

DOI: 10.11883/bzycj-2022-0511

基于 Ottosen 屈服条件的不同强度混凝土 空腔膨胀模型及侵彻机理*

张雪岩^{1,2}, 孙 凯¹, 李元龙¹, 曾费隐¹, 李国杰¹, 武海军²

(1. 北京航天长征飞行器研究所, 北京 100076;

2. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

摘要: 针对毁伤与防护领域对深层超硬目标理论研究及工程应用的迫切需求, 引入改进的 Ottosen 屈服条件, 对混凝土空腔膨胀过程中的响应分区和边界条件进行优化, 求解空腔膨胀的全过程, 分析不同强度混凝土响应分区的变化规律; 根据空腔边界应力和空腔膨胀速度的关系, 建立了弹体侵彻深度计算模型, 对弹体侵彻不同强度混凝土工况进行了对比计算, 并深入分析了靶体强度对侵彻深度影响的机理。通过与实验数据进行对比发现, 改进的空腔膨胀理论对于普通混凝土和高强混凝土均有很好的适用性, 可准确计算径向应力与空腔边界速度关系以及侵彻深度。研究结果显示, 高强混凝土的弹塑性开裂区范围更大, 密实区范围更小, 表明了高强混凝土脆性大, 材质密实的特点, 引入塑性开裂区可以更好地反应侵彻过程中高强混凝土压实时对应速度更高的现象; 随着混凝土强度的提高, 其屈服包络面变化越来越小, 因此混凝土的空腔边界应力增大但变化程度越来越小, 导致弹体侵彻深度随速度增加的增量变小。

关键词: Ottosen 屈服条件; 空腔膨胀理论; 高强混凝土; 侵彻深度

中图分类号: O383; TU528.01

国标学科代码: 13035

文献标志码: A

Cavity expansion model and penetration mechanism of concrete with different strengths based on the Ottosen yield condition

ZHANG Xueyan^{1,2}, SUN Kai¹, LI Yuanlong¹, ZENG Feiyin¹, LI Guojie¹, WU Haijun²

(1. *Beijing Aerospace Long March Aircraft Research Institute, Beijing 100076, China;*

2. *State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China*)

Abstract: Aiming at the urgent demand for theoretical research and engineering application of deep super hard targets in the field of damage and protection, the response zone and boundary conditions during the cavity expanding process are optimized in this paper based on the improved Ottosen yield condition. The entire process of cavity expansion is solved, the changes in the response zone of concrete with different strengths are analyzed. According to the relationship between cavity boundary stress and cavity expansion velocity, a calculation model of projectile penetration depth is established, and the penetration depth of projectile penetration into concrete with different strengths are calculated. The mechanism of the influence of target strength on penetration depth is also analyzed. The results show that the elastic and plastic cracking zone of high-strength concrete is larger and the compacted zone is smaller, indicating that high-strength concrete is more brittle and compact. And the addition of plastic cracking zone can better reflect the phenomenon of concrete with different strengths in penetration. By comparing with the experimental data, it can be seen that the cavity expansion theory established in this paper has good applicability for normal concrete and high-strength concrete. The relationship between radial stress and cavity boundary

* 收稿日期: 2022-11-14; 修回日期: 2023-08-24

基金项目: 国家自然科学基金(11572048, 11390362)

第一作者: 张雪岩(1992—), 男, 博士, 工程师, zxy_Maple@163.com

通信作者: 武海军(1974—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, wuhjbit@bit.edu.cn

velocity and the penetration depth also can be accurately calculated by this theory. With the increase of concrete strength, the difference in the cavity boundary stress of the concrete becomes smaller, resulting in a smaller increase in the penetration depth of the projectile as the velocity increases, and the penetration depth of the projectile decreases and gradually tends to a certain value at the same speed.

Keywords: Ottosen yield condition; cavity expansion theory; high-strength concrete; depth of penetration

弹体侵彻混凝土、岩石类材料一直是毁伤与防护领域研究的热点,已有众多经验公式和理论模型来对侵彻现象进行描述。空腔膨胀理论是分析侵彻问题最成熟的理论之一,其假设无限介质受力膨胀产生空腔,通过计算求解获得空腔边界应力与膨胀速度关系,以此来模拟弹体侵彻半无限靶体,对侵彻过程进行计算和分析。该方法具有很好的准确性,适用性较广,具有实际的工程应用需求和重要的科研学术价值。

空腔膨胀理论需要结合屈服条件和各响应分区特性进行求解,因此精确选择屈服条件以及合理划分响应分区至关重要。在早期的研究中,采用的屈服条件较为简单,如: Forrestal 等^[1-2]将 Mohr-Coulomb 屈服条件与 Tresca 屈服条件相结合,考虑了混凝土在高静水压下的响应;黄民荣等^[3-4]和 Zhang 等^[5]使用了可以解释微裂纹发展的 Griffith 屈服条件;曹扬悦也等^[6]、詹昊雯等^[7]和 Xu 等^[8]采用了考虑围压影响的 Hoek-Brown 屈服条件;Feng 等^[9]考虑材料脆性行为采用了加帽盖的 Drucker-Prager 屈服条件。在对响应分区的研究中,Forrestal 等^[1-2]在早期将混凝土的空腔膨胀过程分为弹性-塑性两部分,Satapathy^[10]进一步将塑性区分为开裂区和粉碎区,李志康等^[11-12]和王一楠^[13]基于 HJC 模型的静水压-体积应变关系细化了粉碎区,何涛等^[14-15]和张欣欣等^[16]考虑混凝土的扩容现象引入了扩容分区。

目前对于空腔膨胀理论的研究已经可以很好地解释空腔的发展变化过程,获得空腔边界应力和膨胀速度的关系,进而实现对弹体侵彻混凝土全过程的分析。但现在的研究中依然存在两点不足之处:(1)理论中采用的屈服条件过于简单,描述的屈服包络面与混凝土实际屈服包络面有较大差别,尤其很难描述混凝土在侵彻过程中处于复杂围压应力状态时的屈服;(2)对响应分区中涉及到混凝土屈服的边界条件应用不恰当,如很多工作中认为开裂区的边界条件为轴向应力达到峰值应力,然而当达到该应力状态时混凝土已经屈服进入塑性状态,与开裂区为单轴弹性状态的假设矛盾。这些不足之处会对计算结果的精确程度造成影响,且混凝土强度变化时不能很好反映其响应分区和弹体侵彻深度的变化规律。很多学者已经开展了大量弹体侵彻不同强度混凝土靶的实验,发现随着靶体强度增加侵彻深度变化越来越小的现象,但目前理论研究一直停留在对弹体侵彻深度的计算上,对于靶体强度对侵彻深度影响的机理一直缺乏深入研究。

本文基于改进的 Ottosen 屈服条件^[17],对空腔膨胀过程中的响应分区和边界条件进行改进和优化,探索不同强度混凝土各响应分区的发展变化规律以及空腔边界应力和膨胀速度的关系,并将其应用到不同实验的侵彻深度计算中,验证理论的准确性和适用性,总结分析侵彻深度变化规律,并与结合屈服条件理论,进一步深入分析混凝土强度变化对侵彻深度影响的机理。

1 基本公式与响应分区

1.1 屈服条件

在空腔膨胀理论的推导中,随着应力不断增大,需要通过屈服条件判断当前应力状态下的混凝土是否达到屈服,并在塑性区结合屈服条件和状态方程进行求解。因此屈服条件对于整个空腔膨胀理论分析求解过程具有重要影响。在早期工作中,采用如 Mohr-Coulomb、Tresca 和 Drucker-Prager 等较简单的屈服条件,不能很好地描述空腔膨胀过程中复杂变化应力状态下的屈服,如图 1 所示。Ottosen 屈服条件的屈服包络面为光滑外凸的抛物曲面,完全符合混凝土屈服包络面的几何特性^[18-19]。文献 [17] 对 Ottosen 屈服条件进行了改进,对各种应力状态下不同强度的混凝土均有很好的准确性和适用性。因此本文采用改进的 Ottosen 屈服条件来描述空腔膨胀过程中混凝土的屈服:

$$\frac{a}{k^2} \frac{J_2}{f_c^2} + \left(\frac{1}{q} - \frac{q}{k^2}\right) \lambda \frac{\sqrt{J_2}}{f_c} + \left(1 - \frac{q}{k^2}\right) F_c b \frac{I_1}{f_c} - c = 0 \quad (1)$$

$$\lambda = \begin{cases} k_1 \cos \left[\frac{1}{3} \arccos(k_2 \cos 3\theta) \right] & \theta \leq \pi/6 \\ k_1 \cos \left[\frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos(-k_2 \cos 3\theta) \right] & \theta > \pi/6 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} k(\varepsilon_v^p) = k_0 + (1 - k_0) \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon_{v,t}^p - \varepsilon_v^p}{\varepsilon_{v,t}^p}\right)^2} & \varepsilon_v^p \leq \varepsilon_{v,t}^p \\ c(\varepsilon_v^p) = \left(\frac{t^2}{t^2 + (\varepsilon_v^p - \varepsilon_{v,t}^p)^2}\right)^2 & \varepsilon_v^p > \varepsilon_{v,t}^p \end{cases} \quad (3)$$

$$F_c = \begin{cases} 1 & I_1 \leq I_1^M \\ 1 - \left(\frac{I_1 - I_1^M}{I_1^F - I_1^M}\right) & I_1 > I_1^M \end{cases} \quad (4)$$

式中: f_c 为混凝土抗压强度, J_2 为偏应力第二不变量, I_1 为应力第一不变量, q 为混凝土拉压比, λ 为偏平面形状参数, θ 为偏平面方位角, a 、 b 、 k_1 和 k_2 根据实验数据计算的待定参数, k 为硬化参数, c 为软化参数, k_0 和 t 为初始硬化参数和初始软化参数, ε_v^p 为塑性体积应变, $\varepsilon_{v,t}^p$ 为硬化软化分界塑性体积应变^[17,20-21], F_c 为帽盖模型参数, 其中 I_1^M 为过渡应力第一不变量, I_1^F 为最大应力第一不变量^[17,22]。

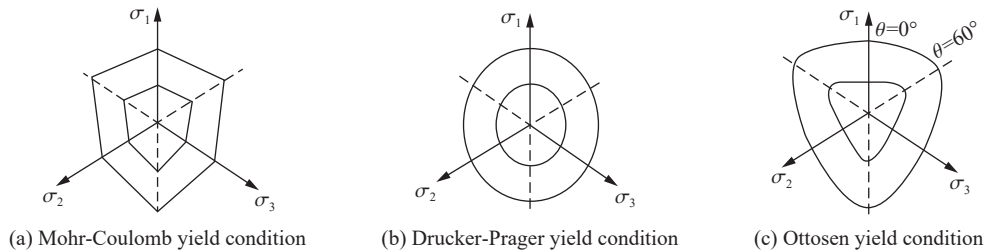


图 1 不同屈服条件偏平面形状

Fig. 1 Partial plane shapes with different yield conditions

1.2 状态方程

在对混凝土试件进行单轴、双轴和三轴压实验时, 会产生静水压下的压缩体积应变与微裂纹扩展引起的塑性膨胀体积应变^[23-25]。而在弹体以较低的速度侵入混凝土的过程中, 由于弹靶接触面压力较小、应变速率较低, 会产生侧向应变, 产生扩容现象; 随着侵入速度增大, 弹靶接触面压力增大、应变速率增加, 侧向应变减小, 扩容状态消失, 转为压缩状态^[26-27]。因此空腔膨胀理论要针对膨胀速度从低速到高速各阶段的特点, 综合考虑混凝土的扩容和压缩特性。本文同样采用 Zhang 等^[5]、He 等^[15] 和张欣欣等^[16] 在空腔膨胀理论不同分区的求解中采用的 Dilatant-Kinematic 状态方程:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2v}{r} = \frac{2-m}{1+m} \left(\frac{v}{r} - \frac{\partial v}{\partial r}\right) \quad (5)$$

式中: v 为质点速度; r 为径向坐标; m 为体积系数, 用来确定材料体积状态, 当 $m > 2$ 时, 材料处于压缩状态, 当 $m = 2$ 时, 材料处于不可压缩状态, 当 $m < 2$ 时, 材料处于扩容状态。本文在空腔膨胀理论求解中采用 Dilatant-Kinematic 状态方程。

1.3 响应分区

针对混凝土扩容现象, Zhang 等^[5] 和张欣欣等^[16] 在空腔膨胀过程中引入了扩容区, 整个响应分区可以分为弹性区-开裂区-扩容区-密实区, 如图 2(a) 所示。其中弹性区和开裂区处于弹性状态, 扩容区和密实区处于塑性状态, 开裂区和扩容区的边界条件为径向应力达到混凝土单轴抗压强度。但扩容的定义

为体积由压缩变为膨胀, 因此通过径向应力定义并不妥当。并且, 当径向应力达到抗压强度时混凝土已进入塑性状态, 因而不能将整个开裂区定义为弹性状态。本文将开裂区分为弹性开裂区和塑性开裂区, 两者之间边界条件为径向应力达到屈服应力, 该应力可由改进的 Ottosen 屈服条件计算。并且塑性开裂区与扩容区边界条件为体积由压缩变为膨胀对应的径向应力, 亦可通过改进的 Ottosen 屈服条件计算。扩容区与密实区边界为屈服条件出现帽盖, 可根据帽盖模型定义求得。重新定义的分区如图 2(b) 所示。

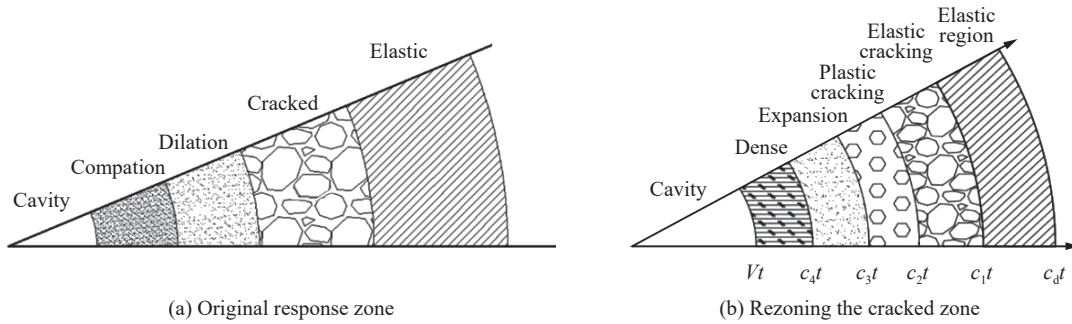


图 2 空腔膨胀理论响应分区

Fig. 2 Response zone of cavity expansion theory

在获得各响应分区特点后, 可根据球坐标下的质量守恒方程、动量守恒方程和 Hugoniot 间断条件求解:

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2v}{r} \right) = - \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \tag{6}$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = -\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \rho_- (v_- - c_n) &= \rho_+ (v_+ - c_n) \\ \sigma_- + \rho_- v_- (v_- - c_n) &= \sigma_+ + \rho_+ v_+ (v_+ - c_n) \end{aligned} \tag{8}$$

式中: ρ 为材料密度, r 为径向坐标, σ_r 为径向应力, σ_θ 为周向应力, c_n 为界面速度, “-” 下标表示当前分区参数, “+” 下标表示要求解下一分区的参数。

2 动态球形空腔膨胀理论响应分区分析

2.1 弹性区

弹性区的混凝土可采用 Hooke 定律描述其应力应变关系。采用岩土力学描述方式, 即压应力为正, 拉应力为负, 在球坐标下径向应力和周向应力的表达式:

$$\sigma_r = -\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\nu \frac{u}{r} \right] \tag{9}$$

$$\sigma_\theta = -\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\nu \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right] \tag{10}$$

式中: E 为杨氏模量, ν 为泊松比, u 为径向位移。

因为混凝土弹性变形很小, 因此忽略动量守恒方程(式(7))中的质点速度, 将式(9)~(10)代入式(7)可得:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} = \frac{1}{c_d^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{11}$$

式中: c_d 为混凝土弹性波速度,

$$c_d = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho_0}} \quad (12)$$

式中: ρ_0 为混凝土密度。

记 c_1 为弹性区与弹性开裂区的界面传播速度, 通过引入相似变换 $\xi_1 = r/(c_1 t)$, $\bar{u}_1 = u/(c_1 t)$, 则式 (11) 可以转换为常微分方程:

$$\frac{d^2 \bar{u}_1}{d\xi_1^2} + \frac{2}{\xi_1} \frac{d\bar{u}_1}{d\xi_1} - \frac{2\bar{u}_1}{\xi_1} = \alpha^2 \xi_1^2 \frac{d^2 \bar{u}_1}{d\xi_1^2} \quad (13)$$

式中: $\alpha = c_1/c_d$ 。Forrestal 等^[2] 给出了该常微分方程的通解:

$$\bar{u}_1 = A\alpha\xi_1 - B \frac{1-3\alpha^2\xi_1^2}{3\alpha^2\xi_1^2}, \quad 1 \leq \xi_1 \leq \frac{1}{\alpha} \quad (14)$$

式中: 待定系数 A 和 B 需要根据边界条件求解。弹性区外侧边界质点位移为 0, 内侧边界周向应力为混凝土抗拉强度 f_t , 内外侧边界条件可表示为:

$$\bar{u}_1 \left(\xi_1 = \frac{1}{\alpha} \right) = 0 \quad (15)$$

$$\sigma_\theta(\xi_1 = 1) = -f_t \quad (16)$$

最终得到参数 A 和 B 的表达式:

$$B = -\frac{3}{2}A, \quad A = \left(\frac{f_t}{\rho_0 c_d^2} \right) \frac{2\alpha^2(1-\nu)}{2\nu(\alpha^3-1) + (2\alpha^3-3\alpha^2+1)} \quad (17)$$

弹性区内测边界的径向应力为:

$$\sigma_1(\xi_1 = 1) = -\frac{EA[\alpha^3(1+\nu) - 3\nu\alpha^2 - (1-2\nu)]}{\alpha^2(1-\nu)(1-2\nu)} \quad (18)$$

2.2 弹性开裂区

混凝土材料的抗拉强度要远低于抗压强度, 且抗压强度越高拉压比越小。在周向拉应力作用下混凝土会产生裂纹, 导致周向应力变为零, 形成开裂区。此时径向应力未达到屈服应力, 因而此时开裂区均处于单轴弹性状态。则径向应力表达式可表示为:

$$\sigma_r = -E \frac{\partial u}{\partial r} \quad (19)$$

动量方程(式 (7))可简化为:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2\sigma_r}{r} = -\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (20)$$

记 c_2 为弹性开裂区与塑性开裂区的界面传播速度, 通过引入相似变换 $\xi_2 = r/(c_2 t)$, $\bar{u}_2 = u/(c_2 t)$, 将式 (19) 代入式 (20) 可得:

$$\frac{d^2 \bar{u}_2}{d\xi_2^2} + \frac{2}{\xi_2} \frac{d\bar{u}_2}{d\xi_2} = \beta^2 \xi_2^2 \frac{d^2 \bar{u}_2}{d\xi_2^2} \quad (21)$$

式中: $\beta = c_2/c_p$, 其中 $c_p = \sqrt{E/\rho_0}$ 。式 (21) 的通解为:

$$\bar{u}_2 = C - D \frac{1+\beta^2\xi_2^2}{\xi_2} \quad 1 \leq \xi_2 \leq \gamma \quad (22)$$

式中: $\gamma = c_1/c_2$ ^[10], C 和 D 需要根据边界条件求解。弹性开裂区在外侧界面处有位移连续条件, 在内测边界径向应力达到屈服应力 σ_y , 即:

$$\bar{u}_2(\xi_2 = \gamma) = \gamma \bar{u}_1(\xi_1 = 1) \quad (23)$$

$$\sigma_r(\xi_2 = 1) = -E \frac{d\bar{u}_2}{d\xi_2} = \sigma_y \quad (24)$$

最终得到 C 和 D 的表达式为:

$$D = \frac{\sigma_y}{E(\beta^2 - 1)}, \quad C = \gamma \left[A\alpha + \frac{3}{2}A \left(\frac{1}{3\alpha^2} - 1 \right) \right] + D \frac{1 + \beta^2 \gamma^2}{\gamma} \quad (25)$$

将弹性区与弹性开裂区两侧的物理量代入 Hugoniot 间断条件(式(8))可得:

$$\gamma^2 = \left(\frac{\alpha c_d}{\beta c_p} \right)^2 = \frac{\sigma_y [1 - (\beta\gamma)^2]}{\sigma_1 - \rho_0 \eta_1 \left(\frac{c_1 - v_1}{1 - \eta_1} \right)^2} \left[1 - \frac{\rho_0 (1 - 2\nu)}{E} \left(\frac{c_1 - v_1}{1 - \eta_1} \right)^2 \right] + (\beta\gamma)^2 \quad (26)$$

式中: σ_1 、 v_1 和 η_1 分别为弹性区内侧边界(即 $\xi_1 = 1$)的径向应力、质点速度和体积应变。该式表明, 当 c_1 确定后, c_2 也随之确定。在计算中随着 c_1 的增加, c_2 的值会追赶上 c_1 , γ 的值趋近于 1, 此时弹性开裂区会消失, 弹性区内侧边界条件也会发生变化。因此 γ 可视为弹性开裂区存在与否的判断条件, 其值的大小可以反应弹性开裂区的范围。

2.3 塑性开裂区

当混凝土的径向应力达到屈服应力后, 混凝土进入塑性状态, 屈服应力可由改进的 Ottosen 屈服条件计算。此时混凝土处于塑性单轴压缩状态, Hooke 定律已经不适用, 因此采用 Dilatant-Kinematic 方程(式(5))描述。对式(5)进行积分, 并采用边界条件式 $v(c_2 t, t) = v_3$, 可得:

$$v = v_3 \left(\frac{c_2 t}{r} \right)^{m_1} \quad (27)$$

式中: v_3 为塑性开裂区外侧边界的质点速度; m_1 为塑性开裂区的体积系数, 此时塑性开裂区为压缩状态, 因此 $m_1 > 2$, 根据文献 [14-16], m_1 取为 2.2。

将式(27)代入质量守恒方程(式(6))中得到:

$$\rho(2 - m_1)v_3(c_2 t)^{m_1} \frac{1}{r^{m_1+1}} = - \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \quad (28)$$

记 c_3 为塑性开裂区和扩容区的界面传播速度, 并引入相似变换 $\xi_3 = r/(c_3 t)$, $\delta = c_2/c_3$, 可得:

$$\rho = \rho_c \left(-\frac{N_1}{\xi_3^{m_1+1}} + 1 \right)^{\frac{M_1}{N_1(1+m_1)}} \quad (29)$$

式中: $M_1 = [(2 - m_1) \cdot v_3 \cdot \delta^{m_1}] / c_3$, $N_1 = v_3 \delta^{m_1} / c_3$, ρ_c 为积分常数。

由式(27)可得:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = v_3 m_1 \frac{c_2^{m_1} t^{m_1-1}}{r^{m_1}} \quad (30)$$

在动量守恒方程(式(7))中, 令周向应力 $\sigma_\theta = 0$, 可得:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2\sigma_r}{r} = -\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (31)$$

将式(27)、式(29)~(30)代入式(31), 并取 $S_3 = \sigma_r/f_c$, 可得:

$$\frac{dS_3}{d\xi_3} = \frac{-\rho_c \left(-\frac{N_1}{\xi_3^{m_1+1}} + 1 \right)^{\frac{M_1}{N_1(1+m_1)}}}{f_c} \left[v_3 m_1 \left(\frac{\delta}{\xi_3} \right)^{m_1} c_3 - v_3^2 m_1 \frac{\delta^{2m_1}}{\xi_3^{2m_1+1}} \right] - \frac{2S_3}{\xi_3} \quad (32)$$

进而采用 Runge-Kutta 法对式(32)在区间 $[1, \delta]$ 内进行求解, 得到该区域的径向应力。由于 c_3 的值未知, 因此需要对其取值进行试算, 并根据塑性开裂区内侧边界条件进行判断。塑性开裂区进入扩容区体积由压缩变为膨胀, 所以其内侧边界条件为体积应变由负变为正时对应的径向应力, 可由改进的 Ottosen 屈服条件计算得出。计算中 c_3 的值会赶上 c_2 , 此时塑性开裂区会消失, 扩容区的边界条件会发生变化。

2.4 扩容区

在扩容区, 由于混凝土体积由压缩变为膨胀, 会受到围压作用, 因此处于三轴塑性状态。同塑性开裂区求解方法, 同样采用 Dilatant-Kinematic 方程(式 (5))。定义扩容区体积系数为 m_2 , 因为扩容区为膨胀状态, 因此 $m_2 < 2$, 根据文献 [14-16], m_2 取为 1.8。记 c_4 为扩容区和密实区 (若密实区不存在则为空腔) 的界面传播速度, 引入相似变换 $\xi_4 = r/(c_4 t)$, $\varsigma = c_3/c_4$, $S_4 = \sigma_r/f_c$ 。将改进的 Ottosen 屈服条件代入动量守恒方程(式 (7))中, 可得:

$$\frac{dS_4}{d\xi_4} = \frac{-\rho_c \left(-N_2/\xi_4^{m_2+1} + 1 \right)^{\frac{M_2}{N_2(1+m_2)}}}{f_c} \left[v_4 m_2 \left(\frac{\varsigma}{\xi_4} \right)^{m_2} c_4 - v_4^2 m_2 \frac{\varsigma^{2m_2}}{\xi_4^{2m_2+1}} \right] - \frac{f_c}{\xi_4} \left[\frac{2b + \sqrt{3}\lambda}{a} - \sqrt{\left(\frac{2b + \sqrt{3}\lambda}{a} \right)^2 + 12/a - 12bS_4/a} \right] \quad (33)$$

式中: $M_2 = (2 - m_2) v_4 (\xi_4 = \varsigma)^{m_2} / c_4$, $N_2 = \varsigma^{m_2} v_4 (\xi_4 = \varsigma) / c_4$, $v_4 (\xi_4 = \varsigma)$ 为扩容区外侧边界的质点速度。

进而采用 Runge-Kutta 法对常微分方程(式 (33))在区间 $[1, \varsigma]$ 内进行求解, 得到该区域的径向应力。同样由于 c_4 的值未知, 因此需要对其取值进行试算。扩容区内侧边界条件存在两种情况, 即扩容区内是空腔或扩容区内存在密实区。由式 (27) 可得质点速度 v_4 在扩容区内侧的表达式:

$$v_4 (\xi_4 = 1) = v_4 (\xi_4 = \varsigma) \varsigma^{m_2} \quad (34)$$

当内侧边界条件为边界质点速度等于空腔膨胀速度, 即 $v_4 (\xi_4 = 1)/c_4 = 1$ 时, 扩容区内侧是空腔。求解得到扩容区内侧边界径向应力后, 可通过改进的 Ottosen 屈服条件得到周向应力, 应力状态的无量纲应力第一不变量为:

$$I_1 = S_4 + 2 \left[\sqrt{-\frac{3b}{a} S_4 + \frac{3}{a} + \left(\frac{2b + \sqrt{3}\lambda}{2a} \right)^2} - \frac{2b + \sqrt{3}\lambda}{2a} + S_4 \right] \quad (35)$$

当 I_1 满足改进的 Ottosen 屈服条件的帽盖模型时, 如式 (4), 扩容区内侧存在密实区。

2.5 密实区

当无量纲应力第一不变量的值超过 I_1^M 时, 扩容区内部存在密实区。密实区同样采用 Dilatant-Kinematic 方程和改进的 Ottosen 屈服条件进行描述, 并且推导过程类似扩容区。记密实区的体积系数为 m_3 , 因为密实区为压缩状态, 因此 $m_3 > 2$, 根据文献 [14-16], m_3 取为 2.2。记 c_5 为空腔的界面传播速度, 引入如下相似变换 $\xi_5 = r/(c_5 t)$, $\zeta = c_4/c_5$, $S_5 = \sigma_r/f_c$ 。令 $M_3 = (2 - m_3) v_5 (\xi_5 = \zeta)^{m_3} / c_5$, $N_3 = \zeta^{m_3} v_5 (\xi_5 = \zeta) / c_5$, $v_5 (\xi_5 = \zeta)$ 为密实区外侧边界的质点速度。将改进的 Ottosen 屈服条件代入动量守恒方程(式 (7))中, 可得:

$$\frac{dS_5}{d\xi_5} = \frac{-\rho_c \left(-\frac{N_3}{\xi_5^{m_3+1}} + 1 \right)^{\frac{M_3}{N_3(1+m_3)}}}{f_c} \left[v_5 m_3 \left(\frac{\zeta}{\xi_5} \right)^{m_3} c_5 - v_5^2 m_3 \frac{\zeta^{2m_3}}{\xi_5^{2m_3+1}} \right] - \frac{f_c}{\xi_5} \left[\frac{2b + \sqrt{3}\lambda}{a} - \sqrt{\left(\frac{2b + \sqrt{3}\lambda}{a} \right)^2 + \frac{12}{a} - \frac{12bS_5}{a}} \right] \quad (36)$$

采用 Runge-Kutta 法对式 (36) 在区间 $[1, \zeta]$ 内进行求解, 得到该区域的径向应力。由于 c_5 的值未知, 因此需要对其取值进行试算。每次试算后, 用密实区内侧边界 ($\xi_5 = 1$) 的边界条件进行判断。由于没有后续区域出现, 密实区内侧边界的质点速度 $v_5(1)$ 等于空腔膨胀速度 c_5 , 所以边界条件为:

$$\frac{v_5 (\xi_5 = 1)}{c_5} = 1 \quad (37)$$

至此就沿动态球形空腔膨胀响应分区从外向内的顺序完成了所有响应区的分析与推导求解。

3 响应分区与侵彻深度的计算与分析

3.1 响应分区的计算与分析

通过计算得到了混凝土空腔膨胀过程中各响应区界面传播速度与空腔边界膨胀速度的关系, 如图 3 所示。当空腔边界膨胀速度较小时, 不存在密实区, c_1 、 c_2 和 c_3 均随空腔边界膨胀速度 V (密实区存在时即为密实区内侧质点速度, 密实区不存在时即为扩容区内侧质点速度) 的增大而非线性增大; 当 V 增大到一定程度时, 扩容区与密实区界面速度 c_4 出现, 密实区出现; V 继续增加时, c_3 追赶上 c_2 , 塑性开裂区消失; 而后 c_2 追赶上 c_1 , 弹性开裂区消失。因此可以将 c_1 外的区域看作弹性区, c_1 与 c_2 间的区域为弹性开裂区, c_2 与 c_3 间的区域为塑性开裂区, c_3 与 c_4 间的区域为扩容区范围, c_4 内为密实区。

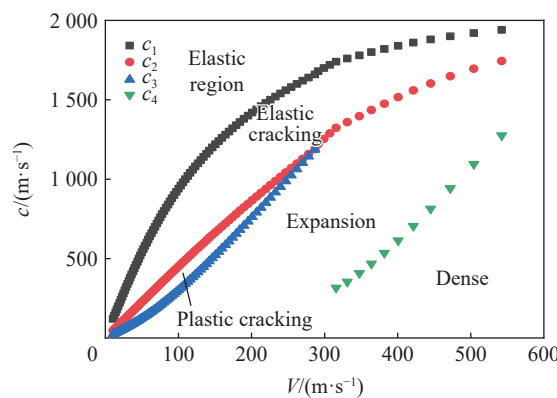


图 3 响应区界面传播速度与空腔边界膨胀速度关系

Fig. 3 Relationship between the interface propagation velocity in response zone and the cavity boundary expansion velocity

当混凝土强度变化时, 各响应区边界传播速度规律以及范围大小也会有所不同, 进而可以反应不同混凝土在侵彻中的现象与规律。本文计算了抗压强度为 35、60、80 和 120 MPa 的混凝土各响应区界面传播速度, 不同强度混凝土的力学性能参数如表 1 所示。

表 1 不同抗压强度混凝土的力学性能参数

Table 1 Mechanical properties of concrete with different compressive strength

抗压强度/MPa	密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	弹性模量/GPa	泊松比	抗压比	屈服强度/MPa	扩容时强度/MPa
35	2380	28.8	0.2	0.076	8.8	33.7
60	2420	33.9	0.2	0.062	15.6	58.9
80	2450	36.9	0.2	0.055	22.7	78.7
120	2500	41.7	0.2	0.047	35.1	114.6

注: 数据来自于文献[20-21]和基于改进的 Ottosen 屈服条件计算得到。

图 4 给出了四中混凝土的界面传播速度, 可以看出:

(1) 以图中空腔边界膨胀速度为 600 m/s 时为例, 四种强度混凝土 c_1 值分别为 1880、2060、2180 和 2320 m/s; 随着混凝土强度的提高, 相同空腔速度下, 对应 c_1 的值越大; 这表明在空腔膨胀过程中, 混凝土强度越高, 开裂区边界范围越大; 开裂区由于周向应力达到抗拉强度, 因此出现周向开裂, 即产生破坏; 反映在侵彻过程中, 相同尺寸靶体下, 高强混凝土的破坏区域越大;

(2) 四种强度混凝土 c_3 追赶上 c_2 时对应空腔边界膨胀速度分别为 240、320、340 和 350 m/s; 随着混凝土强度的增加, c_3 追赶上 c_2 时对应的速度越大, 塑性开裂区存在的时间和区域越大; 但由于 c_3 和 c_2 的差值较小, 塑性开裂区的范围比弹性开裂区和扩容区要小很多;

(3) 混凝土强度越大, c_4 增加速度越慢, 扩容区范围越大; 混凝土出现扩容的原因在于混凝土内部出现裂纹, 造成体积增大, 因此弹性开裂区、塑性开裂区和扩容区都可以看作侵入时裂纹出现的区域; 图中所示高强混凝土的弹性开裂区、塑性开裂区和扩容区范围更大, 印证了侵入实验中高强混凝土破坏范围更大的现象;

(4) 四种强度混凝土 c_4 出现时对应的空腔边界膨胀速度分别为 315、400、465 和 545 m/s; 混凝土强度越大 c_4 的速度增加慢, 速度相对更小, 并且出现时对应的速度更大, 则其密实区范围更小, 表明了高强混凝土更不容易压实的特点, 且其压实后体积变化相对较小; 因为较低强度的混凝土中空隙和裂纹较多, 因此更容易压实, 体积应变较大; 高强混凝土更加密实, 接近均质材料, 因此不容易压缩。

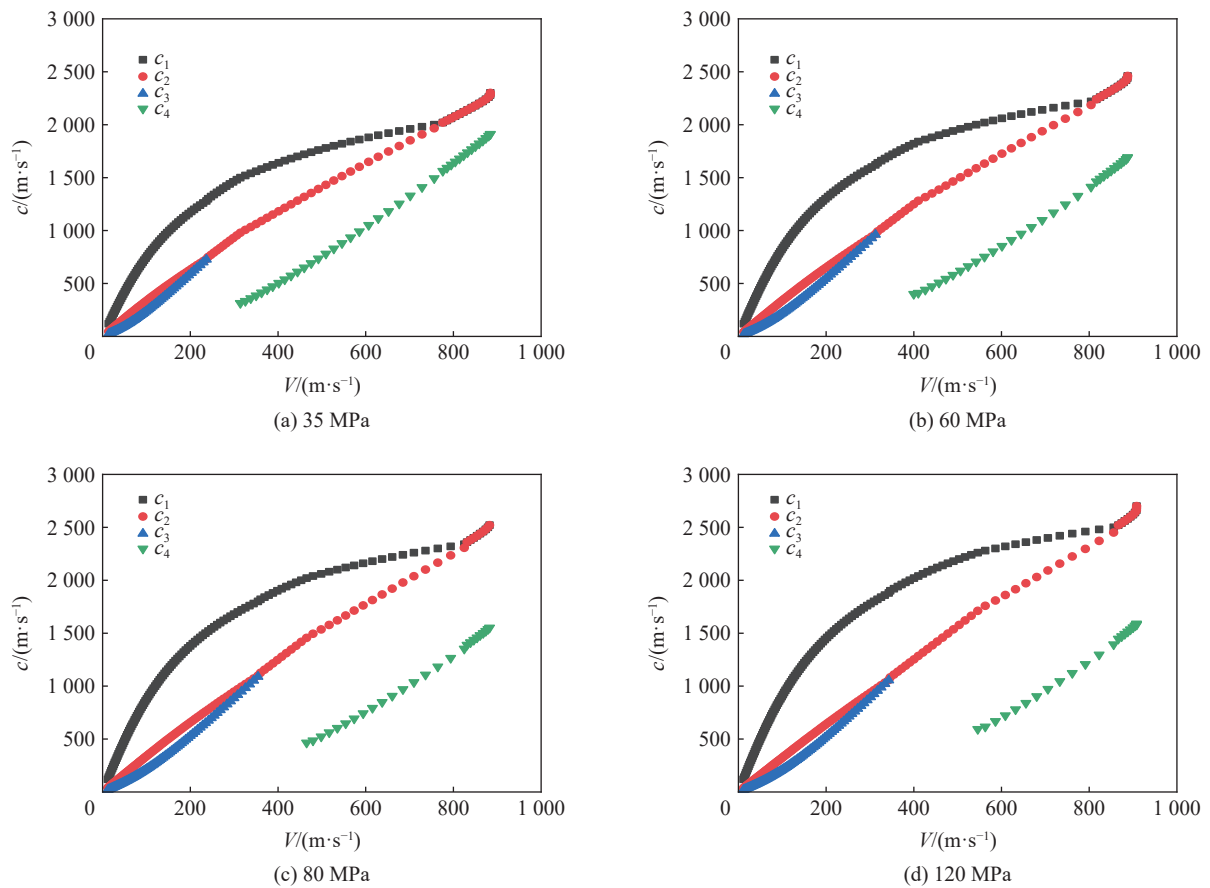


图 4 不同强度混凝土响应区域界面传播速度与空腔边界膨胀速度关系

Fig. 4 Relationship between interface propagation velocity in response zone and cavity boundary expansion velocity of different strength concrete

不考虑塑性开裂区时不同强度混凝土的响应区界面传播速度如图 5 所示。同图 4 对比可知, 考虑塑性开裂区后, 密实区出现时扩容区与密实区界面速度对应的空腔边界膨胀速度, 即 c_4 的初始大小有了显著的区别。混凝土强度越高, c_4 的初值越大, 表明侵入过程中压实高强混凝土需要更高的速度。由此可知考虑塑性开裂区后, 不同强度混凝土的响应区界面传播速度会有更加显著的区别, 并能够更好地反应混凝土在侵入中的现象、规律以及力学特点。

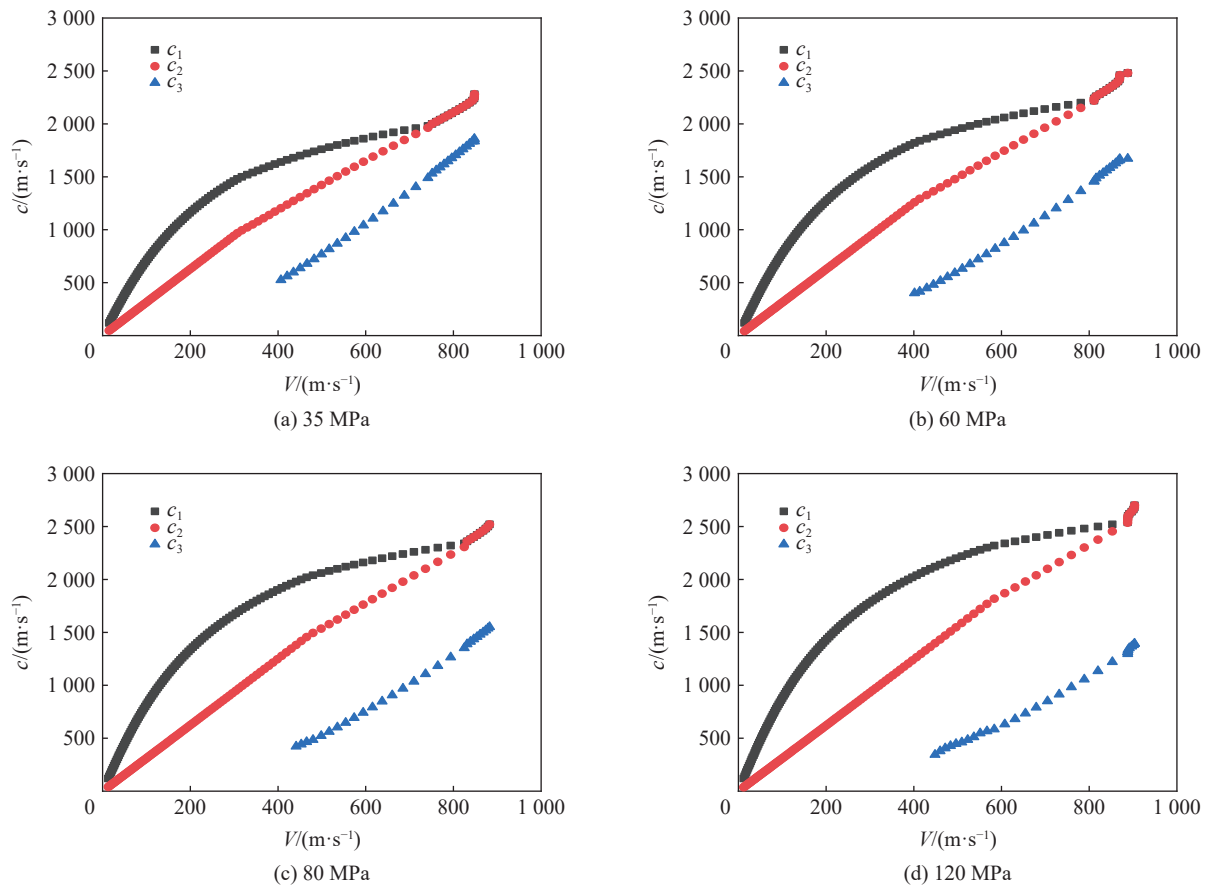


图 5 不考虑塑性开裂区时不同强度混凝土的响应区域界面传播速度

Fig. 5 Interface propagation velocity in response zone of different strength concrete without considering plastic cracking zone

3.2 侵蚀深度计算与分析

图 6 给出了通过计算得到的无量纲空腔边界径向应力与无量纲空腔边界膨胀速度的关系, 采用二次多项式对图中曲线进行拟合可得:

$$\frac{\sigma_r}{f_c} = a_1 \left(\frac{V}{\sqrt{f_c/\rho_0}} \right)^2 + a_2 \left(\frac{V}{\sqrt{f_c/\rho_0}} \right) + a_3 \quad (38)$$

式中: a_1 、 a_2 和 a_3 为空腔膨胀应力拟合参数。该式在侵蚀阻力分析中表示弹体表面与混凝土靶之间的法向应力, 将其在弹体头部表面进行积分可以获得弹体的侵蚀阻力。

任意头部形状弹体的受力分析如图 7 所示, 其中 d 为弹体直径, h 为弹体头部长度, 弹体头部轮廓的函数为 $y = y(x)$, 头部尖端与头部结束位置的坐标分别为 x_1 和 x_2 。 σ_n 为弹体表面法向压力, 与该位置的空腔膨胀边界应力相等。弹体运动速度为 V_z , ϕ 为弹体表面微元方位角, $V_z \cos \phi$ 为该微元与混凝土靶的法向相对运动速度, 即为混凝土的空腔边界膨胀速度。

假设弹体为刚体, 侵蚀混凝土的过程可以分为开坑段和隧道段。开坑段的弹体阻力可简

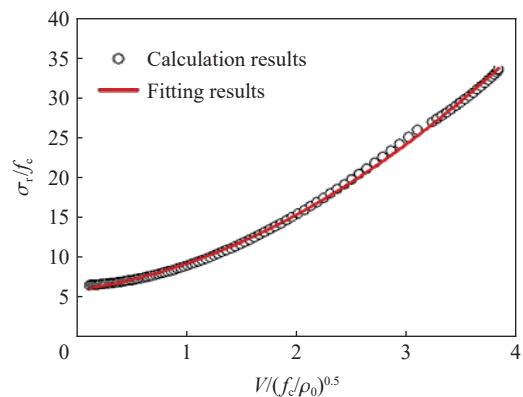


图 6 无量纲空腔边界径向应力与空腔边界膨胀速度关系

Fig. 6 The relationship between the dimensionless radial stress of the cavity boundary and the expansion velocity of the cavity boundary

化为线性关系:

$$F_z = sx \quad x \leq 2d \quad (39)$$

式中: s 为常数。隧道段弹体表面微元的轴向力为:

$$dF_z = \sigma_r (V_z \cos \phi) \frac{2\pi y dx}{\sin \phi} (\cos \phi + \mu \sin \phi) \quad (40)$$

积分可得隧道段阻力表达式:

$$F_z = \int_{x_1}^{x_2} dF_z = A_1 V_z^2 + A_2 V_z + A_3 \quad x > 2d \quad (41)$$

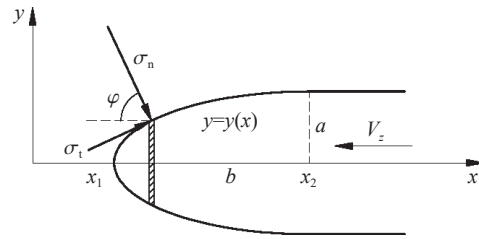


图 7 任意头部弹体的受力分析

Fig. 7 Force analysis of projectile with arbitrary head

式中: A_1 、 A_2 和 A_3 为与空腔膨胀应力拟合参数和弹体头部形状有关的积分参数。根据牛顿第二定律, 对开坑和隧道段阻力分别积分, 得到侵入深度表达式:

$$P = -\frac{m}{2A_1} \left[\ln \frac{Q_1}{(V_1 + Q_2)^2 + Q_3} - \frac{2Q_2}{\sqrt{Q_3}} \left(\arctan \frac{Q_2}{\sqrt{Q_3}} - \arctan \frac{V_1 + Q_2}{\sqrt{Q_3}} \right) \right] + 2d \quad (42)$$

其中

$$\begin{cases} V_1 = \frac{-A_2 + \sqrt{A_2^2 - 4 \left(A_1 + \frac{m}{4a} \right) \left(A_3 - \frac{mV_z^2}{4a} \right)}}{2 \left(A_1 + \frac{m}{4a} \right)} \\ Q_1 = A_3/A_1, \quad Q_2 = A_2/2A_1, \quad Q_3 = Q_1 - Q_2^2 \end{cases} \quad (43)$$

式中: m 为弹体质量。

文献 [28-30] 中开展了弹体侵入抗压强度为 97、63 和 39MPa 混凝土靶的实验。上述实验覆盖了较大的速度范围、靶体强度范围和弹体质量范围, 弹靶情况可见相关文献, 计算采用的混凝土力学性能参数见表 2。实验中弹体侵蚀很小, 在计算中可视为刚体。采用本文基于 Ottosen 屈服条件并考虑塑性开裂区的空腔膨胀理论与文献 [16] 中空腔膨胀理论分别对文献 [28-30] 的实验情况进行计算并对比, 计算结果如图 8 所示。可以看到对于 39 和 63 MPa 的混凝土, 两种空腔膨胀理论方法得到的结果与实验结果

表 2 不同强度混凝土的力学性能参数

Table 2 Mechanical property parameters of concrete with different strengths

抗压强度/MPa	密度/(kg·m ⁻³)	弹性模量/GPa	泊松比	抗压比	屈服强度/MPa	扩容时强度/MPa
39	2400	29.2	0.2	0.075	9.2	37.3
63	2420	34.8	0.2	0.061	18.6	60.9
97	2520	39.8	0.2	0.049	29.7	94.8

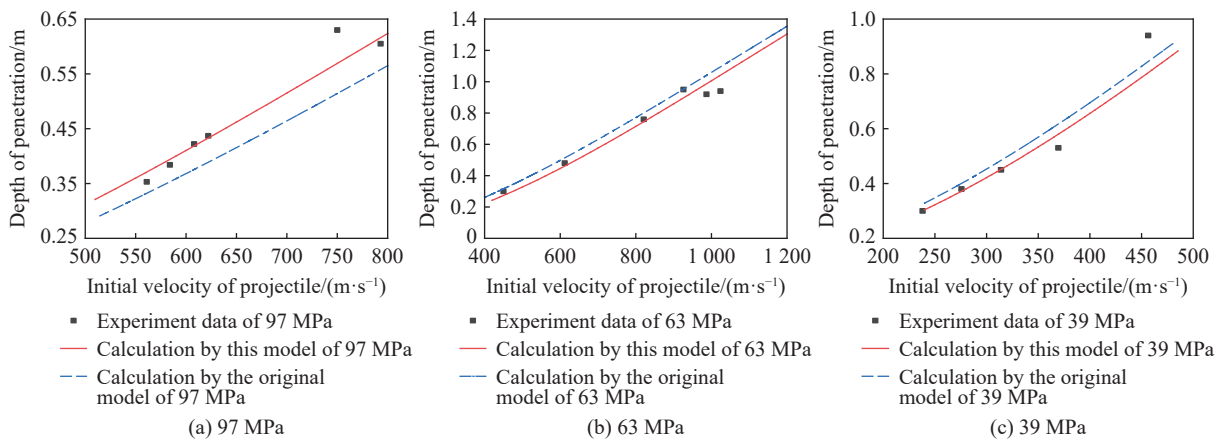


图 8 弹体侵入不同强度混凝土实验结果与计算结果对比

Fig. 8 Experimental and calculated results for the projectile penetrating concrete with different strength

都比较吻合, 两者计算结果差距很小。而对于侵入 97 MPa 高强混凝土情况, 本文模型与实验结果吻合较好, 文献 [16] 中空腔膨胀理论方法的计算结果与实验结果相比明显偏小, 误差在 15% 左右。因此对于普通混凝土, 两种方法的计算结果均较为准确, 但对于高强混凝土, 原有的空腔膨胀理论由于屈服条件简单而不能准确计算高围压下应力状态, 且出现密实区对应的速度不变, 故而过高计算了高强混凝土对弹体的阻力, 使得计算值偏小, 误差较大。本文的空腔膨胀理论对于普通混凝土和高强混凝土均有较好的适用性, 可以准确计算径向应力与空腔边界速度关系以及侵入深度, 可以用于实验预估和规律分析。

3.3 混凝土强度变化对侵入深度影响机理分析

为了进一步研究靶体强度对侵入深度影响的规律, 保持弹体不变, 选取本课题组开展的相同弹体侵入 35、60、80 和 120 MPa 混凝土靶的侵入实验^[31-32] 进行对比计算, 弹靶情况和参数可见相关文献, 实验中弹体侵蚀很小, 计算时可视为刚体。实验中弹体质量为 100 g, 侵入初速度范围为 600~1 300 m/s。实验和计算侵入深度结果如图 9(a) 所示。由于 80 和 120 MPa 混凝土的侵入深度相差很小, 为了更清楚展示, 结果单独列于图 9(b) 和图 9(c)。结合图 8 和图 9 计算与实验结果对比, 可以看到针对不同强度混凝土, 在较大侵入初速度速度范围内, 弹体侵入深度的计算结果与实验结果均符合较好, 基于此结果开展后续分析。

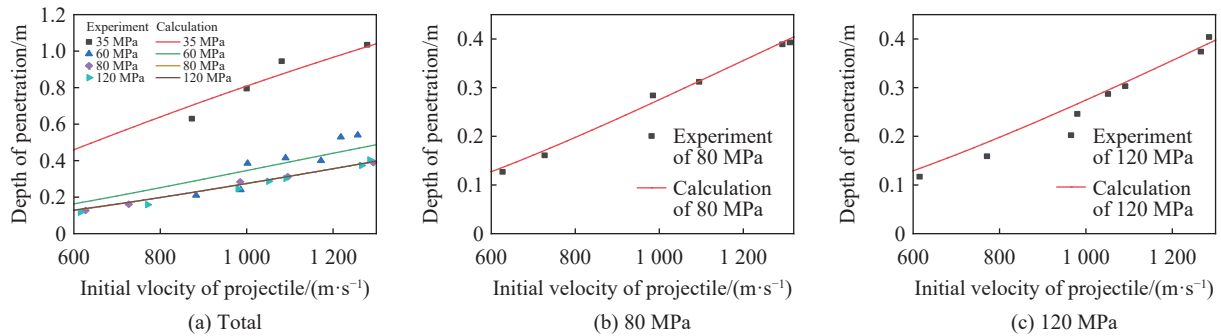


图 9 弹体侵入不同强度混凝土实验结果与计算结果对比

Fig. 9 Comparison of experimental and calculated results of projectile penetration into concrete with different strengths

从图 9(a) 中的计算数据可知, 混凝土强度越高, 弹体侵入深度随速度增加的增量越小, 且在相同侵入初速度下弹体的侵入深度随混凝土强度提高而减小, 但减小量也变小。Wu 等^[33-34] 和 Zhang 等^[35] 的实验中也发现并指出了这一规律。为了研究弹体侵入深度随混凝土强度变化的规律, 计算得到了 420 和 1 200 m/s 的速度下弹体侵入不同混凝土的速度-时间曲线, 如图 10 所示。在相同速度下侵入高强混凝土的弹体的曲线下降速度更快, 但随着混凝土强度提高下降速度的变化变小, 80 和 120 MPa 数据几乎重合。曲线与坐标轴围成的面积即为侵入深度, 可以看到高强混凝土曲线围成的面积更小, 因而其侵入深度更小。且高强混凝土的高速(1 200 m/s)减去低速(420 m/s)围成的面积更小, 因而强度越高, 弹体侵入深度随速度增加的增量越小。

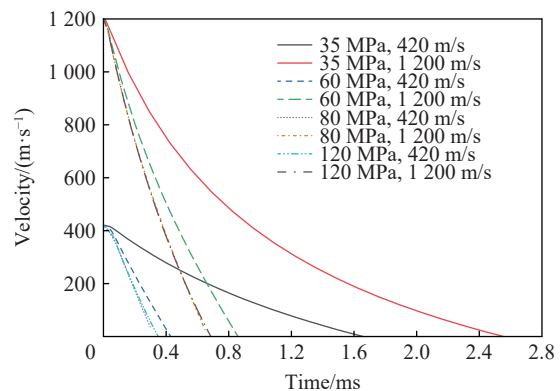


图 10 弹体侵入不同强度混凝土速度-时间曲线对比

Fig. 10 Comparison of speed-time curves of projectile penetration into concrete with different strengths

图 11 为弹体侵入不同强度混凝土的减加速度-时间曲线, 对比可知在相同初速度下, 随着混凝土强度的提高, 弹体的加速度变大, 但增加量变小, 尤其是当混凝土强度由 80 MPa 增大到 120 MPa 时, 加速

度几乎无变化。对比不同强度下加速度随侵入初速度的变化, 当侵入初速度由 400 MPa 变为 1 200 m/s 时, 对于 35 MPa 混凝土减加速度增加了三倍, 对于 60 MPa 混凝土增加了一倍多, 对于 80 和 120 MPa 混凝土增加不足一倍。由此可见侵入高强混凝土弹体的加速度更大, 但随强度增加减加速度的变化很小, 并且随速度增加减加速度的增加量相较于普通混凝土的增加量也较小。

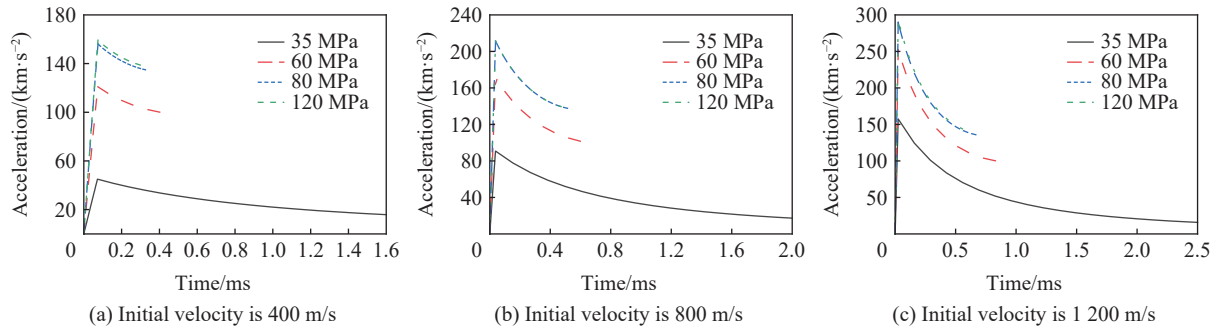


图 11 弹体侵入不同强度混凝土的加速度-时间曲线

Fig. 11 Deceleration-time curve of projectile penetration into concrete with different strength

图 12 为空腔边界应力与空腔膨胀速度的关系, 可以看到相同速度下随着强度的增加空腔边界应力变大, 但变化程度越来越小, 80 和 120 MPa 混凝土几乎无差别。因此造成了弹体侵入不同强度混凝土的减加速度和速度的差别, 并最终影响到侵入深度变化规律。

图 13(a) 以抗压强度 80 MPa 混凝土为例, 计算得到了其无量纲径向应力和周向应力随空腔边界膨胀速度变化情况, 无量纲应力为应力与抗压强度的比值, 图 13(b) 表示对应的应力状态在 Haigh-Wastergand 空间中的位置, 即混凝土压子午线上的屈服包络面, 以及对应的空腔边界膨胀速度。两图表明空腔边界应力状态都会落到子午线屈服包络面上, 且空腔边界膨胀速度越大, 围压越大, 径向应力越大, 对应的应力状态在 I_1 轴坐标越

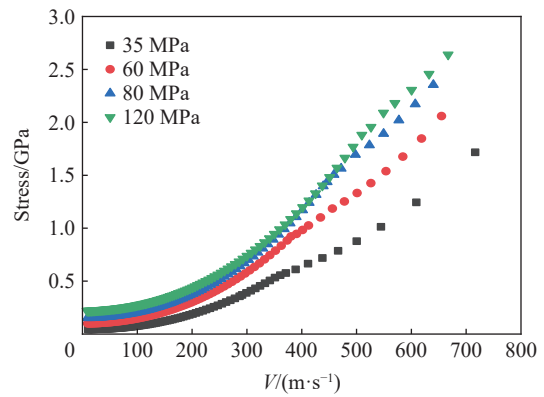
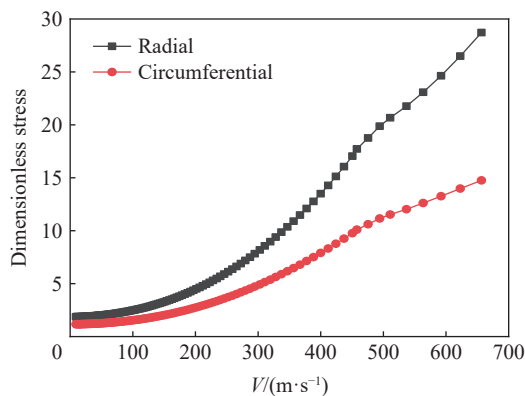
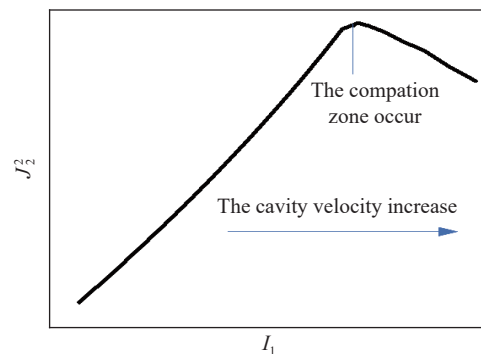


图 12 空腔边界应力与速度关系

Fig. 12 Relationship between stress of cavity boundary and velocity



(a) Relationship between dimensionless radial and circumferential stress and velocity



(b) Yield envelope surface of pressure meridian

图 13 80 MPa 混凝土应力状态示意

Fig. 13 Schematic diagram of the stress state of 80 MPa concrete

大, 因此可用 Haigh-Wastergand 空间中的屈服包络面表示随速度增加应力状态的变化。相关实验结果表明, 混凝土强度越高, 围压增强效应越弱, 可以推断在高围压下随着混凝土强度的增加径向应力的变化会越来越小。根据改进 Ottosen 屈服条件, 得到了不同强度混凝土在 Haigh-Wastergand 空间中的屈服包络面, 如图 14 所示。可以看到普通强度混凝土强度增大时, 其屈服包络面变化较大, 尤其在高围压下径向应力会成倍增加。而高强混凝土屈服包络面变化很小, 使得其高围压下径向应力的大小几乎无差别, 由此解释了图 12 中混凝土强度变化对空腔边界应力造成影响的原因。因此高强混凝土屈服面的变化特点造成了空腔膨胀过程中空腔边界应力随混凝土强度增加的变化规律。

由此可见, 从速度、减加速度和应力等方面, 普通强度混凝土和高强混凝土都会有明显的差别, 但由强度提高带来的变化不是无限增加的, 对于高强混凝土随着强度增加诸方面的变化越来越小, 直至几乎没有区别, 因而强度提升带来的抗侵入能力增益越来越小。这就造成了实验中随着混凝土强度增加, 弹体侵入深度随速度增加的增量越小, 且在相同侵入初速度下随混凝土强度提高弹体的侵入深度减小, 但减小量也变小的特点。

4 结 论

本文基于改进 Ottosen 屈服条件, 对空腔膨胀理论响应分区和边界条件进行了改进和优化, 获得了各响应分区的发展变化规律以及空腔边界应力和膨胀速度关系。对弹体侵入不同强度混凝土侵入过程中靶体各分区的响应以及弹体侵入深度进行了计算和分析, 验证了本文建立的空腔膨胀理论模型和弹体侵入深度计算模型的准确性和适用性, 主要结论如下。

(1) 结合改进 Ottosen 屈服条件, 引入塑性开裂区, 构建的空腔膨胀理论中各分区的响应可以很好地反应不同强度混凝土的力学特性以及在侵入中的破坏现象。混凝土强度越高, 开裂区和扩容区范围越大, 混凝土破坏范围越大; 密实区范围越小, 越不容易压实。体现了高强混凝土脆性大, 更加密实的特点。

(2) 采用侵入深度计算模型对实验工况进行了计算, 计算结果与实验结果符合较好, 证明了基于改进 Ottosen 屈服条件和引入塑性开裂区的空腔膨胀理论的准确性和适用性。并且计算结果反映了混凝土强度越高, 弹体侵入深度随速度增加的增量越小, 且在相同侵入初速度下随混凝土强度提高弹体的侵入深度减小, 减小量也变小的特点。

(3) 基于侵入应力状态计算结果和改进 Ottosen 屈服条件就靶体强度对侵入深度影响的机理进行了分析, 结果表明随着强度的增加混凝土屈服包络面扩大但变化越来越小, 因而空腔边界应力增大, 但变化程度越来越小, 造成了靶体强度提高后侵入深度的变化特点。

参考文献:

- [1] FORRESTAL M J, TZOU D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, 34(31/32): 4127-4146. DOI: 10.1016/S0020-7683(97)00017-6.
- [2] FORRESTAL M J, LUK V K. Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastic-plastic solid [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55(2): 275-279. DOI: 10.1115/1.3173672.
- [3] 黄民荣, 顾晓辉, 高永宏. 脆性材料静态抗侵入阻力简化计算模型与对比研究 [J]. *弹道学报*, 2009, 21(2): 86-89.

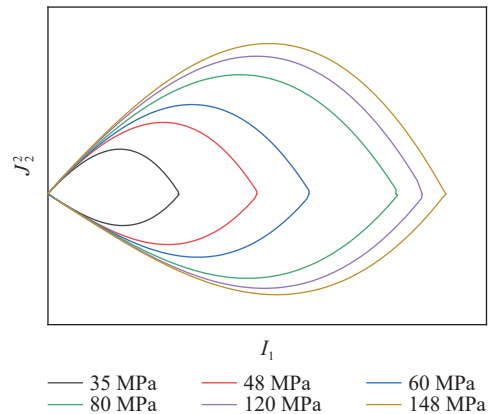


图 14 不同强度混凝土的屈服包络面
Fig. 14 Yield envelope surface of different strength concrete

- HUANG M R, GU X H, GAO Y H. Simplified analytical model and its contrast study on the static penetration resistance of brittle materials [J]. *Journal of Ballistics*, 2009, 21(2): 86–89.
- [4] 黄民荣, 顾晓辉, 高永宏. 基于 Griffith 强度理论的空腔膨胀模型与应用研究 [J]. *力学与实践*, 2009, 31(5): 30–34. DOI: 10.6052/1000-0879-2008-351.
- HUANG M R, GU X H, GAO Y H. Cavity expansion model based on the Griffith strength theory and its application [J]. *Mechanics in Engineering*, 2009, 31(5): 30–34. DOI: 10.6052/1000-0879-2008-351.
- [5] ZHANG S, WU H J, TAN Z J, et al. Theoretical analysis of dynamic spherical cavity expansion in reinforced concretes [J]. *Key Engineering Materials*, 2016, 715: 222–227. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.715.222.
- [6] 曹扬悦也, 蒋志刚, 谭清华, 等. 基于 Hoek-Brown 准则的混凝土-岩石类靶侵入模型 [J]. *振动与冲击*, 2017, 36(5): 48–53, 60. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2017.05.008.
- CAO Y Y Y, JIANG Z G, TAN Q H, et al. Penetration model for concrete-rock targets based on Hoek-Brown criterion [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2017, 36(5): 48–53, 60. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2017.05.008.
- [7] 詹昊雯, 曹扬悦也, 蒋志刚, 等. 约束混凝土靶的准静态柱形空腔膨胀理论 [J]. *弹道学报*, 2017, 29(2): 13–18.
- ZHAN H W, CAO Y Y Y, JIANG Z G, et al. Quasi-static cylindrical cavity-expansion model for confined-concrete targets [J]. *Journal of Ballistics*, 2017, 29(2): 13–18.
- [8] XU H, WEN H M. A spherical cavity expansion penetration model for concrete based on Hoek-Brown strength criterion [J]. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2012, 13(2): 145–152. DOI: 10.1515/ijnsns-2011-099.
- [9] FENG J, LI W B, WANG X M, et al. Dynamic spherical cavity expansion analysis of rate-dependent concrete material with scale effect [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 84: 24–37. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.05.005.
- [10] SATAPATHY S. Dynamic spherical cavity expansion in brittle ceramics [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38(32/33): 5833–5845. DOI: 10.1016/S0020-7683(00)00388-7.
- [11] 李志康, 黄风雷. 高速长杆弹侵入半无限混凝土靶的理论分析 [J]. *北京理工大学学报*, 2010, 30(1): 10–13. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2010.01.002.
- LI Z K, HUANG F L. High velocity long rod projectile's penetration into semi-infinite concrete targets [J]. *Transactions of Beijing Institute of Technology*, 2010, 30(1): 10–13. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2010.01.002.
- [12] 李志康. 弹体正侵入半无限混凝土靶的理论分析 [D]. 北京: 北京理工大学, 2008.
- [13] 王一楠. 动能弹体高速侵入混凝土机理研究 [D]. 北京: 北京理工大学, 2009.
- [14] 何涛. 动能弹在不同材料靶体中的侵入行为研究 [D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2007.
- HE T. A study on the penetration of projectiles into targets made of various materials [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2007.
- [15] HE T, WEN H M, GUO X J. A spherical cavity expansion model for penetration of ogival-nosed projectiles into concrete targets with shear-dilatancy [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2011, 27(6): 1001–1012. DOI: 10.1007/s10409-011-0505-1.
- [16] 张欣欣, 闫雷, 武海军, 等. 考虑剪胀效应的混凝土动态球形空腔膨胀理论 [J]. *兵工学报*, 2016, 37(1): 42–49. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2016.01.007.
- ZHANG X X, YAN L, WU H J, et al. A note on the dynamic spherical cavity expansion of concrete with shear dilatancy [J]. *Acta Armamentarii*, 2016, 37(1): 42–49. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2016.01.007.
- [17] ZHANG X Y, WU H J, LI J Z, et al. A constitutive model of concrete based on Ottosen yield criterion [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2020, 193/194: 79–89. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2020.02.013.
- [18] OTTOSEN N S. A failure criterion for concrete [J]. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 1997, 103(4): 527–535.
- [19] 过镇海. 混凝土的强度和变形-试验基础和本构关系 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.
- [20] ČERVENKA J, PAPANIKOLAOU V K. Three dimensional combined fracture-plastic material model for concrete [J]. *International Journal of Plasticity*, 2008, 24(12): 2192–2220. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.01.004.
- [21] PAPANIKOLAOU V K, KAPPOS A J. Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(21): 7021–7048. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2007.03.022.
- [22] ARÁOZ G, LUCCIONI B. Modeling concrete like materials under sever dynamic pressures [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 76: 139–154. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2014.09.009.
- [23] DAHL K K B. A constitutive model for normal and high strength concrete [R]. Anker Engelunds Vej: Technical University of Denmark, 1992.

- [24] KUPFER H, HILSDORF K H, RUSH H. Behavior of concrete under biaxial stresses [J]. *Journal of the Engineering Mechanics Division Asce*, 1969, 99(8): 656–666. DOI: 10.14359/7388.
- [25] IMRAN I, PANTAZOPOULOU S J. Plasticity model for concrete under triaxial compression[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2001, 127(3): 281–290. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2001)127:3(281).
- [26] GABET T, MALÉCOT Y, DAUDEVILLE L. Triaxial behaviour of concrete under high stresses: influence of the loading path on compaction and limit states [J]. *Cement and Concrete Research*, 2008, 38(3): 403–412. DOI: 10.1016/j.cemconres.2007.09.029.
- [27] VU X H, MALECOT Y, DAUDEVILLE L, et al. Experimental analysis of concrete behavior under high confinement: Effect of the saturation ratio [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2009, 46(5): 1105–1120. DOI: 10.1016/j.ijsostr.2008.10.015.
- [28] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, 15(4): 395–405. DOI: 10.1016/0734-743X(94)80024-4.
- [29] FORRESTAL M J, FREW D J, HANCHAK S J, et al. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1996, 18(5): 465–476. DOI: 10.1016/0734-743X(95)00048-F.
- [30] FORRESTAL M J, FREW D J, HICKERSON J P, et al. Penetration of concrete targets with deceleration-time measurements [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(5): 479–497. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00108-2.
- [31] 武海军, 黄风雷, 王一楠, 等. 高速侵彻混凝土弹体头部侵蚀终点效应实验研究 [J]. *兵工学报*, 2012, 33(1): 48–55.
WU H J, HUANG F L, WANG Y N, et al. Experimental investigation on projectile nose eroding effect of high-velocity penetration into concrete [J]. *Acta Armamentarii*, 2012, 33(1): 48–55.
- [32] 张雪岩, 武海军, 李金柱, 等. 弹体高速侵彻两种强度混凝土靶的对比研究 [J]. *兵工学报*, 2019, 40(2): 276–283. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2019.02.007.
ZHANG X Y, WU H J, LI J Z, et al. Comparative study of projectiles penetrating into two kinds of concrete targets at high velocity [J]. *Acta Armamentarii*, 2019, 40(2): 276–283. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2019.02.007.
- [33] WU H, FANG Q, CHEN X W, et al. Projectile penetration of ultra-high performance cement based composites at 510–1320m/s [J]. *Construction and Building Materials*, 2015, 74: 188–200. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2014.10.041.
- [34] 吴昊, 方秦, 龚自明. HSFRC 靶体的弹体侵彻试验与理论分析 [J]. *弹道学报*, 2012, 24(3): 19–24, 53. DOI: 10.3969/j.issn.1004-499X.2012.03.005.
WU H, FANG Q, GONG Z M. Experiments and theoretical analyses on HSFRC target under the impact of rigid projectile [J]. *Journal of Ballistics*, 2012, 24(3): 19–24, 53. DOI: 10.3969/j.issn.1004-499X.2012.03.005.
- [35] ZHANG M H, SHIM V P W, LU G, et al. Resistance of high-strength concrete to projectile impact [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 31(7): 825–841. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2004.04.009.

(责任编辑 王小飞)