL J, et al. Dynamic behavior of an aggregate material at simultaneous high pressure and strain rate: SHPB triaxial tests [J]. [International Journal of Impact Engineering](#), 2011, 38(2/3): 73–84. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2010.10.005.
- [22] ALEJANO L R, BOBET A. Drucker-prager criterion [J]. [Rock Mechanics and Rock Engineering](#), 2012, 45(6): 995–999. DOI: 10.1007/s00603-012-0278-2.
- [23] 苗春贺, 陈丽娜, 单俊芳, 等. 水泥砂浆抗弹性能研究 [J]. [高压物理学报](#), 2021, 35(2): 024205. DOI: 10.11858/gywlb.20200609.
- MIAO C H, CHEN L N, SHAN J F, et al. Research on the ballistic performance of cement mortar [J]. [Chinese Journal of High Pressure Physics](#), 2021, 35(2): 024205. DOI: 10.11858/gywlb.20200609.
- [24] 刘孝敏, 胡时胜. 大直径 SHPB 弥散效应的二维数值分析 [J]. [实验力学](#), 2000, 15(4): 371–376. DOI: 10.3969/j.issn.1001-4888.2000.04.003.
- LIU X M, HU S S. Two-dimensional numerical analysis for the dispersion of stress waves in large-diameter-SHPB [J]. [Journal of Experimental Mechanics](#), 2000, 15(4): 371–376. DOI: 10.3969/j.issn.1001-4888.2000.04.003.
- [25] BAI Y L, TENG X Q, WIERZBICKI T. On the application of stress triaxiality formula for plane strain fracture testing [J]. [Journal of Engineering Materials and Technology](#), 2009, 131(2): 021002. DOI: 10.1115/1.3078390.

(责任编辑 张凌云)