

DOI: 10.11883/bzycj-2021-0129

# 一种强耦合预估-校正浸入边界法\*

张和涛, 宁建国, 许香照, 马天宝

(北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 为克服传统浸入边界法的质量不守恒缺陷, 提出了一种用于可压缩流固耦合问题的强耦合预估-校正浸入边界法。通过阐述一般流固耦合系统的矩阵表示, 推导了流固耦合系统的强耦合 Gauss-Seidel 迭代格式, 进一步导出预估-校正格式, 提出了预估-校正浸入边界法。该方法使用无耦合边界模型对流体进行预估, 将流固耦合边界视为自由面, 固体原本占据的空间初始化为零质量的单元, 允许流体自由穿过耦合边界。对于流体的计算, 使用带有 minmod 限制器的二阶 MUSCL 有限体积格式和基于 Zha-Bilgen 分裂的 AUSM<sup>+</sup>-up 方法, 配合三阶 Runge-Kutta 格式推进时间步。在校正步骤中, 通过一组质量守恒的输运规则来实现输运过程。输运算法可概括为将边界内侧的流体进行标记, 根据标记顺序以均匀方式分割和移动流体, 产生一个指向边界外侧的流动, 最后在边界附近施加速度校正保证无滑移条件。标记和输运算法避免了繁琐的对截断单元的几何处理, 确保了算法易于实现。对于固体的计算, 分别采用一阶差分格式和隐式动力学有限元格式求解刚体和线弹性体, 并利用高斯积分获得固体表面的耦合力。使用预估-校正浸入边界法计算了一维问题和二维问题。在一维活塞问题中, 获得了压力分布、相对质量历史和误差曲线, 并与其他方法进行了对比。在二维的激波冲击平板问题中, 获得了数值模拟纹影和平板结构的挠度历史, 并与实验结果进行了对比。研究表明, 该方法区别于传统的虚拟网格方法和截断单元方法, 能够精确地维持流场的质量守恒并易于实现, 且具有一阶收敛精度, 能够较准确地预测激波绕射后的流场以及平板在激波作用下的挠度, 为开发流固耦合算法提供了一种新的思路。

**关键词:** 浸入边界法; 流固耦合; 预估-校正; 强耦合; 可压缩流体

中图分类号: O354; O357 国标学科代码: 13025 文献标志码: A

## A strong coupling prediction-correction immersed boundary method

ZHANG Hetao, NING Jianguo, XU Xiangzhao, MA Tianbao

(State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract:** In the traditional immersed boundary methods for solving compressible fluid-structure interaction problems, conservation is one of the problems that must be considered. When the coupling boundary moves on the fixed grid, the structure coverage will change, resulting in many dead elements and emerging elements on the fluid grid. In the ghost-cell immersed boundary method, the reconstructed grid can not maintain the strict mass conservation when the dead elements and emerging elements appear. In order to overcome the shortcomings of traditional methods, a strong coupling prediction-correction immersed boundary method for compressible fluid-structure interaction problems was proposed. Firstly, the matrix representation of a general fluid-structure coupling system was described, and a strong coupling Gauss-Seidel iterative scheme of fluid-structure coupling system was derived. Furthermore, a prediction-correction scheme was derived, and a prediction-correction immersed boundary method was proposed. The fluid-structure coupling boundary was regarded as a free surface, and the space originally occupied by the solid was initialized as zero mass elements, allowing the fluid to pass through the coupling boundary freely. For the calculation of fluid, the second-order MUSCL finite volume scheme with the minmod limiter

\* 收稿日期: 2021-04-14; 修回日期: 2021-05-06

基金项目: 国家自然科学基金(12032006, 11772061)

第一作者: 张和涛(1992—), 男, 博士, 7520210150@bit.edu.cn

通信作者: 马天宝(1981—), 男, 博士, 教授, madabal@bit.edu.cn

and the AUSM<sup>+</sup>-up flux based on Zha-Bilgen splitting were used to advance the time step with the third-order Runge-Kutta scheme. In the correction step, the transport process was realized by a set of mass conservation transport rules. The transport algorithm could be summarized as marking the fluid inside the boundary, dividing and moving the fluid in a uniform way according to the marking order, generating a flow pointing to the outside of the boundary, and finally applying a velocity correction near the boundary to ensure the no-slip condition. The marking and transport algorithm avoided the tedious geometric treatment of the cut-cells, and ensured the easy implementation of the algorithm. For the calculation of solids, the first-order difference scheme and the implicit dynamic finite element scheme were used to solve the rigid body and linear elastic body respectively, and the Gauss quadrature was used to obtain the coupling force on the solid surface. The one-dimensional and two-dimensional problems were calculated by the prediction-correction immersed boundary method. In the one-dimensional piston problem, the accuracy, conservation and convergence of the method were investigated by comparing the results with those in the literature. In the two-dimensional shock wave impact problem, the experimental optical schlieren images were compared with those obtained by the numerical simulation, and the deflection history of the plate structure was investigated. The study shows that this method can accurately maintain the mass conservation of the flow field and has the advantage of easy implementation, which is different from the traditional ghost-cell method and the cut-cell method. This method has the first-order convergence accuracy, and can accurately predict the flow field after shock diffraction and the deflection of plate under shock waves. It provides a new idea for the development of fluid-structure coupling algorithms.

**Keywords:** immersed boundary method; fluid-structure interaction; prediction-correction; strong coupling; compressible fluid

计算力学领域中的流固耦合问题具有广阔的应用背景, 长期以来吸引着众多研究者关注。流固耦合仿真的理论和数值模拟一直是计算力学领域中难度较大的课题之一。浸入边界法由 Peskin<sup>[1-2]</sup> 于 1972 年首次提出, 目前已发展成为流固耦合数值模拟中广泛采用的一类方法<sup>[3]</sup>, 被应用于研究声场<sup>[4-6]</sup>、涡激振动<sup>[7-10]</sup>、纳米流体<sup>[11]</sup>、湍流<sup>[12]</sup> 等复杂问题。典型的浸入边界法采用独立的拉格朗日网格描述固体结构并将之嵌入欧拉网格描述的流场中。通过对边界附近进行特殊处理, 浸入边界法确保了流固耦合边界上的无滑移条件和力平衡关系得以满足。

浸入边界法的一个分支是锐利浸入边界法<sup>[13]</sup>。锐利浸入边界法严格保持边界位置上的强间断, 根据边界两侧的应力推断相互作用能够始终维持锐利边界。借助于边界单元的特殊处理规则, 锐利浸入边界法通常无需在流体 Navier-Stokes 方程中添加附加源项, 因此对格式稳定性影响较小, 有利于推广到可压缩流体情形。理论上, 锐利浸入边界法可以具有高阶精度<sup>[14]</sup>, 在模拟高雷诺数流动时相比浸入边界法的另一分支模糊浸入边界法<sup>[15-16]</sup> 具有优势。锐利浸入边界法的核心问题是处理被边界截断的单元, 简称截断单元(cut-cell)。主流实现方式分为两类: 虚拟网格法(ghost-cell method)<sup>[17-28]</sup> 和截断单元法(cut-cell method)<sup>[29-33]</sup>, 其中应用相对较多的是虚拟网格法。对虚拟网格法的研究表明, 为了处理截断单元, 虚拟网格法需要进行多维重构, 常用方法包括形函数插值和移动最小二乘法等。

虚拟网格法存在的一个问题是当耦合边界在流体的固定网格上移动时不能维持严格的质量守恒<sup>[23]</sup>。边界运动时会改变固体的覆盖域, 在流体网格上产生许多失效单元和新增单元。被更新后的固体覆盖的失效单元会损失其中包含的所有信息并造成失效单元质量丢失。为了获得正确的压力, 虚拟网格法有时需要对新增单元进行填充, 导致新增单元获得额外质量。因此整体上虚拟网格法不能维持质量守恒。Seo 等<sup>[34]</sup> 的研究确认违反几何守恒律及相应的质量损失是造成虚假振荡的首要原因, 并提出了一种针对不可压缩流体的改善方案。目前对可压缩流体仍无合适的解决方法。

截断单元法考虑了截断单元体积变化的过程, 因此通过合适的单元处理可以实现精确的质量守恒。Monasse 等<sup>[31]</sup> 提出了一种针对可压缩流体和刚体耦合的守恒型浸入边界法, 通过校正 Godunov 通量来还原损失的质量, 但由于采用了有限体积法, 涉及截断单元的几何计算会比较困难。与 Monasse 的方法类似, Sotiropoulos 等<sup>[13]</sup> 给出的结论表明, 在截断单元法中对截断单元的拓扑管理是主要问题, 妨碍了这一类方法推广到三维情形。Brady 等<sup>[33]</sup> 指出, 当截断单元体积趋于零时会引起系统刚性问题。用有限

差分法替代有限体积法可以显著简化截断单元的计算。然而由于有限体积法在计算流体力学领域的广泛应用, 考虑有限体积法的耦合问题仍然是必要的。

为了克服虚拟网格法和截断单元法存在的困难, 本文中, 将提出一种区别于这两类方法的新思路, 即适用于可压缩流体和结构耦合问题的强耦合预估-校正锐利浸入边界法。首先, 分析虚拟网格浸入边界法导致质量不守恒的原因, 揭示网格拓扑变化的影响。其次, 阐述一般流固耦合系统的矩阵表示, 导出强耦合 Gauss-Seidel 迭代格式, 进一步导出预估-校正格式, 基于该格式, 提出预估-校正算法, 预估步骤使用无耦合边界的流体模型求解, 并对流体施加校正。然后, 介绍独立的介质求解器, 并详细阐述校正步骤, 在校正步骤中, 通过一组输运规则来实现输运过程, 保证质量守恒。最后, 使用该方法测试若干数值算例, 检验该方法的准确性和收敛性。

### 1 虚拟网格法

有限体积法在重构流场的通量函数时需要使用相邻多个单元组成的模板。当通量模板包含至少一个截断单元时, 一般采取构造虚拟网格的方式补全模板。一种常用的方法是使用基于移动最小二乘法的虚拟网格法补全模板。如图 1 所示, 下方的 4 个单元组成一个通量模板。单元  $G$  被浸入的固体网格覆盖。斜实线代表浸入边界。点  $G$  关于浸入边界的镜像为点  $I$ , 两点连线与浸入边界相交于点  $H$ 。距点  $I$  一定半径范围内的单元组成一个支撑域  $\Omega_I$ 。在  $\Omega_I$  上使用径向基函数移动最小二乘法拟合点  $I$  的物理量。

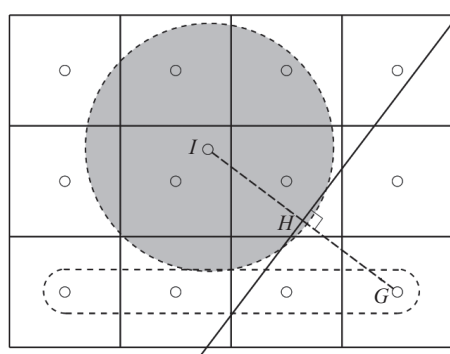


图 1 根据镜像点  $I$  构造虚拟网格结点  $G$

Fig. 1 Construct the ghost point  $G$  based on its image point  $I$

根据点  $I$  的物理量和浸入边界上的边界条件可构造虚拟结点  $G$ 。为了与固定边界情形下的边界条件一致, 假设  $I$  和  $G$  关于  $H$  参考系满足固壁边界条件, 可表达为:

$$\phi_G = \begin{cases} \phi_I & \phi \in \{\rho, H_t\} \\ 2\phi_H - \phi_I & \phi = u \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\rho$  为密度,  $H_t$  为总能,  $u$  为速度。该边界条件的两种情形分别对应于 Dirichlet 边界条件和 Neumann 边界条件。

虚拟网格法会导致流体质量的改变。如图 2 所示, 当浸入边界在固定的欧拉网格上移动时, 会覆盖一部分网格而造成失效单元, 同时一部分网格不再被覆盖而成为新增单元。虚拟网格法在构造虚拟网格时没有考虑到网格拓扑变化的影响。当出现失效单元时, 网格拓扑发生突变, 与连续的边界条件产生矛盾。虽然施加了边界条件, 但是仍然会损失一部分质量。当出现新增单元时, 为了拟合的光滑性, 可能需要使用拟合方法对新增单元进行填充。同样地, 在新增单元上的拟合算法中加入边界条件约束也不能保证质量守恒。

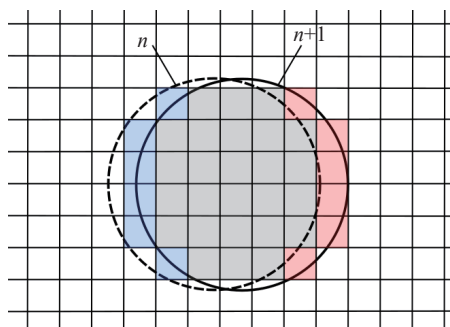


图 2 从  $t_n$  时刻到  $t_{n+1}$  时刻边界进行移动, 造成红色的失效单元和蓝色的新增单元

Fig. 2 Boundary motion on a fixed grid from time  $t_n$  to  $t_{n+1}$ . Dead (red) and fresh (blue) cells are generated by the motion

因此, 设计质量守恒的锐利浸入边界法时, 应当充分考虑网格拓扑的变化对流场的影响。与虚拟网格法不同, 截断单元法可以实时计算网格变化, 消除了质量损失, 但也造成了算法实现上的困难。在

第 2 节至第 4 节中, 将推导一个预估-校正格式, 基于该格式和网格拓扑变化构造一个质量守恒且易于实现的锐利浸入边界法。

## 2 强耦合预估-校正格式

### 2.1 流固耦合系统

一般情况下的流固耦合系统可以用一组抽象的状态量描述:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} S \\ F \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $S=S(t)$  和  $F=F(t)$  分别代表在  $t$  时刻固体和流体的一组状态量,  $\mathbf{V}$  被称为流固耦合系统的状态向量。从  $t_n$  时刻到  $t_{n+1}$  时刻的系统演化过程可以视为对状态向量的一次映射。假设流固耦合系统状态向量的所有映射均属于某个向量空间, 且均存在唯一的逆映射。记  $\mathbf{x}$  为向量,  $\phi$  为映射。为了描述方便, 使用符号  $\circ$  表示将映射作用于向量, 约定如下记法: (1)  $\phi \circ \mathbf{x} = \phi(\mathbf{x})$ ; (2)  $\phi_2 \circ \phi_1 \circ \mathbf{x} = \phi_2(\phi_1(\mathbf{x}))$ 。注意两个映射之间不一定满足交换律, 即  $\phi_2 \circ \phi_1 \circ \mathbf{x} \neq \phi_1 \circ \phi_2 \circ \mathbf{x}$ 。

假定流固耦合系统从  $t_n$  时刻到  $t_{n+1}$  时刻遵从某个映射。记该映射为  $\Phi$ , 那么系统演化可表示为:

$$\Phi \circ \mathbf{V}_n = \mathbf{V}_{n+1} \quad (3)$$

记逆映射  $\Psi = \Phi^{-1}$ , 则:

$$\Psi \circ \mathbf{V}_{n+1} = \mathbf{V}_n \quad (4)$$

写成分块矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} S_{n+1} \\ F_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_n \\ F_n \end{bmatrix} \quad (5)$$

可进一步对矩阵作 LDU 分解:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{12} \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix} = \mathbf{D} - \mathbf{L} - \mathbf{U} \quad (6)$$

其中:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & 0 \\ 0 & \Psi_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\Psi_{21} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{U} = \begin{bmatrix} 0 & -\Psi_{12} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

类比线性代数方程组, 我们可以构造迭代格式。下面给出流固耦合系统的 Gauss-Seidel 迭代格式。

### 2.2 Gauss-Seidel 格式

式 (4) 的 Gauss-Seidel 格式可表示为:

$$\mathbf{V}_{n+1}^{(k+1)} = \mathbf{B} \circ \mathbf{V}_{n+1}^{(k)} + \mathbf{f} \quad (8)$$

其中:

$$\mathbf{B} = \mathbf{E} \circ \mathbf{U}, \quad \mathbf{f} = \mathbf{E} \circ \mathbf{V}_n \quad (9)$$

其中  $\mathbf{E}$  为  $(\mathbf{D}-\mathbf{L})$  的左逆, 满足:

$$\mathbf{E} \circ (\mathbf{D} - \mathbf{L}) = \mathbf{I} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{I}$  代表对角线元素均为恒等映射的单位矩阵。易得:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \Psi_{11}^{-1} & 0 \\ -\Psi_{22}^{-1} \circ \Psi_{21} \circ \Psi_{11}^{-1} & \Psi_{22}^{-1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

则:

$$\mathbf{B} \circ \mathbf{V}_{n+1}^{(k)} = \begin{bmatrix} -\Psi_{11}^{-1} \circ \Psi_{12} \circ F_{n+1}^{(k)} \\ \Psi_{22}^{-1} \circ \Psi_{21} \circ \Psi_{11}^{-1} \circ \Psi_{12} \circ F_{n+1}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \Psi_{11}^{-1} \circ S_n \\ -\Psi_{22}^{-1} \circ \Psi_{21} \circ \Psi_{11}^{-1} \circ S_n + \Psi_{22}^{-1} \circ F_n \end{bmatrix} \quad (13)$$

于是有:

$$\begin{cases} S_{n+1}^{(k+1)} = -\Psi_{11}^{-1} \circ \Psi_{12} \circ F_{n+1}^{(k)} + \Psi_{11}^{-1} \circ S_n \\ F_{n+1}^{(k+1)} = -\Psi_{22}^{-1} \circ \Psi_{21} \circ S_{n+1}^{(k+1)} + \Psi_{22}^{-1} \circ F_n \end{cases} \quad (14)$$

写成如下形式:

$$\begin{cases} S_{n+1}^{(k+1)} = G_{11} \circ F_{n+1}^{(k)} + G_{12} \circ S_n \\ F_{n+1}^{(k+1)} = G_{21} \circ S_{n+1}^{(k+1)} + G_{22} \circ F_n \end{cases} \quad (15)$$

其中:

$$\begin{cases} G_{11} = -\Psi_{11}^{-1} \circ \Psi_{12} \\ G_{21} = -\Psi_{22}^{-1} \circ \Psi_{21} \\ G_{12} = \Psi_{11}^{-1} \\ G_{22} = \Psi_{22}^{-1} \end{cases} \quad (16)$$

根据  $S$  和  $F$  的物理含义, 可认为  $G_{12}$  对应于固体求解器, 代表固体对自身的贡献;  $G_{22}$  对应于流体求解器, 代表流体对自身的贡献;  $G_{11}$  代表浸入边界算法中的流体对固体的贡献;  $G_{21}$  代表浸入边界算法中的固体对流体的贡献。

将式 (15) 整理为如下形式:

$$\begin{cases} \tilde{F}_{n+1}^{(k+1)} = G_{22} \circ F_n \\ S_{n+1}^{(k+1)} = G_{11} \circ F_{n+1}^{(k)} + G_{12} \circ S_n \\ F_{n+1}^{(k+1)} = G_{21} \circ S_{n+1}^{(k+1)} + \tilde{F}_{n+1}^{(k+1)} \end{cases} \quad (17)$$

其中  $\tilde{F}_{n+1}^{(k+1)}$  代表流体的预估状态, 算法可概括为:

- (1) 给定迭代初始值,  $S_{n+1}^{(k)} = S_n$ ,  $F_{n+1}^{(k)} = F_n$ ;
- (2) 对  $F_n$  应用流体求解器  $G_{22}$  预估下一时刻的流体状态  $\tilde{F}_{n+1}^{(k+1)}$ ;
- (3) 将  $F_{n+1}^{(k)}$  和  $S_n$  代入浸入边界的耦合力算法  $G_{11}$  和固体求解器  $G_{12}$  中, 获得固体状态  $S_{n+1}^{(k+1)}$ ;
- (4) 将  $S_{n+1}^{(k+1)}$  代入浸入边界的校正算法  $G_{21}$  中, 对预估值  $\tilde{F}_{n+1}^{(k+1)}$  进行校正, 获得  $F_{n+1}^{(k+1)}$ ;
- (5) 根据收敛准则判定是否收敛, 若收敛则  $S_{n+1} = S_{n+1}^{(k+1)}$ ,  $F_{n+1} = F_{n+1}^{(k+1)}$ , 否则令  $k = k + 1$ , 返回(2)。

收敛准则为  $\|\mathbf{V}_{n+1}^{(k+1)} - \mathbf{V}_{n+1}^k\| / \|\mathbf{V}_{n+1}^0\| < \delta$  ( $\delta = 10^{-3}$ )。考虑到流场计算成本较高, 通常采取一个近似收敛准则:  $\|d_{n+1}^{(k+1)} - d_{n+1}^k\| < \delta h$ , 其中  $d$  为浸入边界的位移,  $h$  为流体网格平均步长。

式 (16) 描述了一个强耦合的预估-校正算法流程。第 3 节中将依次阐述流体求解器和固体求解器, 然后阐述浸入边界的耦合力算和流体的校正算法。

### 3 控制方程和离散格式

本节简要阐述流体和固体的控制方程与相应的离散格式。

#### 3.1 流体控制方程和离散格式

二维黏性可压缩流体方程组为:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_y}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial \mathbf{F}_u}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial y} \right) = \tilde{\mathbf{S}} \quad (18)$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{Q} = [\rho_f, \rho_f \mathbf{u}_f, \rho_f \mathbf{v}_f, \rho_f H_f]^T \\ \mathbf{F}_x = [\rho_f \mathbf{u}_f, \rho_f \mathbf{u}_f^2 + p_f, \rho_f \mathbf{u}_f \mathbf{v}_f, (\rho_f H_f + p_f) \mathbf{u}_f]^T \\ \mathbf{F}_y = [\rho_f \mathbf{v}_f, \rho_f \mathbf{u}_f \mathbf{v}_f, \rho_f \mathbf{v}_f^2 + p_f, (\rho_f H_f + p_f) \mathbf{v}_f]^T \\ \mathbf{F}_u = [0, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, b_x]^T \\ \mathbf{F}_v = [0, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}, b_y]^T \\ \tilde{\mathbf{S}} = [0, \rho_f \mathbf{f}_x, \rho_f \mathbf{f}_y, \rho_f (\mathbf{u}_f \mathbf{f}_x + \mathbf{v}_f \mathbf{f}_y)]^T \end{cases} \quad (19)$$

式中: 雷诺数  $Re = \rho_f U_\infty l_f / \mu$ ,  $\rho_f$  为流体密度,  $U_\infty$  为远场速度,  $l_f$  为特征长度,  $(\mathbf{u}_f, \mathbf{v}_f)$  为速度矢量,  $p_f$  为压力,  $H_f = e_f + \frac{1}{2}(\mathbf{u}_f^2 + \mathbf{v}_f^2)$  为比总焓,  $e_f$  为比内能。  $\mathbf{f}_x$  和  $\mathbf{f}_y$  为体积力分量。黏性项中的各变量为:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \frac{2}{3}\mu \left( 2 \frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial y} \right) \\ \sigma_{xy} = \mu \left( \frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial x} \right) \\ \sigma_{yy} = \frac{2}{3}\mu \left( 2 \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial x} \right) \\ b_x = \mathbf{u}_f \sigma_{xx} + \mathbf{v}_f \sigma_{xy} - q_x \\ b_y = \mathbf{u}_f \sigma_{xy} + \mathbf{v}_f \sigma_{yy} - q_y \end{cases} \quad (20)$$

热通量  $q_x$  和  $q_y$  由傅里叶定律给出:

$$\begin{cases} q_x = -\frac{\mu}{Pr(\gamma-1)} \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y = -\frac{\mu}{Pr(\gamma-1)} \frac{\partial T}{\partial y} \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $\mu$  为动力黏性系数;  $Pr$  为热传导系数;  $T = c^2$ ,  $c$  为声速;  $\gamma$  为多方指数。

对于非黏性项, 我们使用带有 minmod 限制器的二阶 MUSCL<sup>[35]</sup> 有限体积格式, 通量  $F$  和  $G$  采用基于 Zha-Bilgen 分裂<sup>[36]</sup> 的 AUSM<sup>+</sup>-up<sup>[37]</sup> 方法。对于黏性项则采取中心差分格式。最后使用三阶 Runge-Kutta 格式推进时间步。

## 3.2 固体控制方程和离散格式

### 3.2.1 刚体

刚体的 Newton-Euler 方程为:

$$\begin{cases} m \dot{\mathbf{u}}_s = \mathbf{f}_s + m \mathbf{f}_g \\ \mathbf{I}_s \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}_s \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{T}_s \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $m$  为刚体质量;  $\mathbf{u}_s$  为质心速度;  $\mathbf{f}_s$  为质心合力;  $\mathbf{f}_g$  为重力, 在本文中均忽略重力影响;  $\mathbf{I}_s$  为质心惯性张量;  $\boldsymbol{\omega}$  为角速度;  $\mathbf{T}_s$  为质心合扭矩。

使用一阶的显式时间差分格式求解 Newton-Euler 方程, 其中的合力和合扭矩来自流固界面上的耦合力。

### 3.2.2 线弹性体

线弹性体的控制方程及边界条件为:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}_v = \rho_s \ddot{\mathbf{d}}_s + \mu_d \dot{\mathbf{d}}_s \\ \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{d}_s + \nabla \mathbf{d}_s^T) \\ \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{M} : \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{d}_s|_{s_d} = \bar{\mathbf{d}}, \\ (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})|_{s_\sigma} = \bar{\boldsymbol{\sigma}}_n \\ \mathbf{d}_s(x, 0) = \mathbf{d}_0 \\ \dot{\mathbf{d}}_s(x, 0) = \dot{\mathbf{d}}_0 \end{cases} \quad (23)$$

式中:  $\sigma$  为固体的应力;  $f_V$  为体积力;  $\rho_s$  为固体密度;  $\mu_d$  为阻尼系数, 在本文中均假定  $\mu_d=0$ ;  $d_s$  为位移;  $\varepsilon$  为应变;  $M$  为弹性矩阵;  $S_d$  和  $S_\sigma$  分别为位移边界和应力边界。

采取经典的有限元法对控制方程进行离散, 并用 Newmark- $\beta$  隐式格式<sup>[38]</sup> 推进时间步。

### 3.2.3 全局时间步长

计算流体的时间步长公式可以表示为:

$$\Delta t_f = \frac{Cl}{\max_i(\|u_i\| + c_i)} \quad (24)$$

式中:  $C$  为 Courant 数,  $l$  为网格最小尺寸,  $i$  为单元编号,  $u_i$  和  $c_i$  分别为单元  $i$  的速度和声速。对于固体, 除了固体求解器本身限制的最大时间步长  $\Delta t_s$  外, 还必须考虑浸入边界在网格上移动引起的变化。一般限制单步之内浸入边界的移动不超过一个网格最小尺寸, 故定义边界移动时间步长:

$$\Delta t_b = \frac{C_b l}{\max_{x \in \Gamma} \|u(x)\|} \quad (25)$$

式中:  $\Gamma$  代表浸入边界, 常数  $C_b = 0.95$ 。那么耦合场的全局时间步长为:

$$\Delta t = \min(\Delta t_f, \Delta t_s, \Delta t_b) \quad (26)$$

## 4 浸入边界算法

本节将具体阐述流体对浸入边界的耦合力算法和流体预估-校正算法中的边界处理方法, 并解释算法保证质量守恒的原理。

### 4.1 耦合力

作用于固体表面的耦合力来自于流体的压力。假设流体的压力为  $p$ , 浸入边界的外法向量(指向流体一侧)为  $n$ , 在浸入边界  $\Gamma$  上对表面的压力积分可得到耦合力, 即:

$$f_r = - \int_{\Gamma} p n ds \quad (27)$$

当  $\Gamma$  为直线段时, 可采用高斯积分计算。关于高斯积分需要注意的是如果浸入边界的长度远大于流体网格尺寸, 应先将浸入边界分割为若干小段以改善精度。同时, 在选取高斯积分的积分点时, 为了减小边界附近不光滑的压力分布造成的压力损失, 可将积分点  $x_r$  沿外法向量平移  $2h$ , 即  $x_r + 2hn$  位置。

### 4.2 流体预估

式 (17) 中的预估步骤为:

$$\tilde{F}_{n+1}^{(k+1)} = G_{22} \circ F_n \quad (28)$$

式 (28) 对应的算法是将流体求解器应用于  $F_n$ 。在式 (28) 中, 固体的状态量  $S$  不影响  $F_n$  的演化, 因此将流体求解器应用于  $F_n$  时, 将流固耦合边界视为自由面, 固体原本占据的空间初始化为零质量的单元, 允许流体自由穿过耦合边界。

### 4.3 流体校正

#### 4.3.1 基本思路

考虑一个浸入流体域的固体, 其占据空间为  $\Omega_s$ , 边界为  $\Gamma_s$ 。流体被固体挤占一部分空间后, 该部分空间的网格单元上的质量为零相当于真空。本文中, 将这部分真空域记为  $\Omega_v$ , 边界为  $\Gamma_v$ 。如图 3 所示, 在  $t_n$  时刻的真空域边界  $\Gamma_v^n$  与固体域边界  $\Gamma_s^n$  重合。在  $t_{n+1}$  时刻二者分别演化为  $\Gamma_v^{n+1}$  和  $\Gamma_s^{n+1}$ , 对应的内部空间为  $\Omega_v^{n+1}$  和  $\Omega_s^{n+1}$ 。

根据预估-校正格式式 (17) 的流程, 一般有

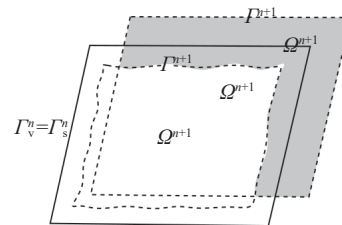


图 3 流固耦合系统的子域变化(实线代表  $t_n$  时刻的边界, 虚线代表  $t_{n+1}$  时刻的边界)

Fig. 3 Changes of the subdomains of the fluid-structure interaction system, where solid lines are boundaries at  $t_n$ , and dashed lines are boundaries at  $t_{n+1}$

$\Gamma_v^{n+1} \neq \Gamma_s^{n+1}$ , 所以需要通过校正步骤重新满足  $\Gamma_v^{n+1} = \Gamma_s^{n+1}$ 。记  $\Omega_c^{n+1} = \Omega_s^{n+1} \setminus \Omega_v^{n+1}$  为校正域, 对应于图 3 中的阴影区域。本文中采取的策略是使用一个输运算法将  $\Omega_c^{n+1}$  重新变为真空, 而  $\Omega_v^{n+1} \setminus \Omega_s^{n+1}$  则合并到流体域。此时  $\Omega_v^{n+1} \setminus \Omega_s^{n+1}$  中的流体质量为零, 可按照密度极低的流体单元处理。校正后  $\Omega_v^{n+1} = \Omega_s^{n+1}$ , 于是  $\Gamma_v^{n+1} = \Gamma_s^{n+1}$  得以满足。

4.3.2 输运算法

用于校正域  $\Omega_c^{n+1}$  的输运算法基于守恒律和无滑移条件, 目的是将穿过边界的流体转移到边界外。输运算法可概括为将  $\Omega_c^{n+1}$  内的流体进行标记, 根据标记顺序以均匀方式分割和移动流体, 产生一个指向边界外侧的流动, 最后在边界附近施加速度校正保证无滑移条件。

如图 4 所示, 输运算法的第 1 个步骤是使用感染-免疫法<sup>[39]</sup> 标记单元。为直观起见, 用颜色代表不同标记。首先标记靠近浸入边界外侧的一层单元为蓝色, 接着标记与蓝色单元相邻的位于内侧的一层单元为黄色, 已标记的单元不再参与标记。以此类推, 逐层向内染色。

第 2 个步骤是根据染色顺序移动流体。考虑一个红色单元向橙色单元运输的过程。记单元的守恒量  $w = (\rho, \rho u, \rho H_i)^T$ 。假设输运前红色单元的守恒量为  $w_r$ , 橙色单元的守恒量为  $w_o$ 。仅考虑均匀正交网格上的有限体积法格式, 则输运导致单元的守恒量变为:

$$\begin{cases} w_o^* = w_o + \lambda w_r \\ w_r^* = 0 \end{cases} \quad (29)$$

式中:  $\lambda$  为输运比例系数。假设该红色单元周围存在  $n$  个相邻的橙色单元, 其中  $n_1$  个单元与该单元共享一条边, 称为正相邻单元,  $n - n_1$  个单元与该单元共享一个顶点, 称为斜相邻单元。进一步假设输运比例与距离成反比, 则在均匀正交网格上正相邻单元和斜相邻单元的输运比例系数分别为:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}n_1 + (n - n_1)} \\ \lambda_2 = \frac{1}{\sqrt{2}n_1 + (n - n_1)} \end{cases} \quad (30)$$

输运后红色单元的守恒量变为零。以此类推, 按照染色顺序依次将流体从内侧单元运输到外侧, 直到内侧单元流体完全转移到蓝色单元中, 如图 5 所示。图中曲线为浸入边界  $\Gamma_s^{n+1}$ ,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  为输运比例系数。

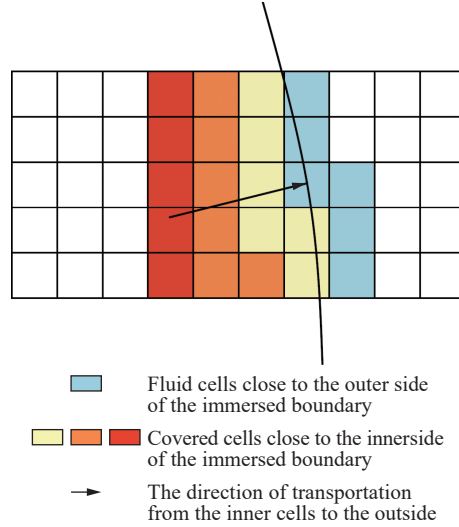


图 4 流体标记和输运方向, 曲线为浸入边界  
Fig. 4 Fluid markers and direction of transportation, the curve is the immersed boundary

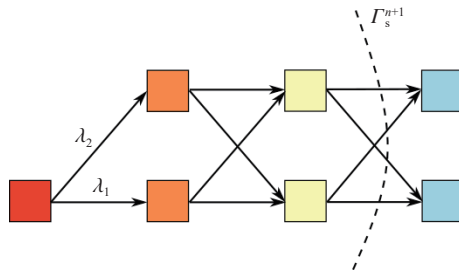


图 5 依据染色顺序逐层输运流体  
Fig. 5 Transport the fluid in sequence of colors



第 3 个步骤是校正蓝色单元的速度。单元的守恒量  $w$  与物理量  $(\rho, u, e)$  的域之间存在双射关系。假设当前蓝色单元的守恒量为  $w_b^*$ , 则唯一导出当前密度、速度和内能为:

$$\begin{cases} \rho_b^* = w_{b,1}^* \\ \mathbf{u}_b^* = \frac{w_{b,2}^*}{w_{b,1}^*} \\ e_b^* = \frac{w_{b,3}^*}{w_{b,1}^*} - \frac{\|\mathbf{u}_b^*\|^2}{2} \end{cases} \quad (31)$$

式中:  $w_{b,k}^*$  为  $w_b^*$  的第  $k$  个分量。假设蓝色单元的中心向浸入边界的投影位置为点  $B$ , 记点  $B$  的速度为  $\mathbf{u}_B$ 。根据无滑移条件, 将蓝色单元的速度替换为点  $B$  的速度, 保持密度和内能不变, 重新导出守恒量:

$$w_b = \left[ \rho_b^*, \rho_b^* \mathbf{u}_B, \rho_b^* \left( e_b^* + \frac{\|\mathbf{u}_B\|^2}{2} \right) \right]^T \quad (32)$$

至此, 所有单元的校正结束。

上述的推导表明, 该方法基于网格拓扑变化, 无需构造虚拟网格。式 (28)~(31) 描述了校正步骤中的流体输运规则, 本质上是守恒律和无滑移条件的应用, 因此是一种严格保证质量守恒的方法。与同样保证质量守恒的截断单元法相比, 该方法的第一个步骤中的标记操作仅需要获取网格单元与浸入边界的相对距离, 无需计算截断单元的体积变化, 简化了算法实现。

## 5 数值算例

### 5.1 一维活塞问题

为了考察方法的准确性和收敛性, 对 Monasse 等<sup>[31]</sup>提出的一维活塞问题进行了数值模拟。假设沿  $x$  轴方向在  $[0, 7]$  区间放置一个一维管道, 并放置一个密度为 2, 长度为 0.5 的刚性活塞, 其中心位于  $x=2$  处。在  $(2.25, 5)$  内填充理想气体, 密度为 1, 压力为  $10^5$ , 速度为零, 多方指数为 1.4。在  $(0, 1.75) \cup (5, 7)$  内填充相同的理想气体, 密度和压力分别改为 10 和  $10^6$ 。计算域两侧设定为周期边界条件。网格数  $N=1440$ 。

初始时刻气体和活塞速度均为零。两侧不平衡的气体压力推动活塞向右运动, 产生向右的压缩波。利用移动最小二乘虚拟网格法和预估-校正方法分别计算, 并与 Monasse 使用截断单元法的结果进行对比。图 6 展示了  $t=0.003$  时刻的压力分布曲线, 表明 3 种方法计算结果较接近。虚拟网格法在左侧靠近浸入边界的压力和右侧波峰压力均偏高。预估-校正方法在左侧与截断单元法非常吻合, 在右侧波峰则偏低一些。

图 7 展示了  $t=0.003$  之前的流体相对质量的变化。虚拟网格法计算的流场质量经历了先减少后增加的过程, 并且由于网格拓扑的突变而产生了振荡。预估-校正方法计算的流场质量始终不变。通过对比, 证明了预估-校正方法具有精确维持质量守恒的优势。

为检验收敛性, 使用如下公式计算压力和速度分布的无量纲 L2 范数误差:

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{\phi_0} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\phi_i - \phi_i^{\text{ref}})^2}{n}} \quad (33)$$

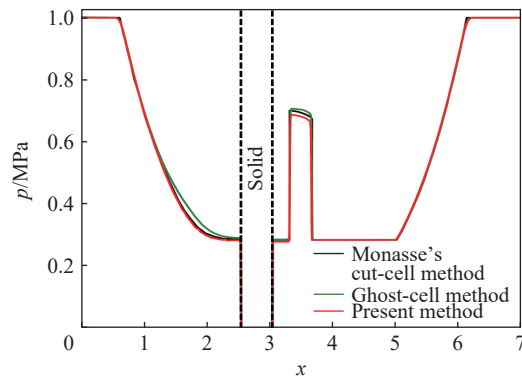


图 6  $t=0.003$  时刻的压力分布(网格数为 1440, 虚线表示浸入边界)

Fig. 6 Pressure distribution at  $t=0.003$  (The number of cells is 1440, and the dashed lines stand for the immersed boundaries.)

式中:  $\phi_i$  为压力或速度,  $i$  表示分布曲线的数据点编号,  $\phi_i^{\text{ref}}$  为参考分布,  $\phi_0$  为特征量。此处采用网格数  $N=7290$  的计算结果作为参考分布, 选取压力和速度的特征量分别为  $p_0 = 10^6$  和  $u_0 = 300$ 。图 8 展示了预估-校正方法计算的流体压力和速度的误差收敛曲线, 证明压力和速度分布曲线关于流体网格数  $N$  呈一阶收敛。

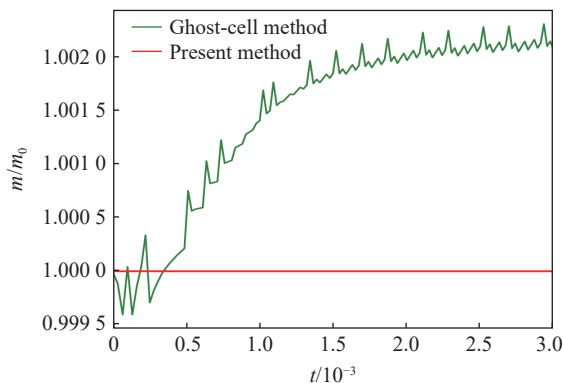


图 7 流体相对质量的历史曲线

Fig. 7 History of the relative mass of the fluid

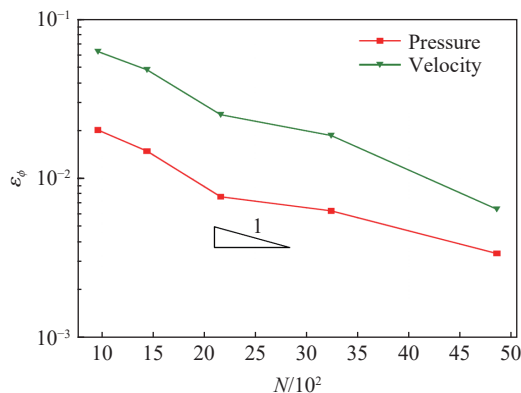


图 8 压力和速度的无量纲 L2 范数误差

Fig. 8 Dimensionless L2 norms of error of the pressure and velocity

图 9 展示了预估-校正方法计算的流场密度关于时空坐标  $(x, t)$  的云图。图 9 中深蓝色条形区域代表活塞的历史轨迹, 反映了活塞加速和减速的过程, 与 Monasse 使用截断单元浸入边界法的计算结果也基本符合。

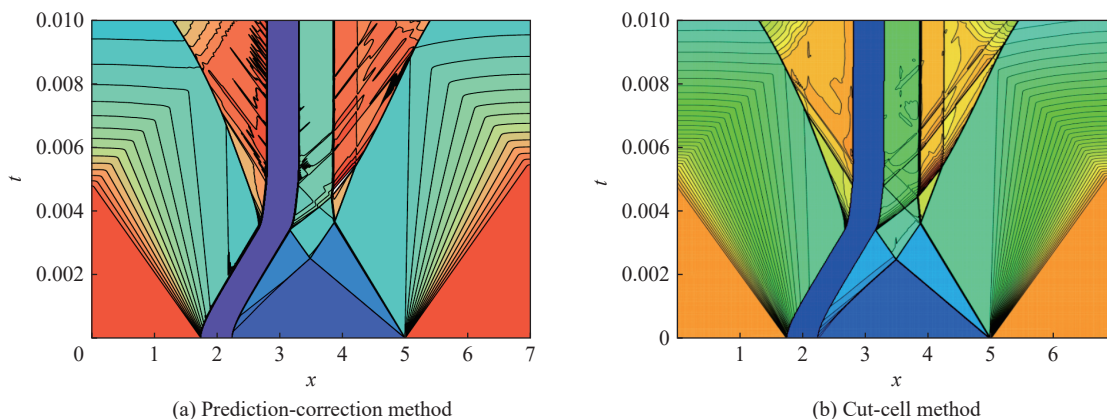


图 9 两种方法获得的流场密度  $\rho(x, t)$  云图

Fig. 9 Mass density  $\rho(x, t)$  contours of the fluid by two methods

总体而言, 该算例证明了本方法在一维刚体的流固耦合问题中能取得较准确的结果, 并证明了该方法是一阶收敛的。

### 5.2 激波冲击平板

为了检验该方法在弹性结构流固耦合问题中的准确性, 开展了相应的实验和数值模拟。考虑一个激波与弹性平板耦合问题。如图 10 所示, 假设存在静止的二维均匀流场, 计算域为  $(-120, 60) \times (0, 65)$ , 单位为 mm, 下同。在  $(0, 4) \times (0, 50)$  区域内放置一块有机玻璃板, 下方边缘固定。流场介质为多方指数  $\gamma = 1.4$  的理想气体, 初始流场的密度为  $1.29 \text{ kg/m}^3$ , 压力为  $101.3 \text{ kPa}$ 。有机玻璃板的密度为  $1180 \text{ kg/m}^3$ , 弹性模量为  $3.1 \text{ GPa}$ , 泊松比为  $0.4$ 。在流场右边界输入一个马赫数为  $1.2$  的激波。

实验装置的主体为一个激波管, 实验段如图 11 所示。在激波管实验段的下壁面安装一个刚性基座, 并在基座靠近前端位置插入平板。实验段内初始气体为空气, 激波的驱动气体为氮气。实验期间使用高速相机拍摄光学纹影。



图 10 激波管初始条件(蓝色部分为有机玻璃板,灰色部分为静止流场,右侧红色部分为输入边界)

Fig. 10 Initial conditions of the shock tube (The PMMA panel is blue, the static fluid is grey, the right boundary in red color is the inflow.)

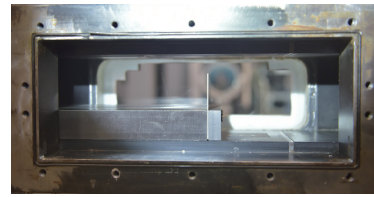


图 11 激波管实验段(底部的金属方块为基座,竖立薄片为实验测量的平板)

Fig. 11 Experimental section of the shock tube (The metal block on the bottom is the base, and the vertical sheet is the tested panel.)

在数值模拟中,对模型进行了简化,略去了基座部分。流场使用均匀正交网格,单元密度为  $3 \text{ mm}^{-1}$ 。平板的有限元网格包含 253 个 Q4 单元。局部网格如图 12 所示。

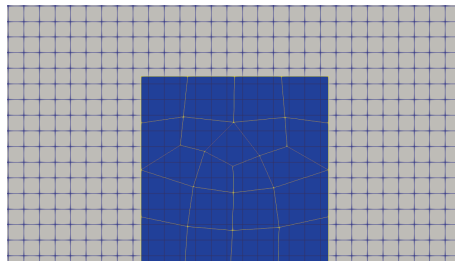


图 12 局部网格(灰色部分为流场,蓝色部分为平板)

Fig. 12 Local grids (The fluid is grey, and the panel is blue.)

图 13 展示了实验光学纹影与数值模拟纹影的对比。各时刻对比图中上方为实验纹影,下方为模拟纹影,即密度梯度云图。模拟结果表明,激波向左运动一段时间后接触平板,产生反射和绕射。绕流在平板上端右侧顶点形成一个较大的涡。绕射后的激波改变方向,在平板后方的下壁面发生反射。在  $190 \sim 456 \mu\text{s}$  期间,绕流产生的涡逐渐扩大半径并显示出脱落的趋势。在  $456 \mu\text{s}$  时刻下壁面反射波与逐渐扩大的涡接触。通过对比实验纹影,证明了模拟结果基本正确。图 14 展示了在  $0 \sim 456 \mu\text{s}$  时间内实验测量的平板的最大挠度与数值模拟结果的对比,证明使用的数值模拟方法能够较准确地预测平板在激波作用下的变形。

值得注意的是,图 13 中实验拍摄和模拟的激波速度存在小幅度的偏差,推测形成这一偏差的主要原因可能来自于实验的误差。理想条件下,在实验过程中可以通过调节压缩参数改变激波管产生的激波,达到预设的马赫数。但实际操作时会有一些不稳定因素,比如当天的气温较低、导致空气介质密度和压力变化、管道轻微漏气等,这些因素使得真实的马赫数偏离预设的马

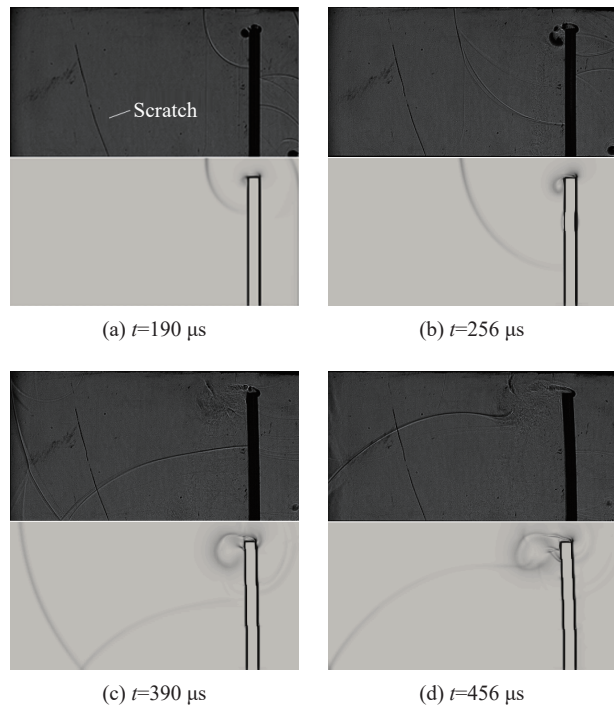


图 13 不同时刻实验纹影与模拟纹影的对比

Fig. 13 Comparison of experimental and simulated

赫数。此外, 由于实验纹影照片分辨率的限制, 根据实验纹影照片来确定时间零点也会造成测量误差, 因此该实验方案仍有改进的空间。

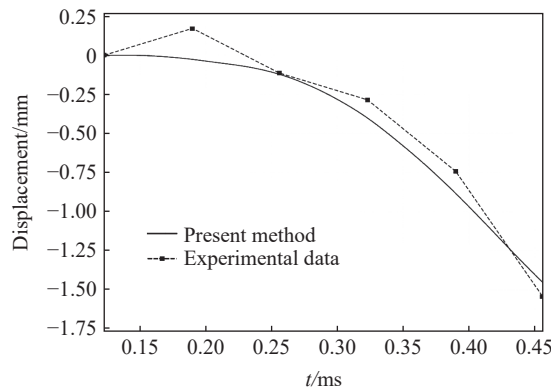


图 14 平板的最大挠度

Fig. 14 Maximum deflections of the panel

## 6 结 论

讨论了锐利浸入边界法中的质量不守恒问题, 指出守恒性与网格拓扑相关, 提出了一种基于网格拓扑的预估-校正浸入边界法。首先建立了流固耦合系统的演化模型, 推导了强耦合的预估-校正格式。接着阐述了求解器和边界处理方法, 分析了流固耦合系统各介质的子域及其边界的变化过程, 给出了校正算法的具体步骤。对校正算法的推导过程表明, 该算法不需要构造虚拟网格, 因此避免了虚拟网格法引起的质量误差。同时, 该算法不计算截断单元的体积变化, 显著简化了算法的实现。

用该方法分别计算了一维刚体和二维线弹性平板的流固耦合问题, 并与虚拟网格法和截断单元法的结果进行对比。计算结果表明, 该方法在一维刚体和二维线弹性平板的流固耦合问题中均能取得较准确的结果。在一维问题中, 该方法严格地维持了全流场质量守恒, 与理论预测一致; 在二维问题中, 该方法准确预测了激波与平板的相互作用过程, 与实验测量结果基本吻合。总体而言, 该预估-校正浸入边界法相比于传统的虚拟网格法和截断单元法具有精确质量守恒和易于实现的优势, 可作为一种替代方法。其主要缺陷在于一阶精度相对较低, 有待后续研究完善。

## 参考文献:

- [1] PESKIN C S. Flow patterns around heart valves: a numerical method [J]. *Journal of Computational Physics*, 1972, 10(2): 252–271. DOI: 10.1016/0021-9991(72)90065-4.
- [2] PESKIN C S. Numerical analysis of blood flow in the heart [J]. *Journal of Computational Physics*, 1977, 25(3): 220–252. DOI: 10.1016/0021-9991(77)90100-0.
- [3] 王力, 田方宝. 浸入边界法及其在可压缩流动中的应用和进展 [J]. *中国科学: 物理学 力学 天文学*, 2018, 48(9): 094703. DOI: 10.1360/SSPMA2018-00191.  
WANG L, TIAN F B. Recent progress of immersed boundary method and its applications in compressible fluid flow [J]. *Scientia Sinica Physica, Mechanica & Astronomica*, 2018, 48(9): 094703. DOI: 10.1360/SSPMA2018-00191.
- [4] SEO J H, MITTAL R. A high-order immersed boundary method for acoustic wave scattering and low-Mach number flow-induced sound in complex geometries [J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(4): 1000–1019. DOI: 10.1016/j.jcp.2010.10.017.
- [5] 王力, 田方宝. 弹性拍翼悬停时的流固耦合效应 [J]. *气体物理*, 2020, 5(4): 21–30. DOI: 10.19527/j.cnki.2096-1642.0812.  
WANG L, TIAN F B. Fluid-structure interaction of flexible flapping wing in hovering flight [J]. *Physics of Gases*, 2020, 5(4): 21–30. DOI: 10.19527/j.cnki.2096-1642.0812.
- [6] CHENG L, DU L, WANG X Y, et al. A semi-implicit immersed boundary method for simulating viscous flow-induced sound

- with moving boundaries [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2021, 373: 113438. DOI: 10.1016/j.cma.2020.113438.
- [7] 赵西增, 付英男, 张大可, 等. 紧致插值曲线方法在流向强迫振荡圆柱绕流中的应用 [J]. *力学学报*, 2015, 47(3): 441–450. DOI: 10.6052/0459-1879-14-387.
- ZHAO X Z, FU Y N, ZHANG D K, et al. Application of a CIP-based numerical simulation of flow past an in-line forced oscillating circular cylinder [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(3): 441–450. DOI: 10.6052/0459-1879-14-387.
- [8] 段松长, 赵西增, 叶洲腾, 等. 错列角度对双圆柱涡激振动影响的数值模拟研究 [J]. *力学学报*, 2018, 50(2): 244–253. DOI: 10.6052/0459-1879-17-345.
- DUAN S C, ZHAO X Z, YE Z T, et al. Numerical study of staggered angle on the vortex-induced vibration of two cylinders [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2018, 50(2): 244–253. DOI: 10.6052/0459-1879-17-345.
- [9] 杨明, 刘巨保, 岳欠杯, 等. 涡激诱导并列双圆柱碰撞数值模拟研究 [J]. *力学学报*, 2019, 51(6): 1785–1796. DOI: 10.6052/0459-1879-19-224.
- YANG M, LIU J B, YUE Q B, et al. Numerical simulation on the vortex-induced collision of two side-by-side cylinders [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(6): 1785–1796. DOI: 10.6052/0459-1879-19-224.
- [10] 陈威霖, 及春宁, 许栋. 不同控制角下附加圆柱对圆柱涡激振动影响 [J]. *力学学报*, 2019, 51(2): 432–440. DOI: 10.6052/0459-1879-18-208.
- CHEN W L, JI C N, XU D. Effects of the added cylinders with different control angles on the vortex-induced vibrations of a circular cylinder [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(2): 432–440. DOI: 10.6052/0459-1879-18-208.
- [11] HOSSEINJANI A A, ROOHI A H. Immersed boundary method for MHD unsteady natural convection around a hot elliptical cylinder in a cold rhombus enclosure filled with a nanofluid [J]. *SN Applied Sciences*, 2021, 3(2): 270. DOI: 10.1007/s42452-021-04221-3.
- [12] YE H X, CHEN Y, MAKI K. A discrete-forcing immersed boundary method for turbulent-flow simulations [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 2021, 235(1): 188–202. DOI: 10.1177/1475090220927245.
- [13] SOTIROPOULOS F, YANG X. Immersed boundary methods for simulating fluid-structure interaction [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2014, 65: 1–21. DOI: 10.1016/j.paerosci.2013.09.003.
- [14] YOUSEFZADEH M, BATTIATO I. High order ghost-cell immersed boundary method for generalized boundary conditions [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2019, 137: 585–598. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.03.061.
- [15] 吴晓笛, 刘华坪, 陈浮. 基于浸入边界-多松弛时间格子玻尔兹曼通量求解法的流固耦合算法研究 [J]. *物理学报*, 2017, 66(22): 224702. DOI: 10.7498/aps.66.224702.
- WU X D, LIU H P, CHEN F. A method combined immersed boundary with multi-relaxation-time lattice Boltzmann flux solver for fluid-structure interaction [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(22): 224702. DOI: 10.7498/aps.66.224702.
- [16] BOUKHARFANE R, EUGÊNIO RIBEIRO F H, BOUALI Z, et al. A combined ghost-point-forcing/direct-forcing immersed boundary method (IBM) for compressible flow simulations [J]. *Computers and Fluids*, 2018, 162: 91–112. DOI: 10.1016/j.compfluid.2017.11.018.
- [17] MAJUMDAR S, IACCARINO G, DURBIN P. RANS solvers with adaptive structured boundary non-conforming grids [J]. Center for Turbulence Research. Annual Research Briefs, 2001: 353–366.
- [18] 朱祥德, 陈春刚, 肖锋. 一种基于多矩的有限体积浸入边界法 [J]. *计算物理*, 2010, 27(3): 342–352. DOI: 10.19596/j.cnki.1001-246x.2010.03.004.
- ZHU X D, CHEN C G, XIAO F. A multi-moment immersed-boundary finite-volume scheme [J]. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2010, 27(3): 342–352. DOI: 10.19596/j.cnki.1001-246x.2010.03.004.
- [19] LEE J M, YOU D H. An implicit ghost-cell immersed boundary method for simulations of moving body problems with control of spurious force oscillations [J]. *Journal of Computational Physics*, 2013, 233(1): 295–314. DOI: 10.1016/j.jcp.2012.08.044.
- [20] 辛建建, 石伏龙, 金秋. 一种径向基函数虚拟网格法数值模拟复杂边界流动 [J]. *物理学报*, 2017, 66(4): 044704. DOI: 10.7498/aps.66.044704.
- XIN J J, SHI F L, JIN Q. Numerical simulation of complex immersed boundary flow by a radial basis function ghost cell

- method [J]. *Acta Physica Sinica*, 2017, 66(4): 044704. DOI: 10.7498/aps.66.044704.
- [21] XIN J J, LI T Q, SHI F L. A radial basis function for reconstructing complex immersed boundaries in ghost cell method [J]. *Journal of Hydrodynamics*, 2018, 30(5): 890–897. DOI: 10.1007/s42241-018-0097-3.
- [22] 石伏龙, 辛建建, 马麟. 梯度增量 level set/虚拟网格法模拟波浪结构物相互作用 [J]. *工程热物理学报*, 2018, 39(11): 2420–2428.  
SHI F L, XIN J J, MA L. A gradient-augmented level set/ghost cell method for the simulation of wave structure interaction [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2018, 39(11): 2420–2428.
- [23] QU Y G, SHI R C, BATRA R C. An immersed boundary formulation for simulating high-speed compressible viscous flows with moving solids [J]. *Journal of Computational Physics*, 2018, 354: 672–691. DOI: 10.1016/j.jcp.2017.10.045.
- [24] HAJI MOHAMMADI M, SOTIROPOULOS F, BRINKERHOFF J. Moving least squares reconstruction for sharp interface immersed boundary methods [J]. *International Journal for Numerical Methods*, 2019, 90(2): 57–80. DOI: 10.1002/flid.4711.
- [25] 雷悦, 石伏龙. 虚拟网格法模拟静止或运动并列布置双圆柱绕流现象 [J]. *工程热物理学报*, 2020, 41(8): 1974–1983.  
LEI Y, SHI F L. A ghost cell method for simulating flows around stationary of moving twin cylinders in a side-by-side arrangement [J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 2020, 41(8): 1974–1983.
- [26] XIE F T, QU Y G, ISLAM M A, et al. A sharp-interface Cartesian grid method for time-domain acoustic scattering from complex geometries [J]. *Computers and Fluids*, 2020, 202: 104498. DOI: 10.1016/j.compfluid.2020.104498.
- [27] CHI C, ABDELSAMIE A, THÉVENIN D. A directional ghost-cell immersed boundary method for incompressible flows [J]. *Journal of Computational Physics*, 2020, 404: 109122. DOI: 10.1016/j.jcp.2019.109122.
- [28] ZHENG K Y, ZHAO X Z, YANG Z J, et al. Numerical simulation of water entry of a wedge using a modified ghost-cell immersed boundary method [J]. *Journal of Marine Science and Technology*, 2020, 25(2): 589–608. DOI: 10.1007/s00773-019-00666-9.
- [29] CLARKE D K, HASSAN H A, SALAS M D. Euler calculations for multielement airfoils using Cartesian grids [J]. *AIAA Journal*, 1986, 24(3): 353–358. DOI: 10.2514/3.9273.
- [30] MEYER M, DEVESA A, HICKEL S, et al. A conservative immersed interface method for large-eddy simulation of incompressible flows [J]. *Journal of Computational Physics*, 2010, 229(18): 6300–6317. DOI: 10.1016/j.jcp.2010.04.040.
- [31] MONASSE L, DARU V, MARIOTTI C, et al. A conservative coupling algorithm between a compressible flow and a rigid body using an embedded boundary method [J]. *Journal of Computational Physics*, 2012, 231(7): 2977–2994. DOI: 10.1016/j.jcp.2012.01.002.
- [32] SCHNEIDERS L, GÜNTHER C, MEINKE M, et al. An efficient conservative cut-cell method for rigid bodies interacting with viscous compressible flows [J]. *Journal of Computational Physics*, 2016, 311: 62–86. DOI: 10.1016/j.jcp.2016.01.026.
- [33] BRADY P T, LIVESCU D. Foundations for high-order, conservative cut-cell methods: stable discretizations on degenerate meshes [J]. *Journal of Computational Physics*, 2021, 426: 109794. DOI: 10.1016/j.jcp.2020.109794.
- [34] SEO J H, MITTAL R. A sharp-interface immersed boundary method with improved mass conservation and reduced spurious pressure oscillations [J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(19): 7347–7363. DOI: 10.1016/j.jcp.2011.06.003.
- [35] 张德良. 计算流体力学教程 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2010: 279–288.  
ZHANG D L. A course in computational fluid dynamics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2010: 279–288.
- [36] TORO E F, VÁZQUEZ-CENDÓN M E. Flux splitting schemes for the Euler equations [J]. *Computers and Fluids*, 2012, 70: 1–12. DOI: 10.1016/j.compfluid.2012.08.023.
- [37] LIOU M S. A sequel to AUSM, part II: AUSM<sup>+</sup>-up for all speeds [J]. *Journal of Computational Physics*, 2006, 214(1): 137–170. DOI: 10.1016/j.jcp.2005.09.020.
- [38] 王勖成. 有限单元法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.  
WANG X C. Finite element method [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.
- [39] 李亭鹤, 阎超. 一种新的分区重叠洞点搜索方法-感染免疫法 [J]. *空气动力学学报*, 2001, 19(2): 156–160. DOI: 10.3969/j.issn.0258-1825.2001.02.004.  
LI T H, YAN C. A new method of hole-point search in grid embedding technique [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2001, 19(2): 156–160. DOI: 10.3969/j.issn.0258-1825.2001.02.004.

(责任编辑 蔡国艳)