

DOI: 10.11883/bzycj-2022-0408

基于 Monte Carlo 方法的磁驱动准等熵压缩实验不确定度量化评估*

潘忻彤¹, 罗斌强¹, 张旭平¹, 彭辉¹, 陈学秒¹, 王桂吉¹, 谭福利¹, 赵剑衡², 孙承伟¹

(1. 中国工程物理研究院流体物理研究所, 四川 绵阳 621999;

2. 中国工程物理研究院应用电子研究所, 四川 绵阳 621999)

摘要: 磁驱动准等熵压缩实验是研究材料偏离 Hugoniot 状态高压物性和动力学行为的重要实验技术之一, 开展不确定度量化评估具有重要意义和价值。基于 Monte Carlo 原理, 结合磁驱动准等熵压缩实验过程分析、Lagrange 分析和特征线正向数据处理方法建立了适用于此类实验的 Monte Carlo 不确定度量化评估方法, 实现利用磁驱动准等熵压缩实验获取材料声速、应力、应变等物理量以及状态方程和本构关系等物理模型的不确定度量化评估。利用建立的不确定度评估方法, 对文献中已开展的钽、铜和 NiTi 合金的磁驱动准等熵压缩实验结果进行不确定度量化评估与分析。结果表明, 基于本文中方法的评估结果与国外文献以相同原理得到的评估结果一致。对基于 CQ-4 装置开展的 NiTi 合金磁驱动准等熵压缩实验的评估结果表明, 设计的磁驱动准等熵压缩实验是一种可靠的精密物理实验。在此基础上, 深入讨论了磁驱动准等熵压缩实验的误差相关性和敏感性。结果表明: 台阶样品厚度和粒子速度的测量是影响实验精度的主要因素。

关键词: 磁驱动准等熵压缩; 不确定度; Monte Carlo 方法; 量化评估

中图分类号: O383

国标学科代码: 13035

文献标志码: A

Uncertainty quantification of magnetically driven quasi-isentropic compression experiments based on the Monte Carlo method

PAN Xintong¹, LUO Binqiang¹, ZHANG Xuping¹, PENG Hui¹, CHEN Xuemiao¹, WANG Guiji¹,
TAN Fuli¹, ZHAO Jianheng², SUN Chengwei¹

(1. Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, Sichuan, China;

2. Institute of Applied Electronics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, Sichuan, China)

Abstract: Magnetically driven quasi-isentropic compression is one of the important experimental techniques to study high-pressure physics and dynamic behaviors of materials under off Hugoniot states. It is of great significance to carry out quantitative evaluation of experimental uncertainty. By combining with the process analysis of magnetically driven quasi-isentropic compression experiments and two forward data processing methods, an uncertainty quantitative evaluation method was established for such experiments based on the Monte Carlo method (MCM). The uncertainty quantification evaluations of physical quantities such as sound speed, stress, strain, and the parameters of equations of state and constitutive models were realized. Compared with the conventional method such as guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM), the MCM uncertainty evaluation is more applicable to the cases in which the probability distribution of the input quantities is non-symmetric and the measurement model is non-linear. In fact, the uncertainty evaluation results obtained by the MCM is reasonable and not the ones under the maximum estimation condition. Employing the law of large numbers, nested cycle

* 收稿日期: 2022-09-22; 修回日期: 2022-12-19

基金项目: 国家自然科学基金(92166201)

第一作者: 潘忻彤(1997—), 女, 硕士研究生, panxintong20@gscap.ac.cn

通信作者: 王桂吉(1977—), 男, 博士, 研究员, wangguiji@126.com

setting of the probability density functions (PDF) and nested loop construction of virtual samples makes the uncertainty evaluation results more accurate. By using the established MCM uncertainty evaluation method, the uncertainty evaluations of the experimental results of tantalum and copper samples under magnetically-driven quasi-isentropic compression were quantitatively analyzed firstly. The results are consistent with the data proposed in the literatures, which proves the correctness and reliability of our method. And then, the quantitative evaluation was conducted on magnetically-driven quasi-isentropic compression experiments of NiTi alloy carried out on a CQ-4 device. The results show that the experiments on the CQ-4 device are reliable and precise for high-pressure physics and material dynamics studies. Finally, the error correlation and sensitivity of magnetically-driven quasi-isentropic compression experiments were discussed in depth, and the results show that the measurements of step sample thickness and particle velocity are the main factors affecting the experimental accuracy but have different influence weights. This work has important guiding significance for studying high-pressure physics and dynamic behaviors of materials by using magnetically-driven quasi-isentropic compression experimental technology.

Keywords: magnetically-driven quasi-isentropic compression; uncertainty; Monte Carlo method; quantitative evaluation

磁驱动准等熵加载实验, 是研究材料偏离 Hugoniot 状态的重要实验技术之一, 目前已被广泛应用于材料的高压物性和动力学行为研究。磁驱动准等熵压缩作为一种连接静态压缩和冲击压缩的重要桥梁, 可对基于静高压和冲击压缩建立的材料高压状态方程的适用性做出关键性的鉴别。同时, 不确定度评定是磁驱动准等熵压缩实验和 Hugoniot 实验的一项重要工作。因此, 开展磁驱动准等熵压缩实验的不确定度量化评估, 对改进实验设计、获取高精度实验数据, 验证和校核材料物态方程、本构关系等物理模型和参数具有重要意义^[1-3]。

针对磁驱动准等熵压缩实验的不确定度评价, 早期国内外学者大多采用不确定度传递律方法 (guide to the expression of uncertainty in measurement, GUM)。通过误差传递公式, 由不确定度源导出输出量 (声速、应力、应变等) 的不确定度评估结果。Davis 等^[4-6]、Hall 等^[7]、Seagle 等^[8]、罗斌强等^[9] 和张红平等^[10] 基于 GUM 方法, 由数学模型导出了声速、应力、应变等输出量的误差传递公式, 给出了不确定度的极大估计, 相关工作对指导磁驱动准等熵压缩实验开展具有重要参考价值。然而, 当输入量的概率分布呈非对称分布或测量模型为非线性模型时, 用 GUM 不确定度框架得到输出量在确定置信度条件下的包含区间可能失真; 当无法明确不确定源与输出量之间的误差传递关系式时, GUM 方法的评估结果无法引入这部分不确定源。此外, 由于磁驱动准等熵压缩实验中压力、应变等物理量是由测量得到的粒子速度等过程量通过函数积分得到的, GUM 方法只能给出相关物理量不确定度的极大估计。

鉴于 GUM 方法在评估磁驱动准等熵压缩实验不确定度方面的局限性, 近些年来, 涉及磁驱动准等熵压缩实验研究的学者开始探索其他方法进行不确定度量化评估。2013 年, 美国 Sandia 实验室的 Brown 等^[11] 将 Monte Carlo 方法 (MCM) 应用于磁驱动准等熵压缩实验不确定度评估, 避免了 GUM 方法的上述局限性, 只给出了峰值处的不确定度评价结果, 没有给出相关物理量过程相关性的不确定度, 且具体的算法及分析过程未见报道。国内学者关于基于 MCM 评估准等熵压缩实验不确定度的工作未见报道。本文中, 拟在分析磁驱动准等熵压缩实验、数据处理方法和物理模型相关的不确定度来源的基础上, 基于 Monte Carlo 原理以及等熵压缩实验的 Lagrange 正向数据处理方法和特征线直接计算方法, 建立磁驱动准等熵压缩实验的不确定度量化评估的 Monte Carlo 方法, 用于 Z 机器和 CQ 系列装置上开展的磁驱动准等熵实验的不确定度量化评估, 验证磁驱动准等熵压缩实验的精密性, 同时探讨不确定度源的误差项的相关性和敏感性, 用于指导今后磁驱动准等熵压缩实验设计和应用工作。

1 磁驱动准等熵压缩实验的不确定度来源

磁驱动准等熵压缩实验原理如图 1 所示, 强电脉冲功率装置放电产生的脉冲大电流流经平行导电电极 (负载电极) 构成的 U 形回路, 由于趋肤效应, 电流集中在正、负电极板的内表面, 并与其感生的强磁场相互作用产生洛伦兹力, 等熵压缩的磁压力与流经极板的电流的关系为^[12]:

$$p = \frac{1}{2} k m_0 \left(\frac{I}{w} \right)^2 \quad (1)$$

式中: p 为磁压力, k 为电极构型系数, m_0 为真空磁导率, I 为放电电流, w 为电极板宽度。

将不同厚度的台阶样品用环氧胶粘在电极板镗孔的表面。从装置放电开始, 在正、负电极板内表面产生的平滑上升压力波沿电极厚度方向传播进入不同厚度的样品。采用优化的电极结构和尺寸设计, 可保证多个电极样品区域加载的不均匀性控制在 1% 以内, 且多个不同厚度样品的组合, 有利于减少实验发次, 以降低实验的系统误差^[13]。采用激光多普勒干涉测速技术 (photonic Doppler velocimetry, PDV) 测量不同厚度样品的自由面或界面粒子速度^[14-15], 采用正向 Lagrange 分析^[16]、特征线计算^[10,17] 或力学运动方程组的反向积分^[18-19] 等方法计算材料在实验压力范围内的声速、等熵压缩线, 进而确定状态方程、本构关系等物理模型的参数。

根据磁驱动准等熵压缩实验过程, 可以确定其不确定度来源主要有:

- (1) 加载过程中洛伦兹力的分布不均匀性;
- (2) 粘接胶层厚度差带来的时间序列偏移;
- (3) 速度的测量精度、测速设备不同通道之间的零点时间差;
- (4) 台阶样品材料的密度、初始声速等性质参数的测量不确定度;
- (5) 台阶样品的加工与测量不确定度;
- (6) 数据处理方法引入的不确定度。

2 基于 Monte Carlo 方法的不确定度量化评估流程

Monte Carlo 方法的基本思想是当所求问题的解是与概率、数学期望相关的量时, 通过某种试验方法得出该事件的发生频率, 或者该随机变量若干个具体观察值的算术平均值, 由此得到问题的解^[20]。因此, 基于 Monte Carlo 方法对实验的不确定度进行评价的本质, 即在外部实验条件(实验操作的随机性、测量环境等条件)完全一致的情况下, 结合已知信息构造各输入量的伪随机数组来模拟若干次 ($m > 10^5$) 的重复实验及数据的测量, 依次对每一组虚拟数据样本(即一次完整的模拟实验及数据测量)进行数据处理获得对应的若干组输出量, 并对输出量的整体样本进行统计计算, 以此得到仅考虑实验过程中的误差及测量不确定度情况下数据处理结果的不确定度评价。

本文中基于 Lagrange 正向数据处理方法^[16] 和特征线直接计算方法^[17] 的数据处理模型, 建立磁驱动准等熵压缩实验的不确定度量化评估方法。从基于 Monte Carlo 原理评价不确定度的 3 个主要阶段, 介绍适用于磁驱动准等熵压缩实验的 Monte Carlo 不确定度量化评价方法, 图 2 给出了主要阶段的示意图。

基于数据处理方法的数学模型和实验过程的不确定度来源, 确定影响输出量的输入量, 并建立关联输入量与输出量的模型。通过测量数据的已知信息, 基于贝叶斯定理或最大熵原理, 为独立输入量设定概率密度函数; 为非独立的输入量设定其联合概率密度函数, 基于输入量的概率密度函数进行抽样, 获得输入量的伪随机数组(虚拟测量样本), 一般的概率密度函数的设定原则和抽样方法见文献 [21-22]。依次对每一组虚拟测量值进行数据处理, 得到对应的数据处理结果——输出量模型值, 对其整体样本进行统计计算即可得到实验结果的不确定度评价信息。

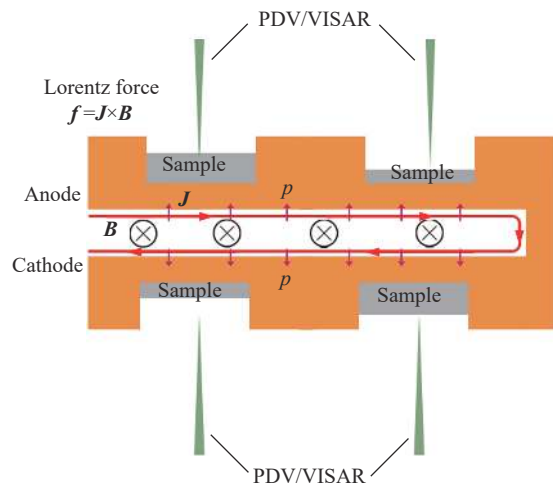


图 1 磁驱动准等熵压缩实验原理图

Fig. 1 A principle of magnetically-driven quasi-isentropic compression experiment

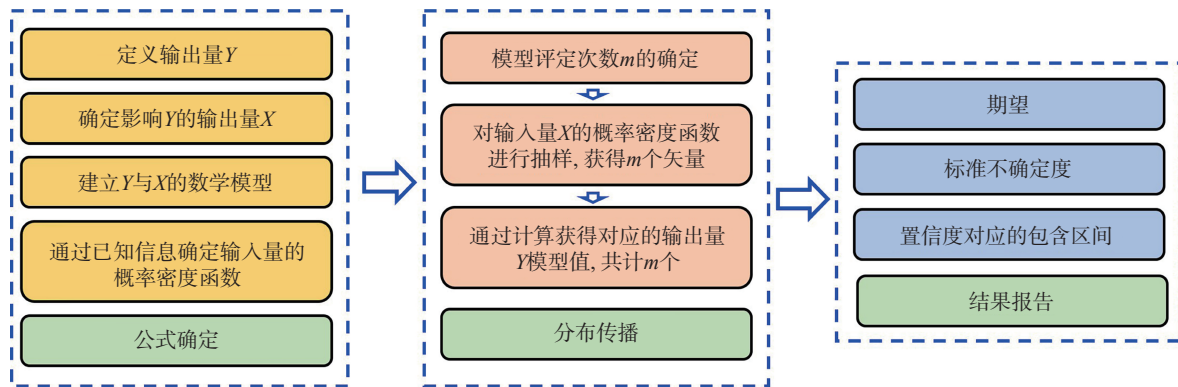


图 2 基于 Monte Carlo 原理评价不确定度的主要阶段

Fig. 2 The main stages of evaluation uncertainty based on the Monte Carlo method

为了适用于磁驱动准等熵压缩实验, 采用嵌套循环的方式, 基于加载均匀性、实验过程相关量测量、数据处理以及模型参数的不确定度三部分, 进行输入量的伪随机数组抽样构造。基于 Monte Carlo 方法评估准等熵压缩实验的不确定度基本流程见图 3。

加载均匀性引入的不确定度对整条曲线产生统一影响, 因此采用以 1 为估计值, 其磁压力分布不均匀性度量值为其标准差, 构造两组服从均匀分布的曲线修正系数, 作为外部循环。对曲线的构造作为内循环, 具体过程如下: 自由面(界面)速度曲线测量不确定度由速度的测量精度及时间轴方向的不确定度两部分组成, 且这两部分不确定度相互独立, 因此, 需要对测量曲线上每一个点的横、纵坐标分别构造其独立的伪随机数组。台阶样品密度、厚度等单值数据的不确定度构造原则如下: 通过已知的测量数据的信息, 选择合适的概率密度函数构造原则及抽样方法, 构造若干组虚拟输入样本; 当输入量不确定度由多部分因素决定或输入量本身为合成量的情况时, 均以梯形分布为该量的分布形式, 但抽样方法根据每一部分不确定度的特征及已知信息决定。例如: 用 Lagrange 分析方法时, 将厚度差作为独立的输入量, 采用梯形分布, 设定台阶样品的厚度的抽样方法与正态分布的一致。由上述方法得到若干组虚拟实验数据, 并对所有的独立输入量进行独立性验证, 再进行下一步处理。

当数据处理模型涉及的参数具有不确定度时, 由于此类参数与材料本身的性质相关, 即引入模型的不确定度。因此, 从 MCM 方法的本质出发, 每一组参数对应 m 组伪实验测量样本, 即共计 $m \times m$ 组伪输入量样本, 依次对每一组数据进行处理分析, 进行统计。(横向比较)每一组参数样本对应的不确定度评价结果为实验测量引入的不确定度; (纵向比较)基于真实实验数据结合模型参数的伪随机样本处理得到的评价结果为模型引入的不确定度, 结合所有的数据处理样本 ($m \times m$) 得到的不确定度评价结果, 才是基于此模型的实验不确定度评价结果。

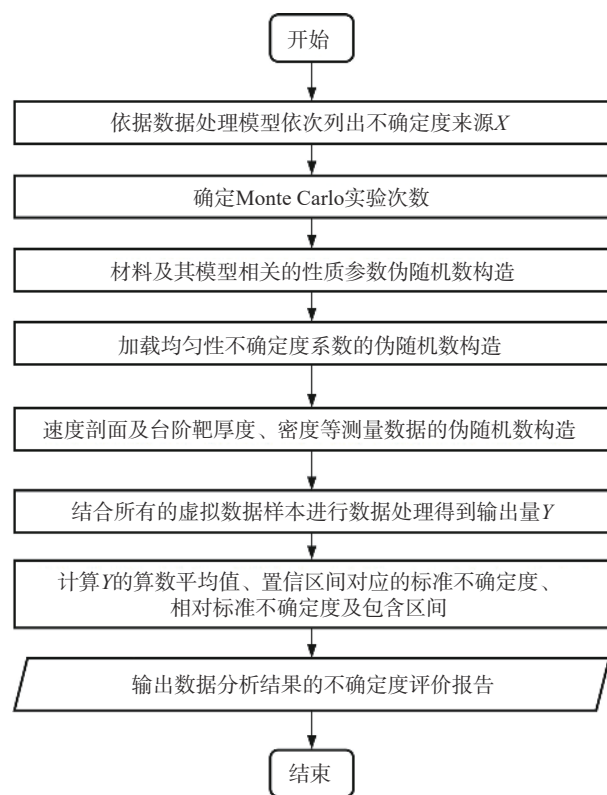


图 3 磁驱动准等熵压缩实验的 Monte Carlo 不确定度评价流程

Fig. 3 Monte Carlo uncertainty evaluation process for magnetically-driven quasi-isentropic compression experiments

磁驱动准等熵压缩实验处理得到的等熵压缩线是一条过程曲线, 因此基于 Monte Carlo 方法得到的输出量不确定度评价结果也为过程量, 以过程曲线的形式呈现, 即得到了整个实验过程中声速、应力、应变和比容等输出量的不确定度评价结果。此外, 可以进一步基于数据处理得到的若干组样本值分析输出量与输入量的误差相关性与敏感性。误差相关性分析流程如图 4 所示。

采用相关系数^[23]分析输出量和输入量误差的线性相关性, 计算公式如下:

$$R_{X,Y} = \frac{\text{cov}(X,Y)}{S_X S_Y} = \frac{E[(X-\bar{X})(Y-\bar{Y})]}{S_X S_Y} \quad (2)$$

式中: X 、 Y 为输出量误差与其对应的输入量误差样本, R 为变量的相关系数, $\text{cov}(X,Y)$ 为变量 X 、 Y 的协方差, S_X 、 S_Y 为对应的标准差。

除考虑输出量与作为不确定度源的输入量误差外, 由数学模型可知, 应力、应变等输出量由声速进行积分计算得到。因此, 将计算得到的声速也看作中间输入量, 讨论应力、应变与声速的误差相关性, 可以进一步分析积分计算是否会导致误差的累计。灵敏系数可由输出量的标准差与相应输入量的标准不确定度作商得到^[22], 在分析误差的敏感系数时, 由于输入量与输出量的量纲不统一, 因此以输出量与对应输入量相对误差的标准差的比值作为其误差的敏感系数。综上, 得到了考虑误差相关性与敏感性分析的磁驱动准等熵压缩实验的不确定度量化评价方法。

3 典型磁驱动准等熵压缩实验的不确定度量化评估

利用上述建立的 MCM 不确定度量化评估方法, 开展了钽、铜和 NiTi 合金的磁驱动准等熵压缩实验的不确定度评估。钽和铜的实验数据源于文献 [24, 26] 中 Z 机器上的实验结果, NiTi 合金的实验数据为文献 [27] 中 CQ-4 装置的实验结果。

3.1 钽

钽样品的准等熵加载实验数据来源于文献 [24] 中的 Z-2516 实验, 实验中样品和极板厚度的测量不确定度均为 $1.5 \mu\text{m}$; 密度的测量不确定度为 0.4%; 利用任意反射面速度干涉仪 (velocity interferometer system for any reflector, VISAR) 测量界面速度剖面, 测速精度为 0.2%, 时间抖动误差为 1 ns。文献 [24] 中还给出了强度本构模型参数的估计值与标准差。文献 [24] 中利用纵向应力和屈服强度计算静水压力, 具体计算模型为:

$$d\sigma_x = \rho_0 c_L(u) du \quad (3)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y0} [1 + \beta(\varepsilon + \varepsilon_i)]^N \left[1 + A \frac{Q}{\eta^{1/3}} + B(T - 300) \right] \quad (4)$$

$$\sigma_y \approx 2\tau \quad (5)$$

$$\sigma_x(\varepsilon) = p_0(\varepsilon) + \frac{4}{3}\tau(\varepsilon) \quad (6)$$

式中: σ_x 为纵向应力, ρ_0 为初始密度、 u 为原位粒子速度, c_L 为对应原位粒子速度的纵波声速, ε 为应变, η 为压缩度, T 为温度, ε_i 、 β 、 N 、 A 、 B 、 Q 均为本构参数, σ_y 为屈服强度, p_0 为静水压力, τ 为 von Mises 剪切应力。式 (4) 所示的 SG 强度模型^[11]用于计算屈服强度。

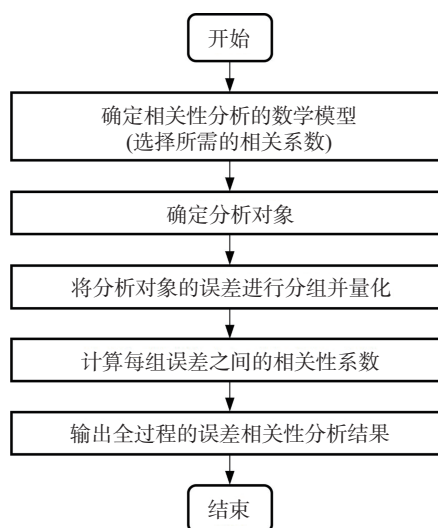


图 4 误差相关性分析流程图

Fig. 4 Error correlation analysis process

依据文献 [24] 中提供的实验测量不确定度与强度本构模型参数的不确定度, 采取标准正态分布作为所有输入量的概率密度函数, 按第 3 节中的流程构造所有不确定源的虚拟样本, 界面速度曲线构造样本的包络区间如图 5(a)。模型参数的分布见图 5(b), 其中 σ_{y0} 的单位为 GPa, A 的单位为 GPa^{-1} , B 的单位为 s^{-1} , 其余参数均为无量纲参数。

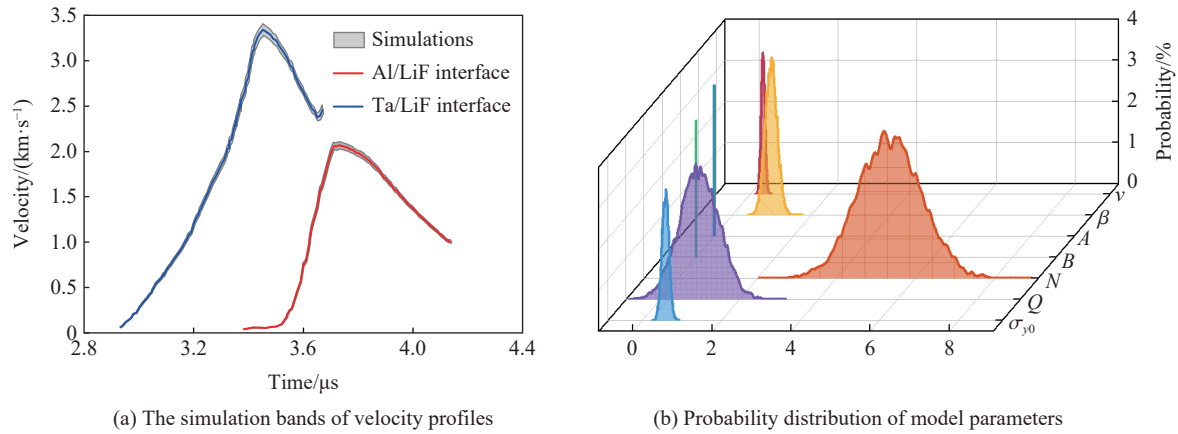


图 5 钽实验输入量的构造样本

Fig. 5 Samples construction of input quantities for Ta experiment

纵向应力的相对标准不确定度评价结果如图 6 所示, 其相对不确定度 $\mu_r(\sigma_x)$ 在峰值为 0.45%。依据强度本构模型及其参数的不确定度计算得到的屈服强度 σ_y 的相对标准不确定度为 15.0%~15.1% (对应于温度区间: 300~1 750 K)。将实验 Z-2516 的测量不确定度与模型不确定度结合, 在 95% 置信度条件下, 利用式 (6) 结合峰值的应力和屈服强度的置信区间计算得到的静水压力 p_0 的置信区间为 (101.9 GPa, 111.9 GPa), 对应的相对不确定度约为 4.7%。Brown 等 [24] 采用 Vale 等 [25] 提出的方法构造了修正后的非标准正态分布的输入量的虚拟样本, 通过对虚拟样本进行数据处理, 给出静水压力在峰值处的不确定度评价结果, 95% 置信度条件下静水压 p_0 的不确定度约为 5%。本文中的相对不确定度评价结果与 Brown 等 [24] 的结果相比略小, 可能是由虚拟输入量构造方法不同导致的。

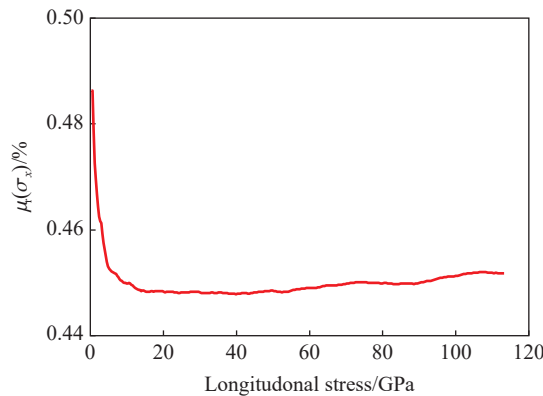


图 6 纵向应力的相对不确定度

Fig. 6 Relative uncertainty of longitudinal stress

3.2 铜

以在 Z 机器上对初始密度为 8.939 g/cm^3 的铜样品进行准等熵加载实验 Z-2791 [26] 为例, 采用特征线方法 [17] 进行数据处理。文献 [26] 中给出速度测量的不确定度为 0.01 km/s, 测试通道的时间不确定度均为 0.2 ns, 以及由台阶靶的胶层厚度差导致的 0.4 ns 的时序抖动, 样品厚度的测量精度为 $3 \mu\text{m}$; 材料密

度的测量精度为 0.4%, 选择以正态分布构造所有输入量的虚拟样本, 得到的台阶靶自由面速度曲线、厚度样本分布见图 7。

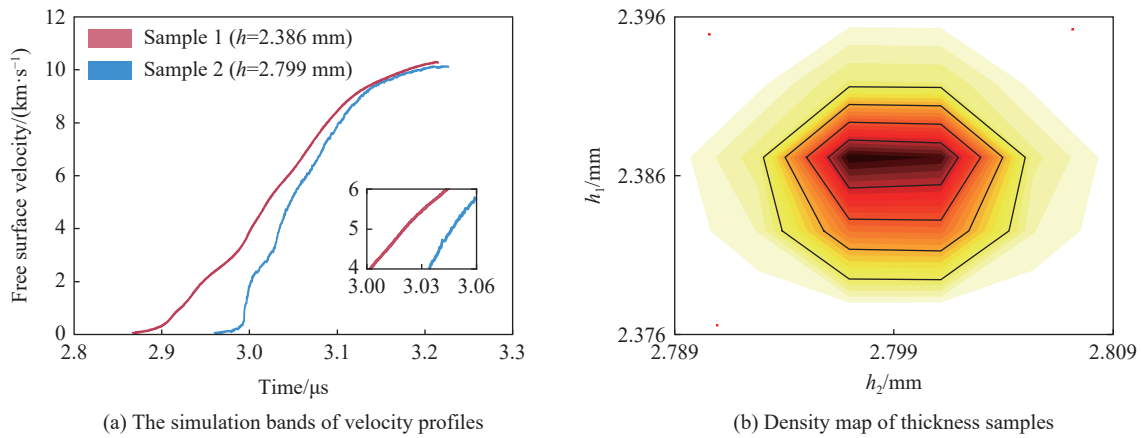
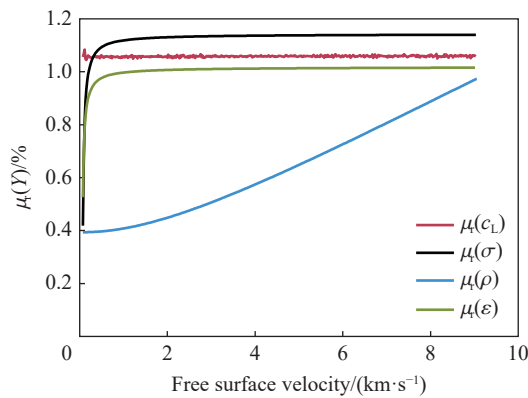
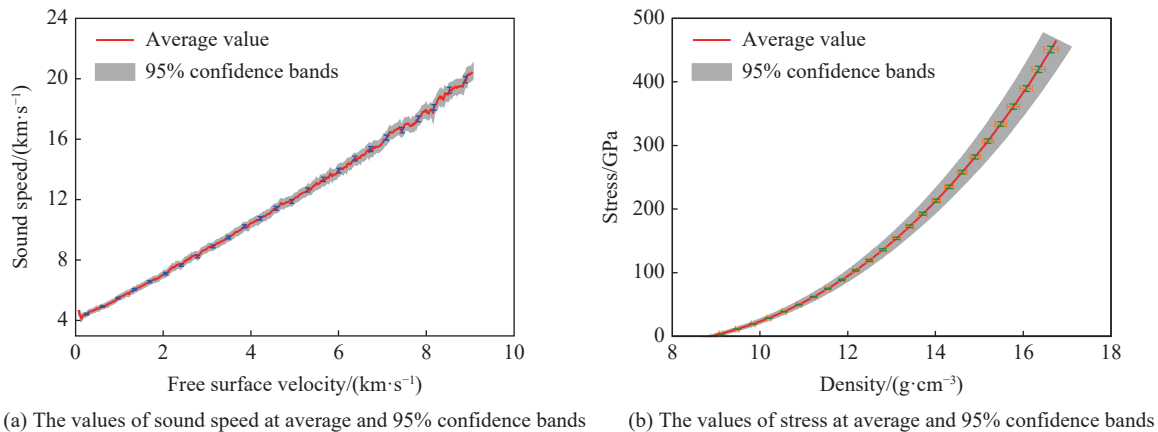


图 7 铜实验输入量的构造样本

Fig. 7 Sample construction of input quantities for Cu experiment

图 8 给出了整个过程的不确定度评价结果, 声速 c_L 与应力-密度 (σ - ρ) 的 95% 置信带分别见图 8(a)~(b), 由包络带的范围看出其不确定度在实验过程中不断变化。同时, 图 8(a)~(b) 中还标注了输出量的误差棒——标准不确定度 (68% 置信度条件下的不确定度), 其对应的相对标准不确定度的具体变化趋势见图 8(c)。



(c) Relative standard uncertainty of output

图 8 Z-2791 实验的不确定度评价结果

Fig. 8 Uncertainty evaluation of Z-2791 shot

图 8 的量化评估结果为仅考虑测量不确定度的分析结果, 得到的声速的相对标准不确定度约为 1.07%, 与文献 [27] 中利用不确定度传递律方法评价的结果 1% 一致。密度的相对标准不确定度 $\mu_r(\rho)$ 随自由面速度的增加而增加, 其相对标准不确定度范围为 0.39%~0.97%。

应力、应变等为由积分得到的输出量, 其随机误差会在计算过程中累计, 因此对若干条声速-原位粒子速度曲线的计算结果进行统计得到的不确定度评价结果也体现了随机误差累计的影响, 其相对标准不确定度随界面速度的增加而增加, 并逐渐趋于稳定。如图 8(c), 应力 σ 的不确定度约在 3 GPa 的范围内 (对应自由面速度为 0~0.2 km/s), 由 0.4% 陡增至 1.0%, 在约 50 GPa 时逐步增加到 1.13% 之后趋于稳定; 应变的相对标准不确定度, 在自由面粒子速度大于 2 km/s 后趋于稳定, 约为 1.01%。

以上不确定度评价的前提是基于足够多的测量样本, 考虑到速度剖面曲线上各点误差的独立性与误差分布的随机性, 基于对积分计算过程量的不确定度评价结果, 给出了极端条件下 (速度测量曲线每个点的误差均为对应置信度条件下误差的最大值) 不确定度的极大估计以更好地预测这一发实验的应力、应变等输出量的范围。68% 置信条件下: 应力的相对不确定度极大估计值随界面粒子速度的增加由 0.73% 增加到 1.1%, 应变的相对不确定度的极大估计值由 0.52% 增加到 1.01%。

3.3 NiTi 合金

NiTi 合金的磁驱动准等熵压缩实验在 CQ-4 装置上进行, 此处对文献 [27] 中的 Shot525 实验进行不确定度量化评估, 该实验采用 Lagrange 分析方法进行数据处理。

实验样品表面精细加工, 其平面度优于 2 μm , 厚度测量仪的测量精度为 1 μm , 设定样品靶厚度的概率密度函数为梯形分布和正态分布的结合。材料的密度测量标准不确定度为 0.5%, 该实验的加载不均匀性为 1%。采用 PDV 进行速度剖面的测量, 速度测量的相对标准不确定度优于 1%。自由面 (界面) 速度剖面在时间轴方向的不确定度由不同测试通道的同步性以及测试过程中的随机时间漂移两部分组成: 采用皮秒激光器对不同探头的测试通道同步性进行定标, 定标精度优于 0.1 ns; 测量仪器的时序抖动 Δt_g 的标准不确定度为 0.2 ns。台阶样品速度曲线在时间轴上的偏差还受到样品粘接胶层厚度差异的影响, 其值 Δt_g 在 0.4 ns 误差范围内服从正态分布。基于前述的概率密度函数设定原则及抽样方法, 结合输入量的不确定度量化结果, 构造输入量的虚拟样本, 台阶靶自由面速度剖面结合胶层厚度差导致的时序抖动 Δt_g 的虚拟样本构造结果见图 9。

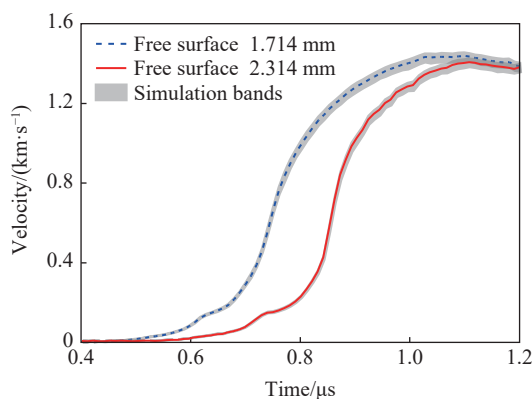
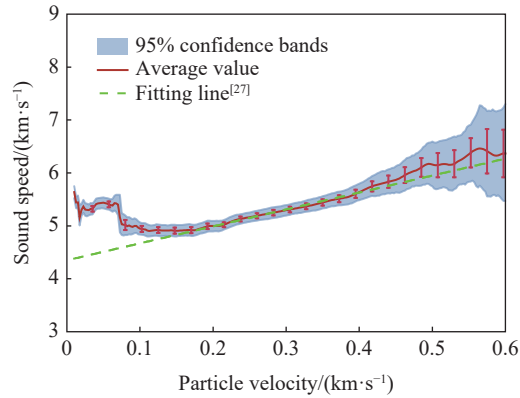


图 9 自由面速度历史曲线的虚拟样本构造结果

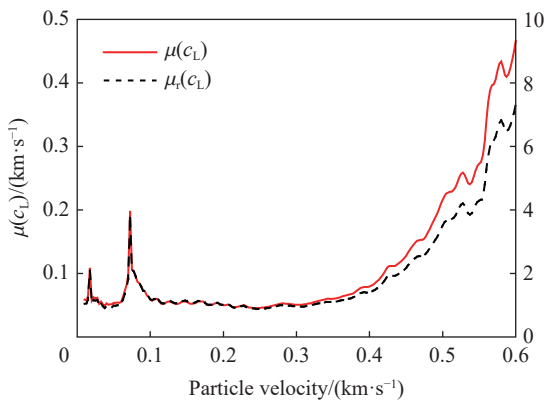
Fig. 9 Band construction results of virtual samples for free surface velocity profiles

NiTi 合金的声速计算结果及其对应的不确定度评价结果见图 10。依据声速 c_L 的 95% 置信度对应的置信区间得到置信带, 如图 10(a) 所示, 图中误差棒对应于变量的标准不确定度 (68% 置信度条件)。由置信带包络范围的变化可以看出, 声速的不确定度随原位粒子速度 u_p 的增加呈明显的增加趋势。当粒子速度 u_p 在 0.15~0.6 km/s 的范围内时, 文献 [27] 中利用 Hugoniot 参数得到的拟合曲线: $c_L=4.35+3.2u_p$, (其中 Hugoniot 参数 $c_0=4.35$ km/s, $\lambda=1.6$) 完全处于 95% 置信带包络范围内。由图 10(b)~(c) 可以更直观

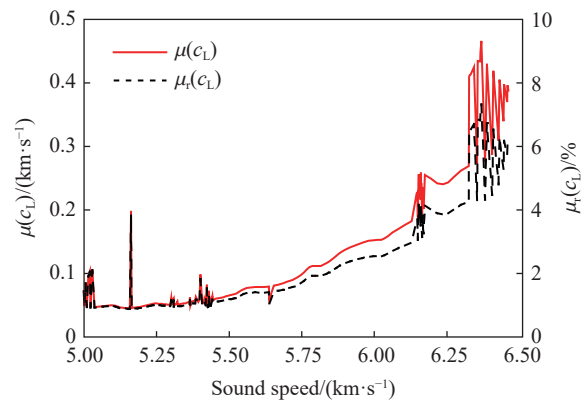
地看出其标准不确定度 $\mu(c_L)$ 和相对标准不确定度 $\mu_r(c_L)$ 的变化过程: $u_p < 0.3$ km/s 时, $\mu_r(c_L)$ 基本在 0.5%~3.0% 范围内呈无规律的振荡形式,在 0.05~0.10 km/s 的区间内出现 1 个约 3% 的峰值; $u_p > 0.3$ km/s 时, $\mu_r(c_L)$ 在 1%~7.5% 的范围内随 u_p 的增加而增加。



(a) The values of sound speed at average and 95% confidence bands



(b) Uncertainty evaluation of sound speed with particle velocity



(c) Uncertainty evaluation of sound speed with sound speed

图 10 声速的不确定度评价结果

Fig. 10 Uncertainty evaluation of sound speed

结合 x 轴和 y 轴物理量的不确定度评价结果,给出应力-应变曲线的 95% 置信带,结果见图 11。应变 ε 、应力 σ 的标准不确定度 $\mu(Y)$ 和相对标准不确定度 $\mu_r(Y)$ 的评价结果及变化过程分别见

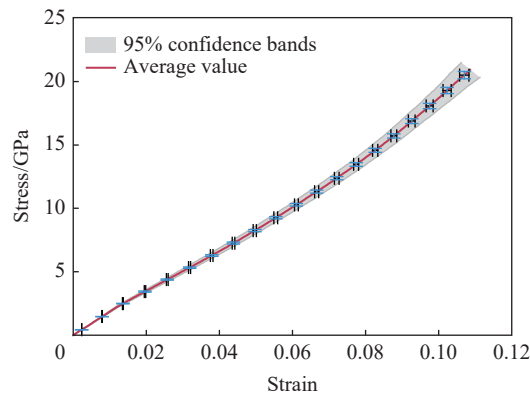
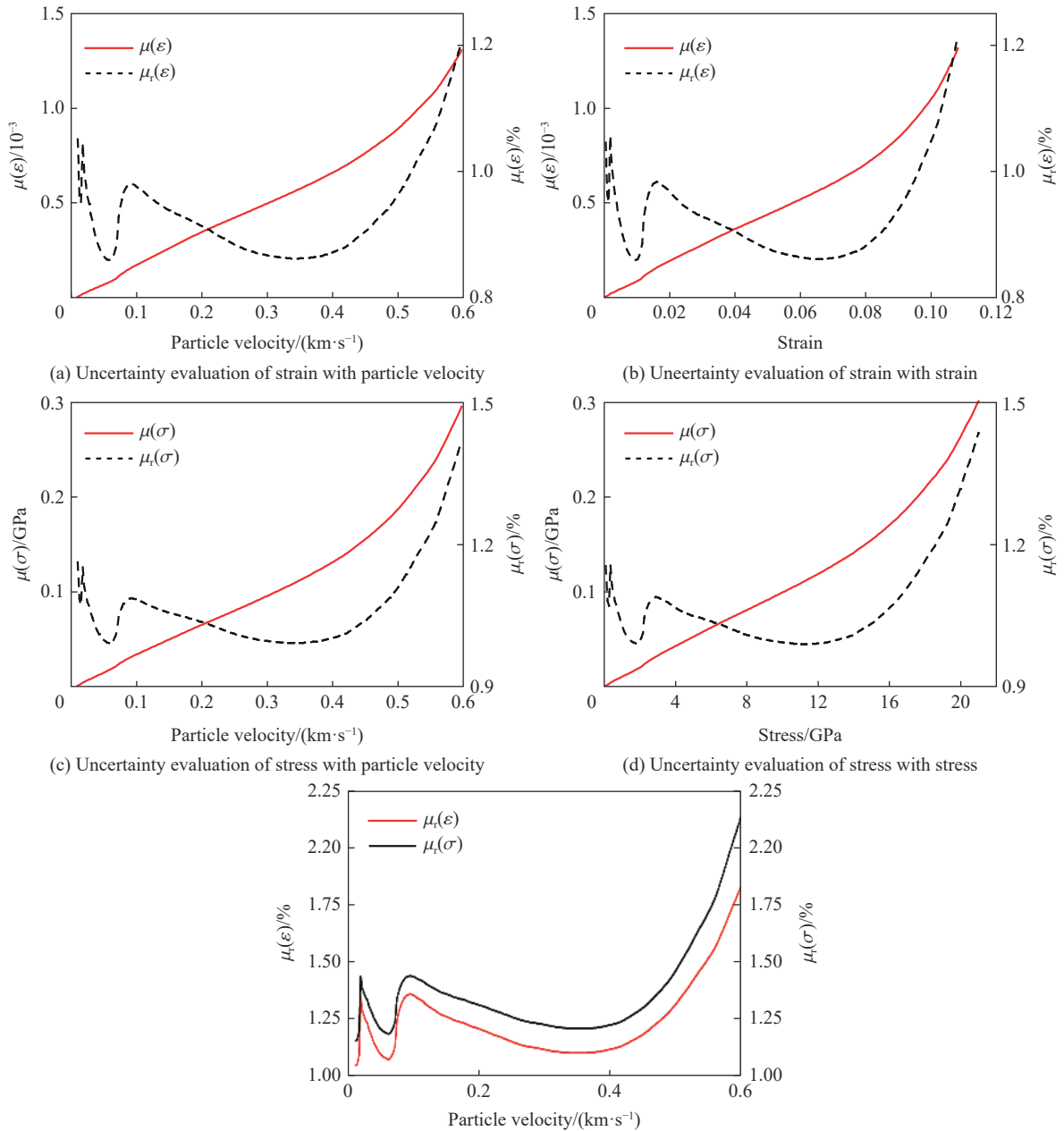


图 11 95% 置信区间下的应力-应变曲线

Fig. 11 Stress-strain curves under 95% confidence bands

图 12(a)~(d), 不同于标准不确定度逐渐增加的趋势, 其相对不确定同声速的相对不确定度类似, 在原位粒子速度约为 0.3 km/s 时, 变化趋势出现转折, 当原位粒子速度 $u_p > 0.3$ km/s, 相对不确定度随 u_p 的增加而增加。基于积分计算中间量不确定度评价结果, 给出的应力、应变的相对不确定度(68% 置信度条件下)极大估计见图 12(e), 应力的相对不确定度极大估计范围为 1.15%~2.15%; 应变的相对不确定度极大估计变化范围为 1.05%~1.83%, 应力、应变的相对不确定度的极大估计变化趋势基本相同。



(e) Evaluation result of uncertainty of stress and strain and their maximums

图 12 应力应变的不确定度评价结果及其极大估计

Fig. 12 Uncertainty evaluations and their great estimates of stress and strain

图 13 给出了某一原位粒子速度对应的声速、应力和应变的概率分布形式, 上述数据处理过程中的输入量伪随机样本的概率分布形式均设定为正态分布, 且计算过程为线性计算, 因此输出量的概率密度分布也服从正态分布形式。

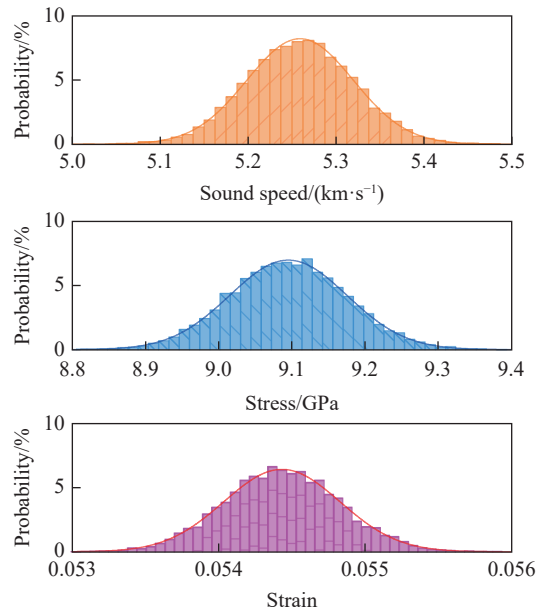


图 13 输出量的概率密度分布

Fig. 13 Probability density distribution of output quantities

4 分析与讨论

以 CQ-4 装置上 NiTi 合金准等熵压缩实验 Shot525^[27] 为例, 分析数据处理方法和输入量的概率分布形式对输出量的不确定度评价结果的影响。此外, 基于数据处理过程中得到的若干具体样本值, 分析输入量与输出量的误差相关性, 比较了采用 Lagrange 数据处理方法时各不确定度来源对不确定度评价结果影响的权重。

4.1 数据处理方法对不确定度评价结果的影响

Lagrange 正向数据处理方法和特征线直接计算方法是磁驱动准等熵压缩实验数据处理常用的两种方法, 数据处理方法本身也会给相关量的计算带来一定的不确定度, 因此需要结合数据处理方法进行量化评估。在实际应用中, 简单波情形的数据分析处理通常选择 Lagrange 正向数据处理方法; 当样品加载面磁扩散、相变等物理现象的影响不能忽略时, 必须考虑一般的非简单波情形, 选择特征线直接计算方法进行数据处理。利用两种方法处理得到的应力、应变和声速的相对标准不确定度见图 14。

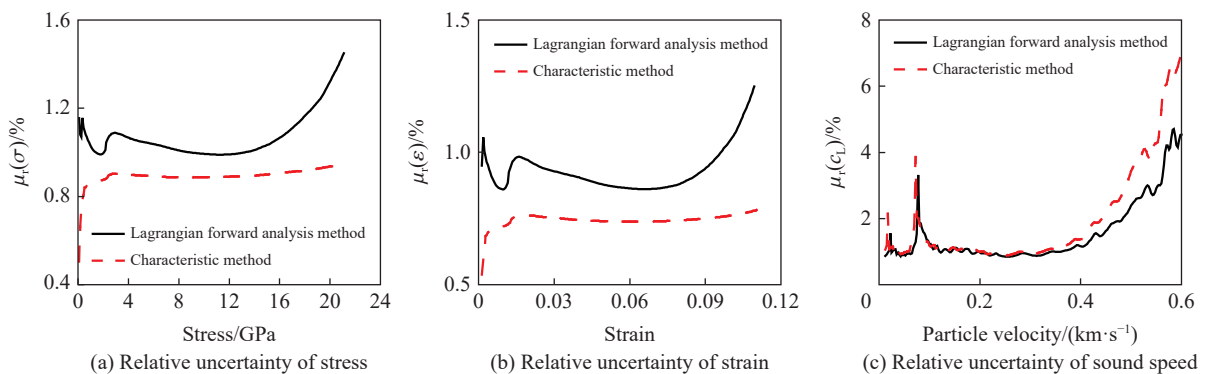


图 14 两种数据处理方法的不确定度评价结果比较

Fig. 14 Comparison of uncertainty evaluation results by two kinds of data processing methods

图 14 中给出了上述两种方法处理得到的相对标准不确定度评价结果。由图 14(a)~(b) 可知: 在加载初期, 两种数据处理方法获得的应力的相对标准不确定度 $\mu_r(\sigma)$ 均小于 1.2%; 应变的相对标准不确定

度 $\mu_t(\varepsilon)$ 小于 1.0%; 在加载末期, 应力、应变的相对标准不确定度逐渐增加, $\mu_t(\sigma)$ 增加至 1.45%, $\mu_t(\varepsilon)$ 增加至 1.25%, 相对不确定度均小于 1.5%。综上, 可知两种数据方法处理的结果都验证了磁驱动准等熵加载实验是一种精密的物理实验。从图 14(c) 可以发现, 在原位粒子速度 u_p 在 0.1~0.3 km/s, 利用两种数据处理方法得到的 $\mu_t(c_L)$ 约为 1.0%, 与应力、应变的相对不确定度变化趋势相似, 当 $u_p > 0.3$ km/s, 其相对不确定度 $\mu_t(c_L)$ 逐渐增加。造成应力、应变、声速在加载后期不确定度变大的主要原因是: 加载后期, 测量速度接近加载速度的峰值, 应力波在台阶靶样品中传播、追赶, 导致速度峰值存在差异, 不确定度增加。

4.2 输入量概率密度分布函数对输出量的影响

采用伽马分布和正态分布作为自由面历史速度的概率密度分布函数, 对时序抖动(包括胶层厚度差带来的抖动及测速仪器带来的抖动两部分)的概率分布形式分别设置为正态分布和均匀分布两种形式, 表 1 给出了对应的设定情形。其他输入量的分布均统一采用正态分布, 自由面速度、时序抖动以及耦合得到的输出量概率分布形式见图 15, 图 15(b)~(c)、(e)~(f) 对应输入量的分布形式设置见表 1。

表 1 分布形式设置

设定形式名称	时间分布形式	自由面速度分布形式
A	正态分布	正态分布
B	正态分布	伽马分布
C	均匀分布	正态分布
D	均匀分布	伽马分布

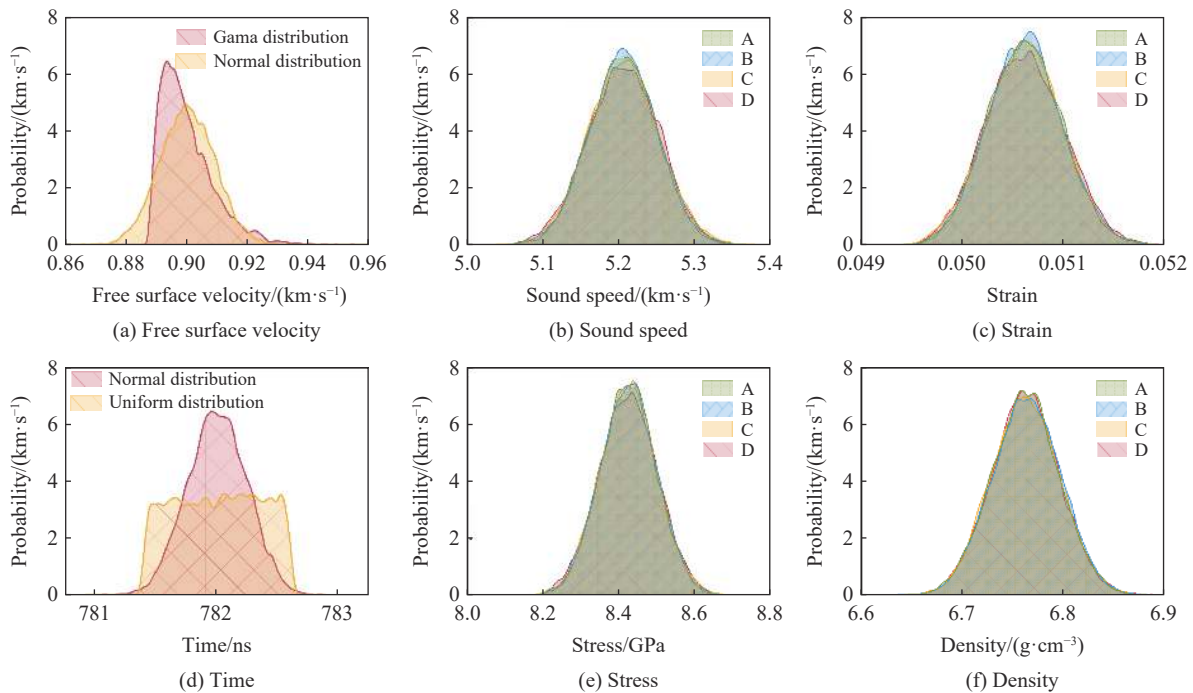


图 15 变量的概率分布形式

Fig. 15 Probability distribution of variables

服从伽马分布的自由面速度的构造方法如下: 通过生成 n 组(对应 n 个速度剖面曲线的测量点) m 个以 1 为估计值, 且满足测量相对不确定度的修正系数, 构造自由面速度的伪随机数组。

从图 15(b)~(c)、(e)~(f) 中可以看出, 从 A、B 之间或 C、D 之间的比较可以看出, 自由面速度的分布对称性对输出量分布的对称性有显著影响。通过 A、C 之间的比较和 B、D 之间的比较发现, 时序抖动的分布形式改变会对输出量分布的集中性产生影响, 当其他输入量的分布形式存在非对称形式时, 影响较为显著; 当其他输入量的分布形式均为正态分布时, 影响较小。

4.3 误差相关性与敏感性分析

结合第 3 节中提到的误差分析方法, 将输入量的伪随机样本与其最佳估计值的差作为误差分析的变量样本 X , 对其对应的输出量和计算得到的中间量均开展不确定度评价, 得到各变量的期望值, 输出量及中间量的具体样本值与其期望值作差得到误差分析的变量样本 Y , 利用式 (2), 计算各变量误差的相关系数 R 。

通过第 2 节中的不确定度来源分析可知时间轴方向的误差由时序误差和自由面速度测量误差两部分组成, 且这两部分输入不确定度互相独立。图 16(a) 通过自由面速度历史曲线的时序测量值 $t_{f-average}$ 和时序偏差得到了模拟预测范围 (t_{f-min}, t_{f-max}), 分别以 t_{f-min} 和 t_{f-max} 基准线, 结合速度测量误差得到了自由面速度历史曲线的整体虚拟样本包络带; 图 16(b) 在其考虑整体误差的包络带中标注了仅考虑时序偏差的包络区域, 速度误差在时间轴上的映射导致了整体虚拟包络区间与时序误差区间的不同。式 (7)~(10) 给出了此映射的计算方法为:

$$t'_{v2} = t'_0 + e_t(t) + e_t(u) \tag{7}$$

$$t'_{v1} = t'_0 + e_t(t) \tag{8}$$

由此映射关系即可获得同一自由面速度虚拟样本的对应的时序误差及速度测量误差。

$$e_t(u) = t'_{v2} - t'_{v1} = f_1(e_u) \tag{9}$$

$$e_u = u_{set} - f_2(t'_{v1}) \tag{10}$$

式中: t_0 为实验测量的速度历史曲线的时间序列, t_v 和 u_v 为通过前述方法得到的 t_0 和 u_0 的伪随机数样本, t_v 的下标为对应的样品序号, t'_v 和 t'_0 为对应曲线的插值结果, e_t 为时序误差, e_u 为速度误差, f_1, f_2 表示不同的映射关系。

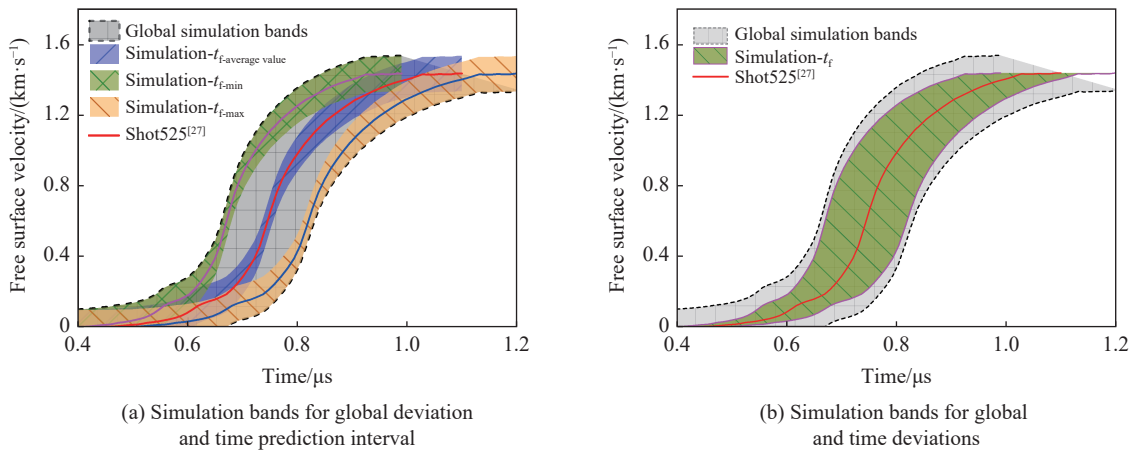


图 16 自由面速度历史曲线基于时序误差和速度误差的模拟带

Fig. 16 Simulation bands of free surface velocity histories based on time deviation and velocity deviation

图 17 明确了插值前后变量的映射关系, 图 18 给出了速度误差在时间轴上映射关系的示意图。由上述分析流程获得的输入量与输出量的误差相关性结果如图 19 所示, 图 19(a) 分别以声速 c_L 、应力 σ 、应变 ε 为输出量, 以台阶靶厚度 Δh 、同一原位粒子速度对应的时间差 Δt 、密度 ρ 以及作为被积变量的声速 c_L 作为输入量, 依次计算变量误差之间的相关系数, 针对数据处理模型中的各变量的误差开展相关性分析。

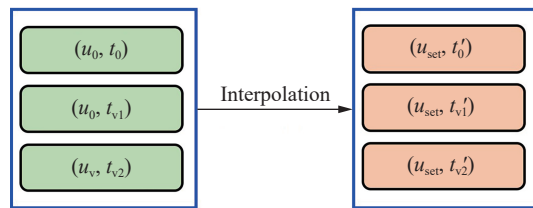


图 17 插值前后变量的映射关系

Fig. 17 Mapping relationships of variables before and after interpolation

图 19(b) 以同一原位粒子速度对应的时差 Δt 为输出量, 台阶靶自由面速度历史曲线的速度和时序为输入量, 计算速度历史曲线的各变量与时间差 Δt 的误差相关性, 进一步分析识别时间差 Δt 的误差的主要贡献量。图 19(c) 以声速 c_L 为输出量, 自由面速度 u_f 、时间 t_f 、厚度差 Δh 为输入量, 分析原始输入量与声速的误差相关性。

图 19(a) 给出了实验各计算变量之间的误差相关系数 R 的变化趋势, 变量误差的相关性直接用偏离 0 的程度来衡量, 可以很直观地看出误差之间的线性相关程度。厚度差 Δh 的误差与应力 σ 、应变 ε 的误差线性相关程度较高, 而时间差的误差与应力 σ 、应变 ε 的误差相关程度则较小, 小于 0.15。

由图 19(a)、(c) 可以看出, 厚度差的误差影响权重在不同阶段, 影响不同, 当 $u_p > 0.3 \text{ km/s}$ 时, 自由面速度的误差影响比厚度误差影响更大。由应力与声速的误差相关性的分析结果得到, 积分计算过程对应力的不确定度影响较小, 也与前文所述相符。由于积分计算过程导致随机误差的累计, 应力和应变的误差不仅由对应的声速误差影响, 还会受到此前的所有声速误差的影响, 即受到声速误差的累计影响, 对应的这一声速的误差仅为累计误差中的一部分, 因此, 某一应力应变受到对应声速的误差影响较小。从图 19(b) 可以看出, 台阶靶样品同一物理量对时间差误差 $e_{\Delta t}$ 的影响趋势变化

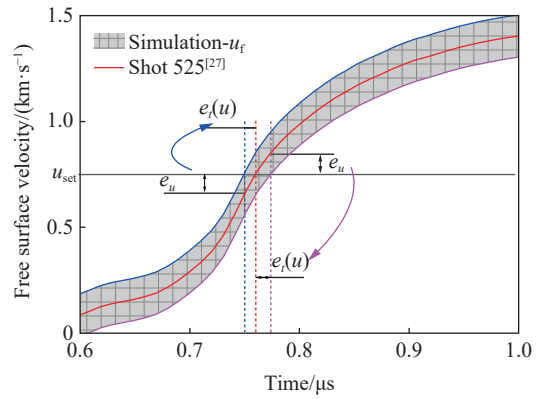


图 18 速度误差对时序误差的贡献

Fig. 18 Contribution of velocity deviation to time deviation

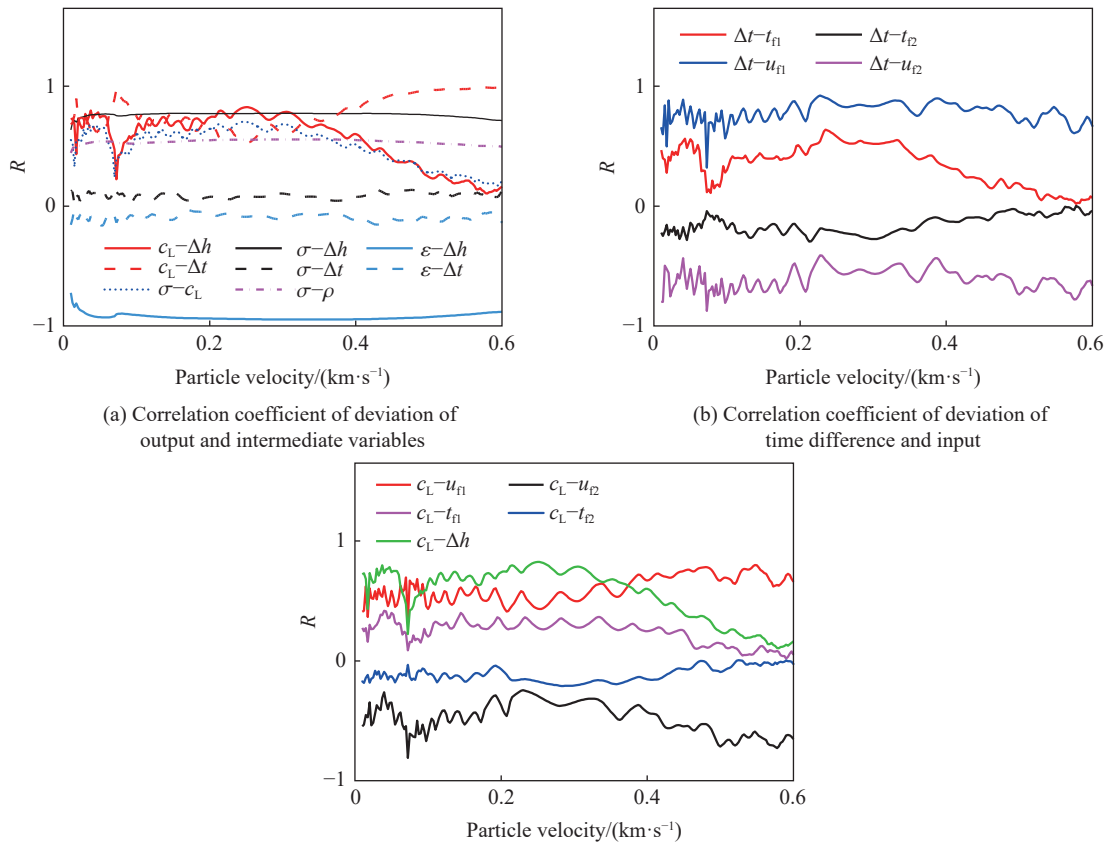


图 19 变量误差的相关系数

Fig. 19 Correlation coefficient of variable deviation

基本一致, 但是程度不同, 即台阶靶自由面速度和对应时间的误差对 $e_{\Delta t}$ 的影响可能与台阶靶的厚度相关。

误差的敏感系数的计算流程与误差相关性系数计算流程相同, 图 20 中给出了部分变量误差的敏感系数 K 的变化, K 的下标表示输入量误差所属的台阶样品序号。误差敏感性分析与误差相关性的分析结果一致, 即同一物理量的影响效果相近, 但权重不同。

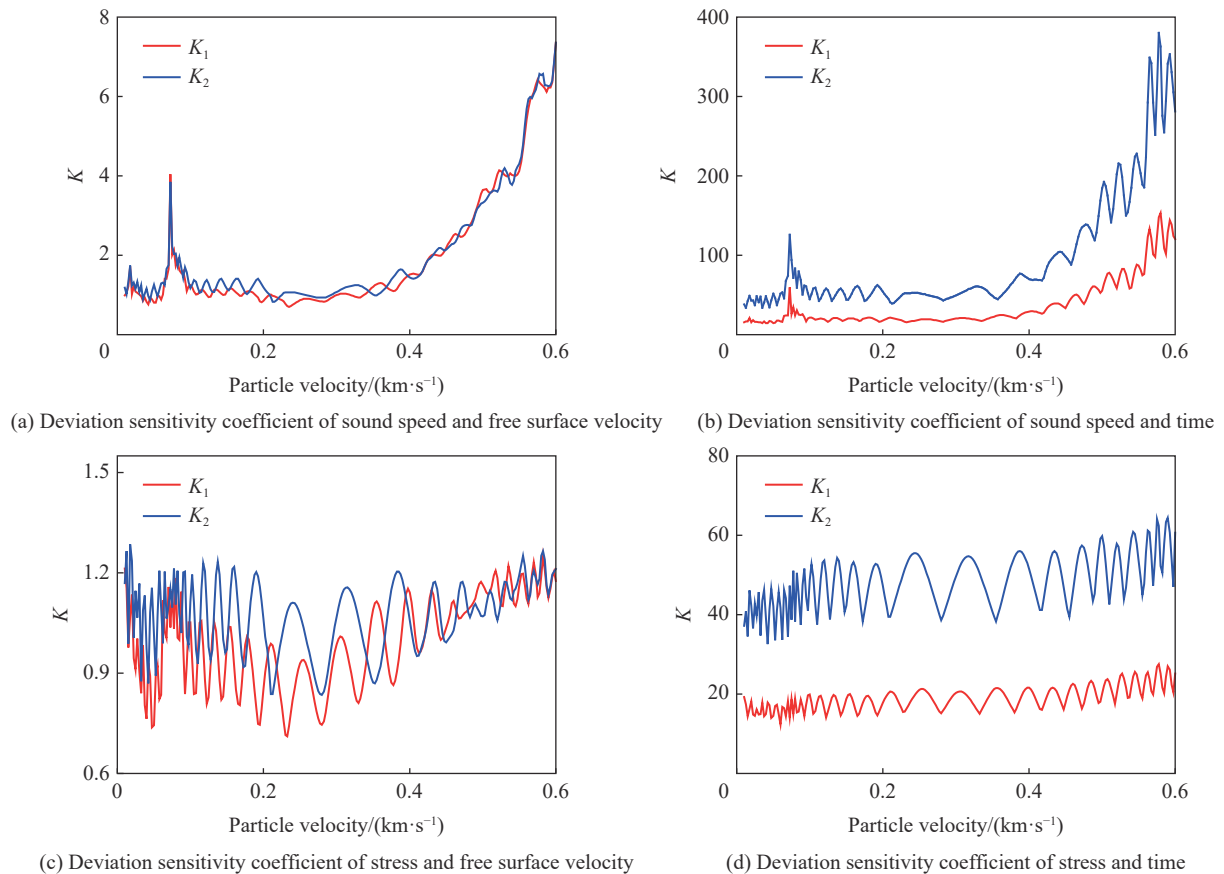


图 20 输出量误差与输入量误差的敏感系数

Fig. 20 Sensitivity coefficients of the output deviation and input deviation

由上述分析认为对输出量的误差影响权重较大的物理量是台阶靶的厚度误差及自由面速度误差, 且同一物理量的误差对输出量的影响效果接近但是影响权重不同。

5 总 结

在分析磁驱动准等熵压缩实验不确定度源的基础上, 基于 Monte Carlo 原理, 建立了适用于此类实验的不确定度量化评估方法。通过对误差相关性的分析明确了涉及不确定度源的输入量的影响权重, 验证确定了此方法得到的评价结果可靠。该评估方法可以获得整个实验过程的不确定度评价结果, 而无需明确不确定度的传递关系, 可以处理非线性的计算过程及概率分布形式为非对称的输入量, 并得到输出量的对应概率分布。通过对误差相关性敏感性分析可以进一步明确影响实验结果精确度的主要因素, 作为之后实验的指导信息。通过对钽、铜和 NiTi 合金 3 种的磁驱动准等熵压缩实验的评估结果表明, 本文中建立的基于 Monte Carlo 原理的不确定度量化评估方法正确可靠。研究结果对开展和优化磁驱动准等熵压缩实验设计、分析材料的等熵高压物态方程等工作具有一定参考价值。

参考文献:

- [1] SINARS D B, SWEENEY M A, ALEXANDER C S, et al. Review of pulsed power-driven high energy density physics research on Z at Sandia [J]. *Physics of Plasmas*, 27(7):, 2020, 27(7): 070501. DOI: 10.1063/5.0007476.
- [2] 王桂吉, 罗斌强, 陈学秒, 等. 磁驱动平面准等熵加载装置, 实验技术及应用研究新进展 [J]. *爆炸与冲击*, 2021, 41(12): 62–83. DOI: 10.11883/bzycj-2021-0119.
WANG G J, LUO B Q, CHEN X M, et al. Recent progress on the experimental facilities, techniques and applications of magnetically driven quasi-isentropic compression [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2021, 41(12): 62–83. DOI: 10.11883/bzycj-2021-0119.
- [3] 孙承纬, 赵剑衡, 王桂吉, 等. 磁驱动准等熵平面压缩和超高速飞片发射实验技术原理、装置及应用 [J]. *力学进展*, 2012, 42(2): 206–219. DOI: 10.6052/1000-0992-2012-2-20120208.
SUN C W, ZHAO J H, WANG G J, et al. Progress in magnetic loading techniques for isentropic compression experiments and ultra-high velocity flyer launching [J]. *Advances in Mechanics*, 2012, 42(2): 206–219. DOI: 10.6052/1000-0992-2012-2-20120208.
- [4] DAVIS J P, KNUDSON M D, SHULENBURGER L, et al. Mechanical and optical response of [100] lithium fluoride to multi-megabar dynamic pressures [J]. *Journal of Applied Physics*, 2016, 120(16): 165901. DOI: 10.1063/1.4965869.
- [5] DAVIS J P, BROWN J L, KNUDSON M D, et al. Analysis of shockless dynamic compression data on solids to multi-megabar pressures: application to tantalum [J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, 116(20): 2734–2224. DOI: 10.1063/1.4902863.
- [6] DAVIS J P. Experimental measurement of the principal isentrope for aluminum 6061-T6 to 240 GPa [J]. *Journal of Applied Physics*, 2006, 99(10): 782. DOI: 10.1063/1.2196110.
- [7] HALL C A, ASAY J R, KNUDSON M D, et al. Experimental configuration for isentropic compression of solids using pulsed magnetic loading [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2001, 72(9): 3587–3595. DOI: 10.1063/1.1394178.
- [8] SEAGLE C T, DAVIS J P, MD KNUDSON. Mechanical response of lithium fluoride under off-principal dynamic shock-ramp loading [J]. *Journal of Applied Physics*, 2016, 120(16): 033515–984. DOI: 10.1063/1.4965990.
- [9] 罗斌强, 张红平, 种涛, 等. 磁驱动斜波压缩实验结果的不确定度分析 [J]. *高压物理学报*, 2017, 31(3): 295–300. DOI: 10.11858/gywlyb.2017.03.011.
LUO B Q, ZHANG H P, CHONG T, et al. Experimental uncertainty analysis of magnetically driven ramp wave compression [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2017, 31(3): 295–300. DOI: 10.11858/gywlyb.2017.03.011.
- [10] 张红平, 罗斌强, 王桂吉, 等. 基于特征线反演的斜波加载实验数据处理与分析 [J]. *高压物理学报*, 2016, 30(2): 7. DOI: 10.11858/gywlyb.2016.02.006.
ZHANG H P, LUO B Q, WANG G J, et al. Inverse characteristic analysis of ramp loading experiments [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2016, 30(2): 7. DOI: 10.11858/gywlyb.2016.02.006.
- [11] BROWN J L, ALEXANDER C S, ASAY J R, et al. Extracting strength from high pressure ramp-release experiments [J]. *Journal of Applied Physics*, 2013, 114(22): 223518–223516. DOI: 10.1063/1.4847535.
- [12] WANG G J, LUO B Q, ZHANG X P, et al. A 4 MA, 500 ns pulsed power generator CQ-4 for characterization of material behaviors under ramp wave loading [J]. *The Review of Scientific Instruments*, 2013, 84(1): 015117. DOI: 10.1063/1.4788935.
- [13] 经福谦. 动高压原理与技术 [M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 1999: 222–223.
- [14] SONG H, WU X, HUANG C, et al. Measurement of fast-changing low velocities by photonic Doppler velocimetry [J]. *The Review of Scientific Instruments*, 2012, 83(7): 073301. DOI: 10.1063/1.4731014.
- [15] 马云, 胡绍楼, 汪小松, 等. 样品-窗口界面运动速度的 VISAR 测试技术 [J]. *高压物理学报*, 2003, 17(4): 290–294. DOI: 10.3969/j.issn.1000-5773.2003.04.008.
MA Y, HU S L, WANG X S, et al. VISAR measurement on interface velocity between shocked specimen and window [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2003, 17(4): 290–294. DOI: 10.3969/j.issn.1000-5773.2003.04.008.
- [16] 罗斌强, 张红平, 赵剑衡, 等. 斜波压缩实验数据的正向 Lagrange 处理方法研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2017, 37(2): 243–248. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0243-06.

- LUO B Q, ZHANG H P, ZHAO J H, et al. Lagrangian forward analysis in data processing of ramp wave compression experiments [J]. *Explosion And Shock Waves*, 2017, 37(2): 243–248. DOI: 10.11883/1001-1455(2017)02-0243-06.
- [17] LUO B Q, JIN Y S, LI M, et al. Direct calculation of sound speed of materials under ramp wave compression [J]. *AIP Advances*, 2018, 8(11). DOI:10.1063/1.5047479.
- [18] 张红平, 孙承纬, 李牧, 等. 准等熵实验数据处理的反积分方法研究 [J]. *力学学报*, 2011, 43(1): 105–111. DOI: 10.6052/0459-1879-2011-1-lxxb2010-053.
- ZHANG H P, SUN C W, LI M, et al. Backward integration method in data processing of quasi-isentropic compression experiment [J]. *Chinese Journal of Theoretical Applied Mechanics*, 2011, 43(1): 105–111. DOI: 10.6052/0459-1879-2011-1-lxxb2010-053.
- [19] HAYES D B. Backward integration of the equations of motion to correct for free surface perturbations: AC04-94AL85000 [R]. Office of Scientific & Technical Information Technical Reports, 2001. DOI: 10.2172/783087.
- [20] 许淑艳. 蒙特卡罗方法在实验核物理中的应用 [M]. 2 版. 北京: 原子能出版社, 2006: 3.
- [21] 国家质量监督检验检疫总局. 用蒙特卡洛法评定测量不确定度: JJF 1059.2—2012 [S]. 北京: 中国质检出版社, 2013.
- [22] 国家市场监督管理总局, 中国国家标准化管理委员会. 测量不确定度评定和表示补充文件 1: 基于蒙特卡洛方法的分布传播: GB/T 27419—2018 [S]. 北京: 中国标准出版社, 2018.
- [23] DENG J X, DENG Y, CHEONG K H. Combining conflicting evidence based on Pearson correlation coefficient and weighted graph [J]. *International Journal of Intelligent Systems*, 2021, 36(12): 7443–7460. DOI: 10.1002/int.22593.
- [24] BROWN J L, ALEXANDER C S, ASAY J R, et al. Flow strength of tantalum under ramp compression to 250GPa [J]. *Journal of Applied Physics*, 2014, 115(4): 10340–1177. DOI: 10.1063/1.4863463.
- [25] VALE C D, MAURELLI V A. Simulating multivariate nonnormal distributions [J]. *Psychometrika*, 1983, 48(3): 465–471. DOI: 10.1007/BF02293687.
- [26] KRAUS R G, DAVIS J P, SEAGLE C T, et al. Dynamic compression of copper to over 450 GPa: a high-pressure standard [J]. *Physical Review B*, 2016, 93(13): 134105. DOI: 10.1103/physrevb.93.134105.
- [27] ZHANG X P, WANG G J, LUO B Q, et al. Mechanical response of near-equiatomic NiTi alloy at dynamic high pressure and strain rate [J]. *Journal of Alloys*, 2017, 731: 569–576. DOI: 10.1016/j.jallcom.2017.10.080.

(责任编辑 王易难)