

DOI: 10.11883/bzycj-2022-0201

# 软质聚氨酯泡沫的动态压缩力学性能和本构模型\*

苏兴亚<sup>1</sup>, 周伦<sup>1,2</sup>, 敬霖<sup>1</sup>, 邓贵德<sup>3</sup>, 赵隆茂<sup>4</sup>

- (1. 西南交通大学牵引动力国家重点实验室, 四川 成都 610031;
2. 四川航空工业川西机器有限责任公司, 四川 雅安 625000;
3. 中国特种设备检测研究院, 北京 100029;
4. 太原理工大学应用力学研究所, 山西 太原 030024)

**摘要:** 采用 Instron 9350 落锤试验机研究了中低应变率下软质聚氨酯泡沫的动态压缩力学性能, 分析了其应力-应变响应特征和应变率敏感性, 讨论了应变率对材料应变率敏感性指数和能量吸收特性的影响, 并基于实验结果建立了可准确描述其压缩力学响应的率相关本构模型。结果表明, 软质聚氨酯泡沫的静动态压缩应力-应变响应具有典型的三阶段特征, 且呈现出明显的应变率强化效应。准静态加载下, 材料具有较高的吸能效率但能量吸收值较小, 应变率对最大吸能效率和比吸能的影响较小; 动态加载下, 随着应变率的增加, 最大吸能效率显著减小而比吸能明显增大。考虑应变率影响的修正 Sherwood-Frost 模型和修正 Avalle 模型都能够很好地表征软质聚氨酯泡沫的静动态压缩应力-应变响应, 但修正 Avalle 模型的参数较少, 更便于工程应用。研究结果可为软质聚氨酯泡沫抗冲击结构的设计和 optimization 提供指导。

**关键词:** 软质聚氨酯泡沫; 压缩力学性能; 应变率效应; 能量吸收; 本构模型

中图分类号: O347.3 国标学科代码: 13035 文献标志码: A

## Dynamic compressive mechanical properties and constitutive models of flexible polyurethane foam

SU Xingya<sup>1</sup>, ZHOU Lun<sup>1,2</sup>, JING Lin<sup>1</sup>, DENG Guide<sup>3</sup>, ZHAO Longmao<sup>4</sup>

- (1. State Key Laboratory of Traction Power, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China;
2. Sichuan Aviation Industry Chuanxi Machinery Co. Ltd., Yaan 625000, Sichuan, China;
3. China Special Equipment Inspection and Research Institute, Beijing 100029, China;
4. Institute of Applied Mechanics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, Shanxi, China)

**Abstract:** The quasi-static and dynamic compressive mechanical properties of flexible polyurethane foam were studied by using a DDL-200 electronic universal testing machine and an Instron 9350 drop-weight testing machine in a range of strain rates from 0.001 to 100 s<sup>-1</sup>. The stress-strain characteristics and strain rate sensitivity were analyzed, and the effect of strain rate on strain rate sensitivity index and energy absorption performance was discussed. Based on the experimental results, the strain rate-independent constitutive model was established to accurately describe the dynamic compressive mechanical behavior of the flexible polyurethane foam. The results show that the compressive stress-strain responses of flexible polyurethane foam exhibit typical three-stage deformation characteristics including initial elastic region, extended plateau region and final densification region, and the characteristics of material mesostructure at different deformation regions were analyzed. In addition, the material display an obvious strain rate-strengthening effect, both the yield stress and platform stress

\* 收稿日期: 2022-05-11; 修回日期: 2022-07-20

基金项目: 国家自然科学基金(12122211); 国家重点研发计划(2016YFF0203102); 四川省自然科学基金(2022NSFSC0035)

第一作者: 苏兴亚(1991—), 男, 博士研究生, su\_swjt@163.com

通信作者: 敬霖(1984—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, jinglin@swjtu.edu.cn

increase with the increase of strain rate, and the strain rate sensitivity index is affected by the coupling of strain rate and compressive strain. The energy absorption, energy absorption efficiency and specific energy absorption of flexible polyurethane foam at different strain rates were compared and the material shows higher energy absorption efficiency but less energy absorption, and strain rate has little effect on maximum energy absorption efficiency and specific energy absorption under quasi-static loading. With the increase of strain rate, the maximum energy absorption efficiency significantly reduces and the specific energy absorption significantly increases under dynamic loading. Both the modified Sherwood-Frost model and the modified Avalle model considering the effect of strain rate can well characterize the static and dynamic compressive stress-strain responses of the flexible polyurethane foam, but the modified Avalle model is easier to apply in engineering due to its fewer parameters. The research results can provide a guide for the design and optimization of flexible polyurethane foam on impact-resistant structures.

**Keywords:** flexible polyurethane foam; compressive mechanical properties; strain rate sensitivity; energy absorption; constitutive model

聚氨酯泡沫 (polyurethane foam, PUF) 作为一种高孔隙率的多功能材料, 具有易于加工、高比强度、良好的能量吸收和缓冲隔振性能, 被广泛应用于汽车工业、轨道交通、航空航天和包装工程等领域<sup>[1-3]</sup>。根据其胞孔构型的不同, 可分为闭孔型硬质聚氨酯泡沫 (rigid polyurethane foam, RPUF) 和开孔型软质聚氨酯泡沫 (flexible polyurethane foam, FPUF)。PUF 作为民用工程防护材料时, 服役过程中可能遭受的动态冲击作用情形如汽车碰撞、物体坠落等, 通常为中应变率动态载荷<sup>[4]</sup>。因此, 研究中低应变率下 PUF 压缩力学性能和本构关系, 具有重要的学术和工程价值。

目前, 针对聚氨酯泡沫的研究多聚焦于 RPUF, 且主要集中在准静态和高应变率加载情形。学者们开展了不同密度 RPUF 的压缩力学性能实验, 发现其静动态应力-应变曲线均表现出泡沫材料典型的三阶段特征, 从细观层面揭示了不同压缩阶段胞孔的变形行为<sup>[4-5]</sup>, 并对其能量吸收特性进行了评估<sup>[6]</sup>。结果表明, RPUF 具有一定的应变率敏感性和密度依赖性, 其屈服应力和平台应力随应变率和密度的增加而增大, 且高密度 RPUF 的应变率敏感性更加明显<sup>[5-7]</sup>。此外, 准静态加载下 RPUF 的能量吸收效率随密度的增加而减小, 而高应变率加载下两者没有明显的关联性<sup>[6]</sup>。在本构模型方面, 一些学者基于黏弹性和黏弹塑性材料假设, 提出了一系列可描述 PUF 压缩力学响应的本构模型<sup>[8-10]</sup>, 并给出了材料的屈服准则<sup>[10-11]</sup>, 但是这些模型的参数较多且计算复杂, 不便于工程应用。近年来, 基于实验数据拟合的经验型和半经验型本构模型因具有使用方便、物理意义明确等优点被广泛发展和使用, 如 Rusch 模型<sup>[12]</sup>、Sherwood-Frost (S-F) 模型<sup>[13]</sup> 和 Avalle 模型<sup>[14]</sup> 等。然而, 对于中低应变率下 FPUF 压缩力学性能和本构关系的研究还比较匮乏, 其应变率敏感性和能量吸收特性还不够明确。

本文中, 拟开展 FPUF 的中低应变率压缩力学性能实验, 分析其力学响应特征和应变率敏感性, 并对其能量吸收特性进行评估; 基于静态压缩实验结果, 通过引入应变率相关参数, 构建可描述 FPUF 应力-应变响应特征的修正 S-F 模型和修正 Avalle 模型。

## 1 实 验

实验选用由发泡工艺制成的开孔型 FPUF, 密度为  $0.176 \text{ g/cm}^3$ , 试件边长为  $50 \text{ mm}$ , 高为  $25 \text{ mm}$ , 如图 1(a) 所示。图 1(b) 给出了 FPUF 的细观结构图, 其中胞孔呈圆形或椭圆形且均匀性良好, 胞孔之间通过胞壁孔隙实现相互连通, 其平均孔径为  $0.35 \text{ mm}$ , 材料的平均孔隙率为  $0.84$ 。采用 DDL-200 电子万能试验机开展了应变率为  $0.001$  和  $0.01 \text{ s}^{-1}$  时 FPUF 的准静态压缩力学性能实验, 压缩应变均大于  $80\%$ 。采用 Instron 9350 落锤试验机开展  $40$ 、 $70$  和  $100 \text{ s}^{-1}$  等 3 种应变率下 FPUF 的动态压缩力学性能实验。落锤总质量为  $9.993 \text{ kg}$ , 选取直径为  $100 \text{ mm}$  的钢质圆形锤头。实验时锤头分别在  $0.051$ 、 $0.156$  和  $0.919 \text{ m}$  高度自由下落以实现 3 种应变率加载, 对应的冲击能量分别为  $4.997$ 、 $15.302$  和  $31.228 \text{ J}$ , 锤头定位精度为  $\pm 1 \text{ mm}$ 。图 2 给出了准静态和动态压缩实验装置及相关实验细节。为了保证实验结果的可靠性, 每种

应变率下均开展 3 次有效重复性实验, 选择最接近平均值的应力-应变响应曲线进行应变率敏感性和能量吸收特性分析。

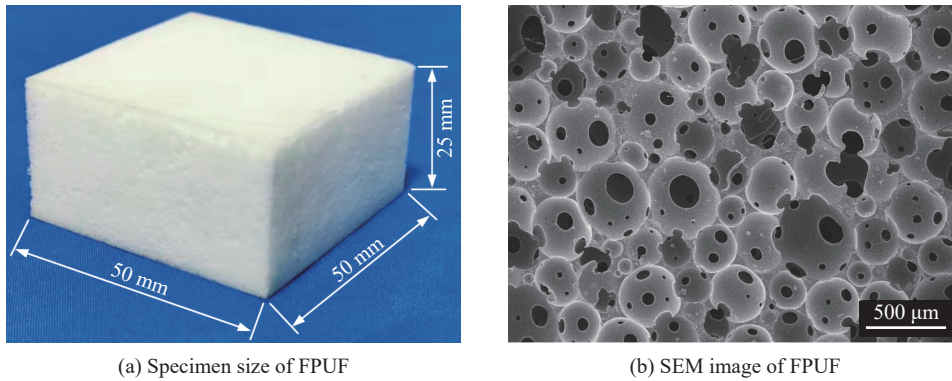


图 1 FPUF 试件尺寸和 SEM 图像

Fig. 1 The specimen size of FPUF and its SEM image

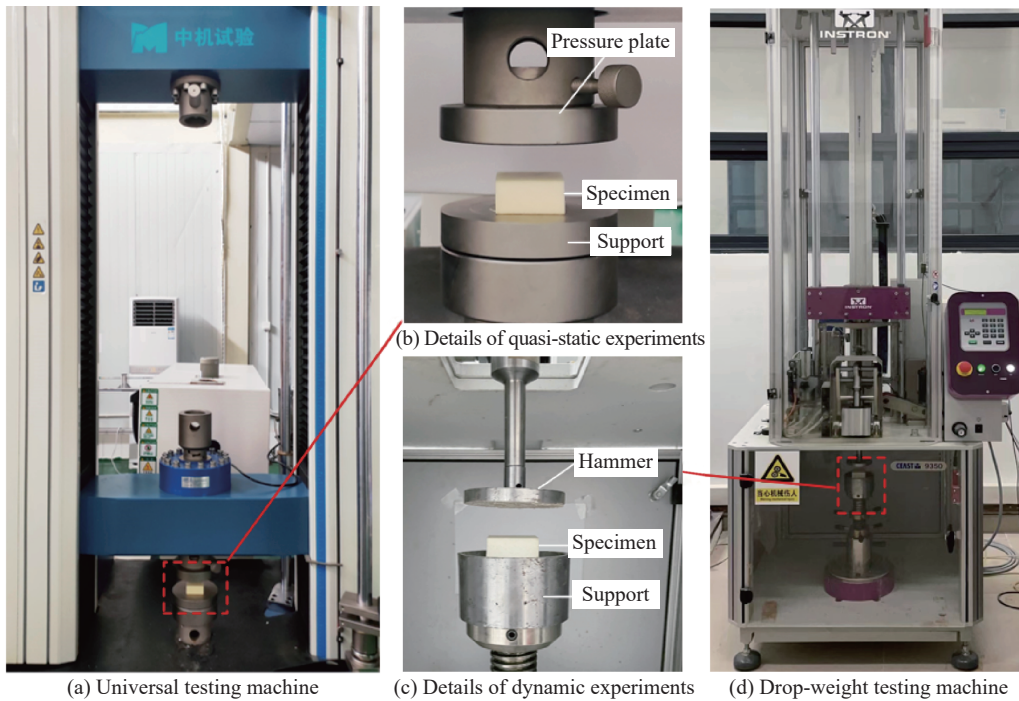


图 2 准静态和动态压缩实验装置

Fig. 2 Equipment for quasi-static and dynamic compression experiments

## 2 实验结果与讨论

### 2.1 应力-应变响应

图 3 为 FPUF 的静动态压缩应力-应变曲线, 可以看出, 相同应变率下 3 次实验的应力-应变曲线重复性较好, 说明实验结果具有较高的可信度。不同应变率下材料均表现出三阶段(弹性段、平台段和密实化段)变形特征, 其压缩应力随应变的增大逐渐提高。这是因为: 在压缩变形初期, 沿加载方向较大的胞孔首先发生弹性挤压变形, 此时应力随应变的增大呈线性提高; 当试件继续被压缩时, 已变形胞孔周围的胞壁也逐渐发生弯曲和扭转, 导致该胞孔变形加剧并在其附近形成坍塌区, 材料由弹性段逐渐进入到

平台段, 而坍塌区数量随试件压缩变形量的增加不断增加, 宏观上表现为平台段应力随应变的增大缓慢提高; 随着试件压缩变形加剧, 大量胞壁之间产生接触并不断相互挤压导致应力迅速增大, 材料逐渐进入到密实化段<sup>[15]</sup>。对比发现, 准静态加载下应力-应变曲线中的平台段相对较长, 而动态加载下平台段随应变率的升高明显变短。与 RPUF 不同的是, 本文中 FPUF 在卸载后试样的压缩变形几乎可以完全恢复, 而 RPUF 则会产生永久变形或破坏<sup>[4, 16]</sup>。

密实化应变  $\varepsilon_d$  是表征泡沫材料压缩变形能力的重要参量, 其确定方法主要有经验法<sup>[17]</sup>、切线法<sup>[18]</sup>和能量吸收效率法<sup>[19]</sup>。经验法假设  $\varepsilon_d$  与材料的相对密度  $\varepsilon_d = A_0 - B_0 \rho$  线性相关, 其计算方法为  $\varepsilon_d = A_0 - B_0 \rho$ , 其中  $A_0$  和  $B_0$  为材料参数<sup>[17]</sup>。切线法认为应力-应变曲线中平台段切线和密实化段切线交点对应的应变为密实化应变<sup>[18]</sup>。能量吸收效率法把最大吸能效率  $\eta_{\max}$  对应的应变认为是密实化应变<sup>[19]</sup>。经验法仅适用于准静态加载工况, 而切线法获得密实化应变的过程较复杂, 因此本文中采用能量吸收效率法计算  $\varepsilon_d$ 。在任意给定压缩应变  $\varepsilon_a$  下, 材料的吸能效率  $\eta(\varepsilon_a)$  为<sup>[19]</sup>:

$$\eta(\varepsilon_a) = \frac{\int_0^{\varepsilon_a} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\sigma_a} \quad (1)$$

式中:  $\sigma(\varepsilon)$  为应变  $\varepsilon$  对应的应力,  $\sigma_a$  为应变  $\varepsilon_a$  对应的应力。图 4 为应变率为  $0.001 \text{ s}^{-1}$  时 FPUF 典型的吸能效率图, 可知,  $\eta(\varepsilon_a)$  随工程应变的增大先升高后降低, 此时  $\varepsilon_d$  的计算方法为:

$$\left. \frac{d\eta(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_d} = 0 \quad (2)$$

从图 3 可以看出, FPUF 平台段应力  $\sigma_{pl}$  随应变的增大有所提高, 很难从应力-应变曲线中直接得到其具体数值。因此, 可基于能量吸收原理计算得到<sup>[20]</sup>:

$$\sigma_{pl} = \frac{\int_0^{\varepsilon_d} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_d} \quad (3)$$

## 2.2 应变率效应

图 5 为不同应变率下 FPUF 密实化应变的计算结果。可以看出, 随着应变率的升高, 准静态加载下材料的密实化应变相差不大, 而动态加载下其密实化应变显著减小, 高密度 PUF<sup>[9]</sup> 和闭孔泡沫铝<sup>[21]</sup> 也具有相同的特性。不同应变率下 FPUF 的平台应力和屈服应力如图 6 所示, 其中平台应力根据式 (3) 计算获得, 屈服应力为应力-应变曲线中弹性段切线和平台段切线交点对应的应力<sup>[22]</sup>。由图可知, FPUF 的平台应力和屈服应力随应变率的升高而提高, 材料表现出应变率强化效应。此外, 以铝 (aluminum, Al)<sup>[21]</sup>、丙烯腈-丁二烯苯乙烯 (acrylonitrile butadiene styrene, ABS)<sup>[23]</sup>、聚乙烯 (polyethylene, PE)<sup>[23]</sup>、聚对苯二甲酸乙二醇酯 (polyethylene terephthalate, PET)<sup>[23]</sup> 和聚甲基丙烯酸酰胺 (polymethacrylimide, PMI)<sup>[23]</sup> 为基体泡沫材料的平台应力也出现相同的规律, 如图 7 所示。其中材料的密度 (单位:  $\text{g/cm}^3$ ) 已在图中标注, 如

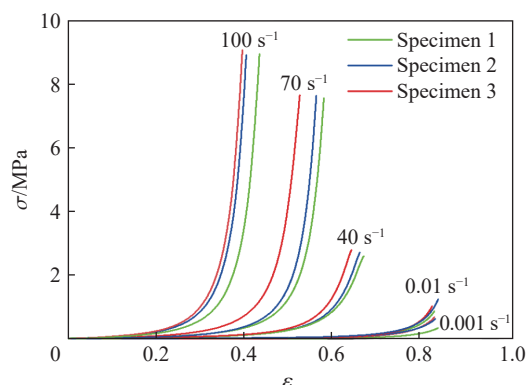


图 3 在不同应变率下 FPUF 的压缩应力-应变关系  
Fig. 3 Compressive stress-strain curves of FPUF at different strain rates

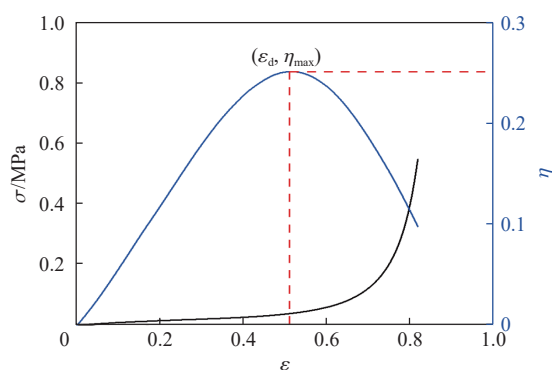


图 4  $0.001 \text{ s}^{-1}$  应变率下 FPUF 的压缩应力和吸能效率随应变的变化  
Fig. 4 Variation of compressive stress and energy absorption efficiency of FPUF with strain at the strain rate of  $0.001 \text{ s}^{-1}$

FPU (0.176) 表示密度为 0.176 g/cm<sup>3</sup> 的软质聚氨酯泡沫。对比发现, 相同应变率下 FPUF 具有较低的平台应力, 随着应变率 $\dot{\epsilon}$ 的升高, 不同泡沫材料的应变率敏感性也有所不同。

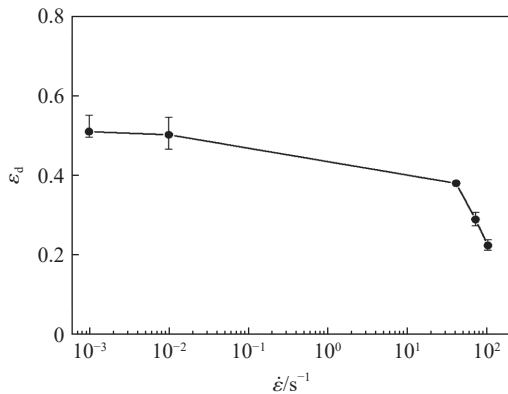


图 5 不同应变率下 FPUF 的密实化应变

Fig. 5 Densification strain of FPUF at different strain rates

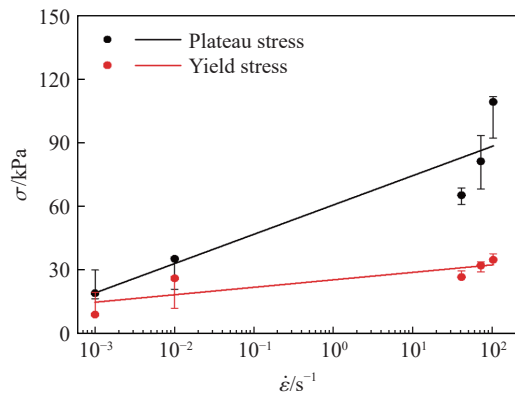


图 6 不同应变率下 FPUF 的平台应力和屈服应力

Fig. 6 Plateau stress and yield stress of FPUF at different strain rates

在给定应变下, 可用应变率敏感性指数  $m$  表征泡沫材料塑性应力的应变率敏感程度<sup>[24]</sup>:

$$m = \frac{\ln(\sigma/\sigma_0)}{\ln(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0)} \quad (4)$$

式中:  $\dot{\epsilon}$  和  $\dot{\epsilon}_0$  分别为实验应变率和参考应变率,  $\sigma$  和  $\sigma_0$  分别为对应的应力, 本文中参考应变率取 0.001 s<sup>-1</sup>。图 8 给出了动态载荷下 FPUF 的应变率敏感性指数  $m$  与应变之间的关系, 可以看出, 不同工况下  $m$  均为正值且随应变率的升高逐渐增大, 表明材料具有明显的应变率强化效应。此外, 当应变率为 40 和 70 s<sup>-1</sup> 时, 在较小应变下 FPUF 的应力升高较慢, 此时  $m$  随应变的增大逐渐减小, 当应变达到 0.2 时, 材料的应力随应变的增大有较大幅度的提升, 从而使得  $m$  有所增大; 当应变率为 100 s<sup>-1</sup> 时, 材料的应力随应变的增大显著提高, 导致  $m$  随应变的增大逐渐增大。高分子聚合物泡沫应变率效应产生的主要原因有 3 个方面<sup>[25-26]</sup>: (1) 基体材料的应变率敏感性; (2) 胞孔的微惯性效应; (3) 胞内气体的黏性流动。FPUF 的基体为高分子聚合物, 是一种应变率敏感性材料<sup>[25]</sup>, 动态加载下其压缩力学响应大于准静态结果, 导致 FPUF 表现出应变率强化效应。此外, 高应变率下胞孔的微惯性效应会抑制其屈曲变形, 使得材料的应力升高。随着压缩速率的升高, 泡沫材料在塑性变形过程中胞孔内的空气迅速被压缩, 而压缩空气无法在短时间内从胞孔内全部流出, 导致气体的黏性流动阻力增大, 该现象在闭孔泡沫材料内更显著, 宏观上表现为高应变率下材料出现较高的压缩应力。

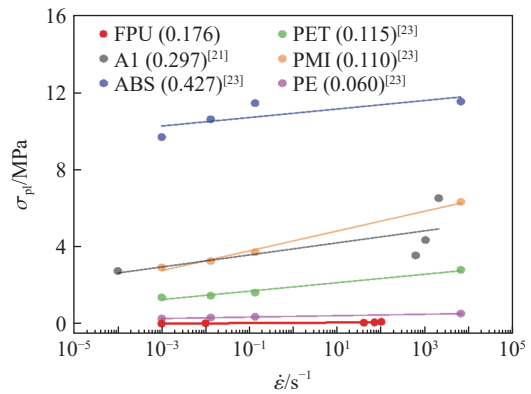


图 7 不同泡沫材料的平台应力与应变率之间的关系

Fig. 7 Relationships between plateau stress and strain rate for different foams

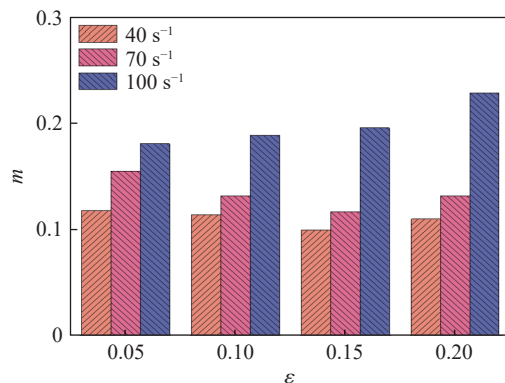


图 8 动态压缩下 FPUF 的应变率敏感性指数与应变之间的关系

Fig. 8 Relationship between strain rate sensitivity index of FPUF and strain under dynamic compression

### 2.3 能量吸收

泡沫材料的压缩应力-应变曲线中通常存在低应力平台, 导致材料能够在较低的应力水平下吸收大量能量, 当应变为  $\varepsilon_w$  时单位体积材料吸收的能量  $W$  可表示为:

$$W = \int_0^{\varepsilon_w} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5)$$

图 9 为不同应变率下单位体积 FPUF 吸收的能量  $W$  随应变的变化, 可以看出,  $W$  随应变的增大不断增大且表现出明显的应变率强化效应。当泡沫材料压缩至密实化应变后, 其压缩应力随应变的增大迅速提高, 因此当用于缓冲防护时通常希望材料在密实化应变之前吸收大部分冲击能量。不同应变率下单位体积 FPUF 在密实化应变时吸收的能量  $W_d$  如图 10 所示, 由图可知,  $W_d$  随应变率的升高逐渐增大, 表明高应变率下 FPUF 的能量吸收值更大。

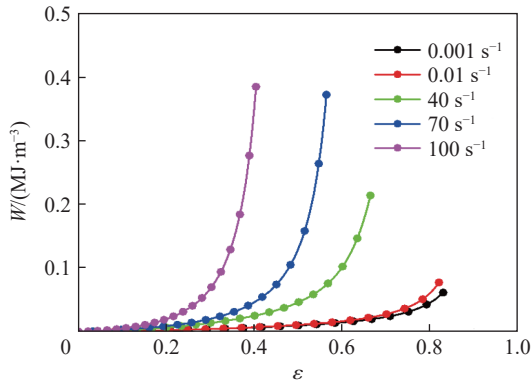


图 9 不同应变率下单位体积 FPUF 吸收的能量随应变的变化

Fig. 9 Variation of energy absorbed per unit volume of FPUF with strain at different strain rates

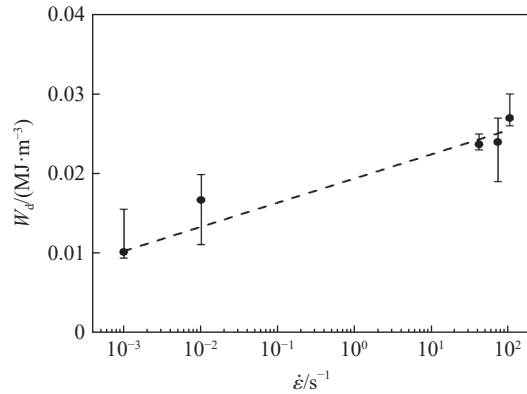


图 10 单位体积 FPUF 在密实化应变时吸收的能量随压缩应变率的变化

Fig. 10 Variation of energy absorbed per unit volume of FPUF at densification strain with compressive strain rates

最大吸能效率  $\eta_{max}$  是表征泡沫材料吸能特性的重要参数, 从图 11 可以看出, 不同应变率下 FPUF 的最大吸能效率  $\eta_{max}$  具有一定的应变率敏感性, 且随应变率的升高不断减小。结合图 3 可知,  $\eta_{max}$  与应力-应变曲线的平台段形状密切相关, 平台段越长则  $\eta_{max}$  越大。然而在实际工程应用中, 吸能效率不足以全面表征泡沫材料的吸能特性。为此, Miltz 等<sup>[27]</sup> 利用理想吸能效率  $\eta'$  来表征材料的吸能特性, 其计算方式为:

$$\eta'(\varepsilon_m) = \frac{\int_0^{\varepsilon_m} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\sigma_m \varepsilon_m} \quad (6)$$

式中,  $\sigma_m$  为应变  $\varepsilon_m$  对应的应力。此时, 最大理想吸能效率  $\eta'_{max}$  的计算方式为:

$$\left. \frac{d\eta'(\varepsilon_m)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_m} = 0 \quad (7)$$

从图 11 中不同应变率下 FPUF 的  $\eta'_{max}$  可以看出,  $\eta'_{max}$  随应变率的升高而增大, 表明较高应变率下其能量吸收特性更接近理想泡沫材料, 而空心玻璃微球填充 RPUF 也出现了相同的规律<sup>[28]</sup>。此外, 在考察的应变率范围内 FPUF 的  $\eta'_{max}$  均大于 0.6, 说明材料的吸能效果较优异。

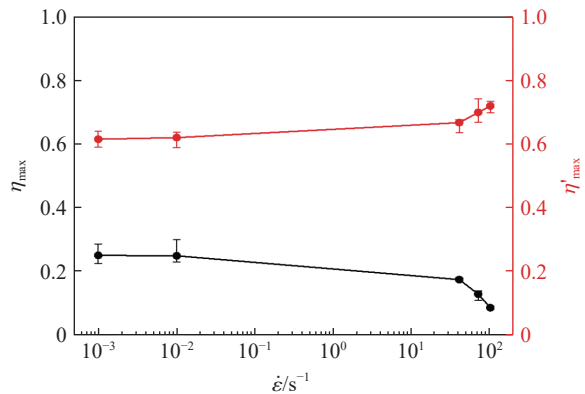


图 11 不同应变率下 FPUF 的最大吸能效率和最大理想吸能效率

Fig. 11 The maximum energy absorption efficiencies and the maximum ideal energy absorption efficiencies of FPUF at different strain rates

比吸能  $\bar{E}$  是评价泡沫材料吸能特性的另一个重要指标, 定义为单位质量材料所吸收的能量<sup>[24]</sup>:

$$\bar{E} = \frac{W}{\rho} \quad (8)$$

式中:  $\rho$  为材料的密度。

为了研究比吸能随应变率的变化规律, 本文中选取应变为 0.4 时材料的比吸能进行分析, 如图 12 所示。可以看出, 随着应变率的升高, 准静态加载下 FPUF 的比吸能相差不大, 当应变率高于  $0.01 \text{ s}^{-1}$  时其比吸能显著提高。此外, 图中还对比了以乙烯-醋酸乙烯聚合物 (ethylene-vinyl acetate copolymer, EVA)<sup>[29]</sup>、发泡聚乙烯 (expanded polyethylene, EPE)<sup>[29]</sup>、二氧化硅增强聚氨酯 (silica reinforced polyurethane, PU/SiO<sub>2</sub>)<sup>[30]</sup> 和陶瓷填充聚氨酯 (ceramic filled polyurethane, PU/C)<sup>[30]</sup> 为基体泡沫材料在压缩应变为 0.4 时的比吸能。可以看出, 由于不同材料压缩力学响应具有不同的应变率敏感性, 导致其比吸能随应变率的变化趋势有所不同。此外, 与图中其他材料相比, 准静态加载下 FPUF 的比吸能相对较小。当应变率升至  $100 \text{ s}^{-1}$  时, 由于此时 FPUF 已进入密实化段, 材料所吸收的能量迅速增大, 导致其比吸能显著提高。

### 3 本构模型

泡沫材料通常具有细观结构多样、胞孔大小不均等特点, 导致从微尺度层面构建其本构模型较复杂, 目前研究者主要结合宏观力学性能实验来研究其本构关系。其中, 以 S-F 模型<sup>[13]</sup> 为代表基于实验结果的经验型本构模型和以 Avalle 模型<sup>[14]</sup> 为代表半经验型本构模型被广泛使用。由图 8 可知, FPUF 具有应变率强化效应且应变率敏感性指数受应变和应变率的耦合影响, 而 S-F 模型中材料的应变率敏感性指数只与应变线性相关, Avalle 模型仅适用于准静态加载工况, 为了准确描述不同应变率下材料的应力-应变响应, 需对模型进行修正。

#### 3.1 Sherwood-Frost 修正模型

为了准确描述率温耦合下泡沫材料的压缩力学响应, 在 Nage 模型<sup>[31]</sup> 的基础上, 通过引入环境温度和材料密度相关参量, Sherwood 等<sup>[13]</sup> 提出了考虑多因素影响的 S-F 模型, 材料的应力  $\sigma$  为:

$$\sigma = H(T)G(\rho)f(\varepsilon)M(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) \quad (9)$$

式中:  $H(T)$  和  $G(\rho)$  分别为环境温度和材料密度的影响函数, 形状函数  $f(\varepsilon)$  为参考应变率 (本文中取  $0.001 \text{ s}^{-1}$ ) 下材料的力学响应,  $M(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  反映了应变率的影响。  $H(T)$ 、 $G(\rho)$ 、 $f(\varepsilon)$  和  $M(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$  分别表示为<sup>[7, 32]</sup>:

$$H(T) = 1 - \left( \frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^p \quad (10)$$

$$G(\rho) = \bar{\rho}^{m_1} \varepsilon^{m_2(\bar{\rho}-1)} \quad (11)$$

$$f(\varepsilon) = \sum_{i=1}^n A_i \varepsilon^i \quad (12)$$

$$M(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^{a+b\varepsilon} \quad (13)$$

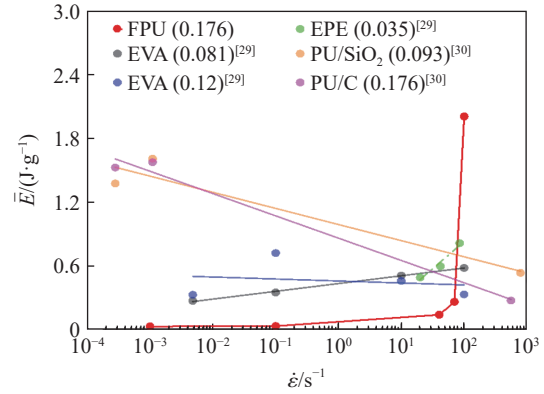


图 12 不同泡沫材料的比吸能与应变率的关系

Fig. 12 Relationship between specific energy absorption of different foams and strain rate

式中:  $T$ 、 $T_r$  和  $T_m$  分别为实验温度、参考温度和环境温度;  $p$ 、 $m_1$ 、 $m_2$ 、 $A_i$ 、 $a$  和  $b$  为待定参数。因本文实验均在室温下开展且材料密度不变,  $H(T)$  和  $G(\rho)$  均取 1<sup>[13]</sup>。从式 (12) 可以看出, 形状函数  $f(\varepsilon)$  为应变的级数, 且  $n$  越大拟合精度越高, 但同时会增加计算量, 因此使用该模型时应充分平衡精度和计算量之间的关系。利用最小二乘法, 通过对应变率  $0.001 \text{ s}^{-1}$  时 FPUF 的实验结果进行拟合, 发现当  $n=8$  时便达到很好的预测效果, 如图 13 所示, 此时形状函数  $f(\varepsilon)$  的参数值见表 1。

研究表明, 利用式 (13) 得到的拟合结果和 FPUF 的实验数据整体上差别较大。为了准确描述静动态加载下材料的应力-应变响应, 基于压缩实验结果, 把应变率项修正为:

$$M(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 1 + e^{a_1 + a_2(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)^{n_0} + a_3\varepsilon} \quad (14)$$

式中:  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  和  $n_0$  为材料参数。参考应变率取  $0.001 \text{ s}^{-1}$ , 利用最小二乘法进行数据拟合, 得到的表达式为:

$$M(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 1 + e^{-10.378 + 0.003(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)^{0.704} + 12.354\varepsilon} \quad (15)$$

把式 (12) 和 (14) 代入式 (9), 得到 FPUF 修正的 S-F 本构关系:

$$\sigma = \sum_{i=1}^8 A_i \varepsilon^i \left( 1 + e^{-10.378 + 0.003(\dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0)^{0.704} + 12.354\varepsilon} \right) \quad (16)$$

图 14 对比了模型预测和实验结果, 可以看出, 修正后的 S-F 模型可以很好地表征不同应变率下 FPUF 的压缩应力-应变响应。

### 3.2 Avalle 修正模型

从上述结果可知, 虽然修正后的 S-F 模型可以准确描述 FPUF 的静动态压缩力学响应, 但由于形状函数  $f(\varepsilon)$  为八次多项式, 模型参数较多, 使用过程复杂。为了便于工程应用, Avalle 等<sup>[14]</sup> 提出了五参数模型 ( $A$ 、 $E$ 、 $m_0$ 、 $n$  和  $B$ ) 来表征泡沫材料的压缩应力-应变响应:

$$\sigma = A \left( 1 - e^{-\varepsilon(E/A)(1-\varepsilon)^{m_0}} \right) + B \left( \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^n \quad (17)$$

式中:  $E$  和  $A$  分别为材料的弹性模量和平台应力,  $m_0$ 、 $n$  和  $B$  为应变相关参数。以  $0.001 \text{ s}^{-1}$  为参考应变率, 此时 FPUF 的弹性模量和平台应力分别为  $0.168$  和  $0.0196 \text{ MPa}$ 。利用最小二乘法, 对实验结果进行拟合, 得到 Avalle 模型的表达式 ( $\sigma$  的单位为 MPa) 为:

$$\sigma = 0.0196 \left( 1 - e^{-8.571\varepsilon(1-\varepsilon)^{0.922}} \right) + 0.012 \left( \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^{2.511} \quad (18)$$

图 15 为准静态加载下 Avalle 模型的预测结果与实验结果的对比, 可以看出两者吻合较好, 然而该模型没有考虑应变率的影响。为了准确描述不同应变率下 FPUF 的压缩应力-应变响应, 通过在式 (18) 右侧乘以式 (14) 所示的应变率项对 Avalle 模型进行修正, 并利用最小二乘法进行数据拟合, 得到修正的 Avalle 模型 ( $\sigma$  的单位为 MPa):

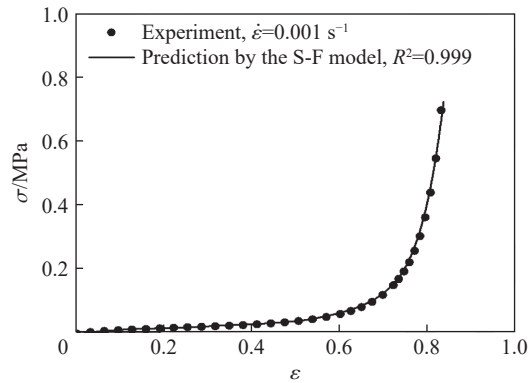


图 13 S-F 模型的预测结果和实验结果的对比

Fig. 13 Comparison of the prediction by the S-F model with the experimental result

表 1 形状函数  $f(\varepsilon)$  的参数

Table 1 Fitting parameters of the shape function  $f(\varepsilon)$

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$
-0.014	4.75	-59.04	332.27	-997.66	1653.19	-1426.30	501.74

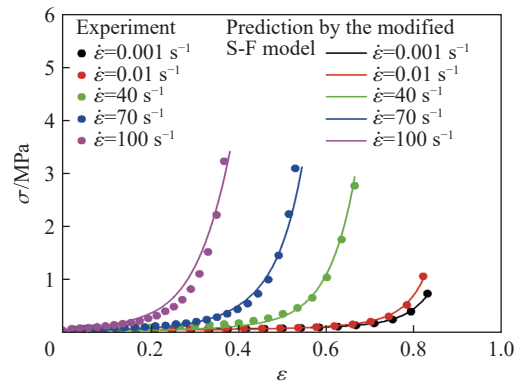


图 14 修正后的 S-F 模型的预测结果和实验结果的对比

Fig. 14 Comparison of the predictions by the modified S-F models with the experimental results



$$\sigma = \left[ 0.0196 \left( 1 - e^{-8.571\epsilon(1-\epsilon)^{-0.922}} \right) + 0.012 \left( \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \right)^{2.511} \right] \left( 1 + e^{-10.030+0.004(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0)^{0.684}+12.115\epsilon} \right) \quad (19)$$

图 16 为修正的 Avalle 模型的预测结果与实验结果的对比,可以看出,修正后的 Avalle 模型可以很好地表征应变率对 FPUF 应力-应变响应的影响。与修正的 S-F 模型相比,修正后的 Avalle 模型参数较少且其中  $E$  和  $A$  的物理意义明确,便于工程应用。

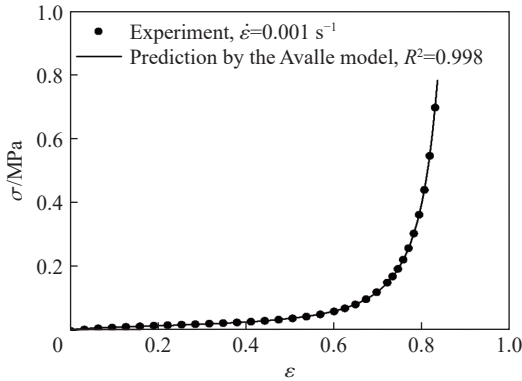


图 15 Avalle 模型的预测结果与实验结果的对比  
Fig. 15 Comparison of the prediction by the Avalle model with the experimental result

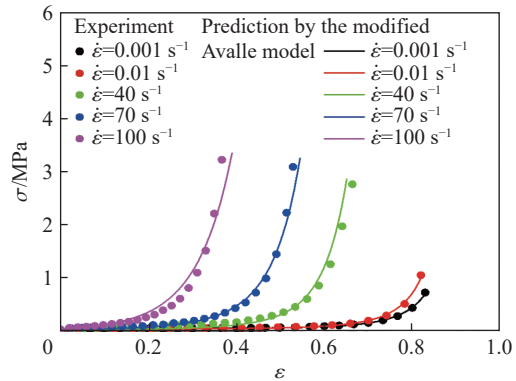


图 16 修正后的 Avalle 模型的预测结果与实验结果的对比  
Fig. 16 Comparison of the predictions by the modified Avalle model with the experimental results

## 4 结 论

利用万能试验机和落锤试验机研究了  $0.001 \sim 100 \text{ s}^{-1}$  应变率范围内软质聚氨酯泡沫的压缩力学性能,分析了其应力-应变响应特征和应变率敏感性,讨论了应变率对其应变率敏感性指数和能量吸收特性的影响,建立了可准确表征材料静动态压缩力学响应的本构模型,获得的主要结论如下。

(1) 静动态加载下,软质聚氨酯泡沫的应力-应变响应表现出弹性段、平台段和密实化段的三阶段特征,材料具有明显的应变率强化效应,且应变率敏感性指数受应变率和压缩应变的耦合影响。

(2) 准静态加载下,软质聚氨酯泡沫具有较高的能量吸收效率而能量吸收值较小,应变率对最大吸能效率和比吸能的影响较小;动态加载下,随着应变率的升高,最大吸能效率逐渐降低而比吸能明显升高,应变率为  $100 \text{ s}^{-1}$  时其比吸能显著高于其他加载工况。

(3) 通过引入应变率相关参量,修正后的 S-F 模型和 Avalle 模型均能够很好地表征静动态压缩加载下软质聚氨酯泡沫的力学响应,但修正后的 Avalle 模型的参数较少,更便于工程应用。

## 参考文献:

- [1] ZARETSKY E, ASAF Z, RAN E, et al. Impact response of high density flexible polyurethane foam [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2012, 39(1): 1–7. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2011.09.004.
- [2] KIM T R, SHIN J K, GOH T S, et al. Modeling of elasto-viscoplastic behavior for polyurethane foam under various strain rates and temperatures [J]. *Composite Structures*, 2017, 180: 686–695. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.08.032.
- [3] 吴昊, 姜锡权. 较低应变率大应变条件下聚氨酯泡沫材料的动态力学性能实验 [J]. *爆炸与冲击*, 2011, 31(4): 392–396. DOI: 10.11883/1001-1455(2011)04-0392-05.
- WU H, JIANG X Q. Experimental study on dynamic properties of polyurethane foam subjected to large strains and low strain rates [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2011, 31(4): 392–396. DOI: 10.11883/1001-1455(2011)04-0392-05.
- [4] OUELLET S, CRONIN D, WORSWICK M. Compressive response of polymeric foams under quasi-static, medium and high strain rate conditions [J]. *Polymer Testing*, 2006, 25(6): 731–743. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2006.05.005.
- [5] 林玉亮, 卢芳云, 王晓燕, 等. 低密度聚氨酯泡沫压缩行为实验研究 [J]. *高压物理学报*, 2006, 20(1): 88–92. DOI:

- 10.11858/gywxb.2006.01.017.
- LIN Y L, LU F Y, WANG X Y, et al. Experimental study of the compressible behavior of low-density polyurethane foam [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2006, 20(1): 88–92. DOI: 10.11858/gywxb.2006.01.017.
- [6] 胡时胜, 刘剑飞, 王梧. 硬质聚氨酯泡沫塑料的缓冲吸能特性评估 [J]. *爆炸与冲击*, 1998, 18(1): 42–47.
- HU S S, LIU J F, WANG W. Evaluation of cushioning properties and energy-absorption capability of rigid polyurethane foam [J]. *Explosion and Shock Waves*, 1998, 18(1): 42–47.
- [7] 胡时胜, 刘剑飞, 王梧. 硬质聚氨酯泡沫塑料本构关系的研究 [J]. *力学学报*, 1998, 30(2): 151–156. DOI: 10.6052/0459-1879-1998-2-1995-111.
- HU S S, LIU J F, WANG W. Study of the constitutive relationship of rigid polyurethane foam [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 1998, 30(2): 151–156. DOI: 10.6052/0459-1879-1998-2-1995-111.
- [8] SERRA-AGUILA A, PUIGORIOL-FORCADA J M, REYES G, et al. Viscoelastic models revisited: characteristics and interconversion formulas for generalized Kelvin-Voigt and Maxwell models [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2019, 35(6): 1191–1209. DOI: 10.1007/s10409-019-00895-6.
- [9] YANG L M, SHIM V P W. A visco-hyperelastic constitutive description of elastomeric foam [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2004, 30(8/9): 1099–1110. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.03.011.
- [10] GIBSON L J, ASHBY M F, ZHANG J, et al. Failure surfaces for cellular materials under multiaxial loads-I. Modelling [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1989, 31(9): 635–663. DOI: 10.1016/S0020-7403(89)80001-3.
- [11] COMBAZ E, BACCIARINI C, CHARVET R, et al. Yield surface of polyurethane and aluminium replicated foam [J]. *Acta Materialia*, 2010, 58(15): 5168–5183. DOI: 10.1016/j.actamat.2010.05.053.
- [12] RUSCH K C. Load-compression behavior of flexible foams [J]. *Rubber Chemistry and Technology*, 1970, 43(4): 758–770. DOI: 10.5254/1.3547286.
- [13] SHERWOOD J A, FROST C C. Constitutive modeling and simulation of energy absorbing polyurethane foam under impact loading [J]. *Polymer Engineering and Science*, 1992, 32(16): 1138–1146. DOI: 10.1002/pen.760321611.
- [14] AVALLE M, BELINGARDI G, IBBA A. Mechanical models of cellular solids: parameters identification from experimental tests [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2007, 34(1): 3–27. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.06.012.
- [15] ELLIOTT J A, WINDLE A H, HOBDELL J R, et al. *In-situ* deformation of an open-cell flexible polyurethane foam characterised by 3D computed microtomography [J]. *Journal of Materials Science*, 2002, 37(8): 1547–1555. DOI: 10.1023/A:1014920902712.
- [16] TU Z H, SHIM V P W, LIM C T. Plastic deformation modes in rigid polyurethane foam under static loading [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38(50/51): 9267–9279. DOI: 10.1016/S0020-7683(01)00213-X.
- [17] LU T J, ONG J M. Characterization of close-celled cellular aluminum alloys [J]. *Journal of Materials Science*, 2001, 36(11): 2773–2786. DOI: 10.1023/A:1017977216346.
- [18] PAUL A, RAMAMURTY U. Strain rate sensitivity of a closed-cell aluminum foam [J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2000, 281(1/2): 1–7. DOI: 10.1016/S0921-5093(99)00750-9.
- [19] TAN P J, HARRIGAN J J, REID S R. Inertia effects in uniaxial dynamic compression of a closed cell aluminium alloy foam [J]. *Materials Science and Technology*, 2002, 18(5): 480–488. DOI: 10.1179/026708302225002092.
- [20] LI Q M, MAGKIRIADIS I, HARRIGAN J J. Compressive strain at the onset of densification of cellular solids [J]. *Journal of Cellular Plastics*, 2006, 42(5): 371–392. DOI: 10.1177/0021955x06063519.
- [21] JING L, SU X Y, YANG F, et al. Compressive strain rate dependence and constitutive modeling of closed-cell aluminum foams with various relative densities [J]. *Journal of Materials Science*, 2018, 53(20): 14739–14757. DOI: 10.1007/s10853-018-2663-z.
- [22] LI P, GUO Y B, ZHOU M W, et al. Response of anisotropic polyurethane foam to compression at different loading angles and strain rates [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2019, 127: 154–168. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2018.12.009.
- [23] DEL ROSSO S, IANNUCCI L. On the compressive response of polymeric cellular materials [J]. *Materials*, 2020, 13(2): 457. DOI: 10.3390/ma13020457.
- [24] SABIROV I, BARNETT M R, ESTRIN Y, et al. The effect of strain rate on the deformation mechanisms and the strain rate

- sensitivity of an ultra-fine-grained Al alloy [J]. *Scripta Materialia*, 2009, 61(2): 181–184. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2009.03.032.
- [25] SUBHASH G, LIU Q L, GAO X L. Quasistatic and high strain rate uniaxial compressive response of polymeric structural foams [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2006, 32(7): 1113–1126. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.11.006.
- [26] GIBSON L J, ASHBY M F. Cellular solids: structure and properties [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997.
- [27] MILTZ J, GRUENBAUM G. Evaluation of cushioning properties of plastic foams from compressive measurements [J]. *Polymer Engineering and Science*, 1981, 21(15): 1010–1014. DOI: 10.1002/pen.760211505.
- [28] 卢子兴, 袁应龙. 高应变率加载下复合泡沫塑料的吸能特性及失效机理研究 [J]. *复合材料学报*, 2002, 19(5): 114–117. DOI: 10.3321/j.issn:1000-3851.2002.05.022.
- LU Z X, YUAN Y L. Investigation into the energy absorption and failure characteristics of syntactic foams at high strain rates [J]. *Acta Materialiae Compositae Sinica*, 2002, 19(5): 114–117. DOI: 10.3321/j.issn:1000-3851.2002.05.022.
- [29] 王文康, 廖瑜, 王高胜. 聚合物泡沫材料中低应变率压缩力学性能研究 [J]. *合成材料老化与应用*, 2018, 47(6): 26–30; 50. DOI: 10.16584/j.cnki.issn1671-5381.2018.06.007.
- WANG W K, LIAO Y, WANG G S. Study on compressive mechanical properties of polymer foams at low and medium strain rates [J]. *Synthetic Materials Aging and Application*, 2018, 47(6): 26–30; 50. DOI: 10.16584/j.cnki.issn1671-5381.2018.06.007.
- [30] HUANG W, XU H J, FAN Z H, et al. Compressive response of composite ceramic particle-reinforced polyurethane foam [J]. *Polymer Testing*, 2020, 87: 106514. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2020.106514.
- [31] NAGY A, KO W L, LINDHOLM U S. Mechanical behavior of foamed materials under dynamic compression [J]. *Journal of Cellular Plastics*, 1974, 10(3): 127–134. DOI: 10.1177/0021955X7401000306.
- [32] 王鹏飞, 徐松林, 胡时胜. 基于温度与应变率相互耦合的泡沫铝本构关系 [J]. *高压物理学报*, 2014, 28(1): 23–28. DOI: 10.11858/gywlyxb.2014.01.004.
- WANG P F, XU S L, HU S S. A constitutive relation of aluminum foam coupled with temperature and strain rate [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2014, 28(1): 23–28. DOI: 10.11858/gywlyxb.2014.01.004.

(责任编辑 张凌云)