

DOI: 10.11883/bzycj-2023-0068

结构变形对深侵彻弹体偏转的影响*

何丽灵^{1,2}, 郭 虎^{1,2}, 陈小伟^{3,4}, 颜怡霞^{1,2}, 李继承^{1,2}, 陈 刚^{1,2}

1. 中国工程物理研究院总体工程研究所, 四川 绵阳 621999;
2. 工程材料与结构冲击振动四川省重点实验室, 四川 绵阳 621999;
3. 北京理工大学前沿交叉科学研究院, 北京 100081;
4. 北京理工大学爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081)

摘要: 钻地弹是打击地下工事的利器, 弹道偏转是降低钻地弹侵彻效率的重要原因之一, 弹道偏转的本质原因是弹体偏转, 亟需快速且精确地预测多侵彻姿态下弹体的侵深与偏转角度。基于微分面力法, 将计及有限大靶所有自由面影响的靶体响应力函数加载在弹体表面, 快速模拟了弹体的运动和变形。靶体响应力函数和数值计算模型通过了试验校核。利用刚性弹与可变形弹的运动和变形的对比, 剥离并分析了结构变形对弹体偏转的影响。分析显示, 结构变形是可变形弹偏转的驱动源之一, 其可改变弹体外力矩, 并影响弹体瞬时偏转速度。相同条件下, 可变形弹偏转角度大于刚性弹。随着弹体长径比减小、着靶速度降低及侵彻斜角增大, 刚性弹偏转角度增大; 而随着弹体长径比增大、侵彻斜角增大及弹体壁厚减小, 可变形弹偏转角度增大。着靶速度对可变形弹偏转角度的影响不单调。当着靶速度不高于 800 m/s、侵彻斜角不小于 20°时, 着靶速度越高、侵彻斜角越大、弹体长径比越大、壁厚越小, 则结构变形对弹体偏转的贡献越大。为此, 建议选择可变形弹分析非理想侵彻弹体的运动和变形, 以提高分析精度与合理性。

关键词: 弹体偏转; 结构变形; 刚体转动; 自由面效应

中图分类号: O385

国标学科代码: 13035

文献标志码: A

Influence of structural deformation on the deflection of penetrator into concrete target with deep penetration

HE Liling^{1,2}, GUO Hu^{1,2}, CHEN Xiaowei^{3,4}, YAN Yixia^{1,2}, LI Jicheng^{1,2}, CHEN Gang^{1,2}

1. Institute of Systems Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, Sichuan, China;
2. Shock and Vibration of Engineering Materials and Structures Key Laboratory of Sichuan Province, Mianyang 621999, Sichuan, China;
3. Advanced Research Institute for Multidisciplinary Science, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;
4. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Earth penetration weapon (EPW) is commonly used to attack the underground target. However, the ballistic trajectory deflection, which is essentially caused by the deflection of the penetrator, commonly decreases the penetration efficiency of the penetrator. Thus, both the deflection angle and depth of penetration (DOP) of the projectile demand rapid and precise predictions. Based on the differential-areal-force-law (DAFL) approach, an analytical contact-resistant pressure is applied on the projectile surface in simulation. It represents the resistant force of the target and considers the free-surface effects of all surfaces of a finite concrete target. The simulation model is verified by comparing with the test results of the DOP

* 收稿日期: 2023-02-28; 修回日期: 2023-06-24

基金项目: 国家自然科学基金(11302210); 中国工程物理研究院创新与发展基金(CX20210031);
四川省自然科学基金(2023NSFSC1913)

第一作者: 何丽灵(1984—), 女, 博士, 副研究员, heliling1984@139.com

通信作者: 颜怡霞(1973—), 女, 硕士, 研究员, 13990111459@163.com

and rotation angle of projectiles in open references. The influence of structural deformation upon the deflection of the penetrator is investigated by comparing the dynamics and movement of rigid and deformable projectiles. It indicates that the structural deformation drives the deformable projectile to deflect, which changes the total moment and instant angular velocity of the projectile. Under the same impact conditions, the rotation angle of the deformable projectile is usually larger than that of the rigid projectile. With the aspect ratio of projectile and impact velocity of the projectile decreasing, and the oblique angle of the projectile increasing, the rotation angle of the rigid projectile increases. However, for the deformable projectile, with the aspect ratio and oblique angle of the projectile increasing and the thickness of the projectile decreasing, the rotation angle of projectile increases. The rotation angle of deformable projectile does not monotonously increase with the impact velocity of the projectile increasing. It should be analyzed according to its actual structural deformation. When the impact velocity is less than or equal to 800 m/s and the oblique angle of the projectile is larger than or equal to 20° , the higher the impact velocity, the larger the oblique angle and the aspect ratio, the thinner the thickness of the projectile, the structural deformation contributes larger deflection of the projectile. In this way, to promote the accuracy and reasonability of simulation, it is suggested that the projectile should be deformable when the deformation and dynamics of the projectile are demanded for non-ideal penetration of a penetrator.

Keywords: deflection of penetrator; structural deformation; rotation of rigid body; effect of free surface of target

在地面目标“发现即被摧毁”的现代战场环境下,世界各国纷纷将核心价值目标转入地下掩体内。钻地弹是攻击这些地下目标的利器,可在不损坏弹体结构的前提下侵入地下目标,并在预定侵深引爆炸药,从而摧毁目标。在海湾战争、科索沃战争、俄乌战争等几次局部战争中,钻地弹摧毁了大量坚固地下设施及高价值目标,极大地推动了战争进程。在钻地弹威慑之下,重要目标的掩埋深度、防护强度等不断提高,如掩埋深度达数十米甚至数百米,工事覆盖混凝土层、遮弹层^[1]等予以加固和防护等,这又要求钻地弹的侵彻能力不断增强。

钻地弹的常用运载工具有导弹、战斗机和火箭等,多为惯性制导^[2],难以有效控制着靶姿态,弹体势必以非理想侵彻姿态(斜角与/或攻角非 0°)侵入目标靶体。为增加弹体侵深,提高弹体着靶速度是有效途径之一。然而,着靶速度越高,非理想侵彻姿态的弹体越易偏转,并诱使弹体结构变形,如弯曲、屈曲等^[3-4],弹体发生结构破坏的概率增大,将削弱弹体打击能力。

Forrestal 等^[5]、Frew 等^[6-7]、Jerome 等^[8]、初哲等^[9]、陈小伟等^[10]、何翔等^[11]、Mu 等^[12]、何丽灵等^[13]和武海军等^[14]开展了大量的缩比钢质弹体侵彻混凝土靶试验,发现高速侵彻时,弹道偏转的可能性较大,并认为弹体的非正侵彻姿态(斜角、攻角等)、混凝土靶局部强度的随机变化、弹头的非对称钝化和弹体的弯曲/屈曲等可能产生不对称的弹体侵彻阻力,将驱动弹体偏转,形成弹道偏转,即弹体偏转是弹道偏转的本质原因。

然而,文献中的试验数据多来自正侵彻试验。尽管实际使用环境中弹体常为非理想侵彻姿态,但实验室要实现弹体非理想侵彻姿态还需要技巧。如斜侵彻常用方式是将着靶面倾斜,如文献^[10, 15]等。对于带攻角侵彻,可采用预置发射弹体攻角等方式实现。由于受到外弹道气动扰动等因素影响,试验中难以精确控制着靶攻角,预制 0° 攻角的实际着靶攻角范围一般在 2° 以内。

由于影响弹体偏转的因素较为复杂,且可能涉及弹体的复杂变形,理论分析可变形弹偏转的难度较大,常不得不将弹体假设为刚体。可以证明的是,分析弹体侵深,特别是正侵彻姿态的弹体侵深,已有的理论公式能得到较好的预测结果^[16]。假设弹体为理想刚体,基于理论力学的六自由度运动体系,Simonov 等^[17]和 Li 等^[18]分别建立了弹体运动的控制方程组,对相同外形弹体的分析结果显示,弹体质心离弹尖越远,即弹体质心系数(弹体质心到弹尖的距离与弹长之比)越大,弹体越易偏转。然而,刚性弹假设的限制使他们无法分析弹体弯曲/屈曲等结构变形对弹体偏转的影响,其适用范围有待进一步研究。

在数值分析方面,一般认为混凝土主要由两相(水泥和骨料)或三相(水泥、骨料和两者之间的过渡层)组成, Park 等^[19]和 Man 等^[20-21]分别建立了两相和三相的混凝土数值模型,模拟混凝土的冲击和三点

弯曲试验。然而, 由于混凝土几何尺寸跨度大($10^{-4} \sim 10^1$ m)、拓扑结构复杂, 混凝土数值模型的规模受到较大限制, 一般难以用于侵彻问题的快速数值模拟。马爱娥等^[22]、Silling 等^[23] 和 Liu 等^[24-25] 将混凝土简单等效为均匀连续介质, 以减小混凝土的计算规模。然而, 与弹体相比, 靶的尺寸往往大一个数量级以上, 靶体的计算规模仍十分庞大。这使得分析的大部分时间都消耗在靶响应计算上, 而不是关注的弹体运动和变形。

Bless 等^[26] 和 Warren 等^[27-29] 建立了靶体响应力函数表征靶体对弹体的侵彻阻力, 将弹体侵彻问题等效为弹体在靶体响应力函数作用下的变形和运动问题, 从而回避了计算靶体的侵彻响应, 显著减小了计算规模^[18, 27-34]。本文中基于同样的思想开展分析研究。

靶体响应力函数是上述方法的核心, 可由经验或半经验公式法、理论分析和数值模拟确定^[35]。假设靶介质均匀且无限大, 基于动态空腔膨胀模型, 可以建立靶体响应力函数。在自由面附近, 靶对弹体的约束减弱, 将导致非正侵彻弹体的作用力不对称, 从而诱导弹体和弹道发生偏转^[27-31]。然而, 假设靶介质无限大, 靶体响应力函数将无法表征此类自由面效应。Longcope 等^[30]、Macek 等^[31] 和 Warren 等^[28-29] 根据弹体表面与靶自由面距离, 在靶体响应力函数中引入了自由面衰减函数。考虑有限大靶所有自由面的影响, 郭虎等^[36] 改进了靶体响应力函数, 该响应力函数物理意义明确, 且与实际吻合较好。

本文中, 首先, 采用计及有限大靶所有自由面衰减效应的靶体响应力函数, 将其施加在弹体表面, 模拟靶对弹体的侵彻阻力, 建立快速预测弹体运动和变形的数值计算模型。其次, 通过弹体侵彻深度和偏转角度的已有试验结果与计算结果对比, 校核靶体响应力函数和数值计算模型的合理性和可靠性。然后, 利用刚性弹与可变形弹的运动和变形的对比分析, 剥离结构变形对可变形弹运动的影响。对比可变形弹与刚性弹偏转角度的变化历程, 研究其随外部载荷和结构变形的变化趋势, 分析结构变形对弹体偏转的影响机理。最后, 针对靶状态参数和弹体结构特征参数, 分析弹体偏转的变化规律, 研究结构变形对弹体偏转的贡献随关注参数的变化趋势。

1 刚性弹与可变形弹的数值计算模型校核

1.1 靶体响应力函数

采用靶体响应力函数表征靶对弹体的侵彻阻力, 可不建立靶数值模型, 即可分析弹体的运动和变形。刚性弹与可变形弹的靶体响应力函数形式相同。基于动态空腔膨胀模型^[18, 27-31, 37], 考虑靶体所有自由面的影响, 弹体表面压力 $\sigma_n(v_e)$ 可以表示为^[36]:

$$\sigma_n(v_e) = H(v_e) (R + \rho_t v_e^2) f(r_d, r', v_e) \quad (1)$$

式中: $H(v_e)$ 为修正的 Heaviside 函数, $v_e > 0$ 时, $H = 1$, $v_e \leq 0$ 时, $H = 0$, v_e 为弹体表面空腔膨胀速度, 为弹体表面质点速度在弹体表面几何外法线方向的投影; R 为混凝土靶动态抗压强度; ρ_t 为混凝土靶的密度; $f(r_d, r', v_e)$ 为自由面衰减函数, 与弹体表面点到自由面的距离 r_d 、靶中空腔半径 r' 和 v_e 有关。

自由面衰减函数 $f(r_d, r', v_e)$ ^[29] 可以表示为:

$$f(r_d, r', v_e) = \begin{cases} \frac{\sigma(r_d, r', v_e)}{\sigma(r_d, r', v_e)_{r_d \rightarrow \infty}} & r_d > r_p \\ 0 & r_d \leq r_p \end{cases} \quad (2)$$

式中: r_p 为靶破碎区的半径, σ 为靶介质内空腔表面的径向应力。由式 (2) 可知, 当 $r_d \leq r_p$ 时, 弹体表面在靶破碎区之内, 靶对弹体表面无压力作用; 当 $r_d > r_p$ 时, 弹体表面点的压力随其与靶自由面距离的增大而增大, 并逐步趋近于半无限大靶中弹体的表面压力 $\sigma(r_d, r', v_e)_{r_d \rightarrow \infty}$ 。

一方面, 在深侵彻问题中, 靶材的可压缩性对弹体侵彻阻力只有二阶影响^[37]; 另一方面, 考虑靶材的可压缩性, 将大大增加空腔表面径向应力的求解难度^[31], 因此, 本文中假设靶材不可压缩。采用 Mohr-Coulomb 屈服准则描述靶材力学行为, 则当 $r_d > r_p$ 时, 有限大介质内空腔表面径向应力^[29] 为:

$$\begin{aligned} \sigma(r_d, r', v_e) = & 2\rho_t v_e^2 \left(\frac{1}{\zeta\lambda - 4} - \frac{1}{\zeta\lambda - 1} \right) - \frac{\tau}{\lambda} + \left(\frac{2E}{3\tau} \right)^{\zeta\lambda/3} \left\{ \frac{2\tau}{3} \left[1 - \left(\frac{r_p}{r_d} \right)^3 \right] + \right. \\ & \left. 2\rho_t v_e^2 \left[\frac{\zeta\lambda}{\zeta\lambda - 1} \left(\frac{3\tau}{2E} \right)^{1/3} - \frac{1}{4} \frac{\zeta\lambda}{\zeta\lambda - 1} \left(\frac{3\tau}{2E} \right)^{4/3} - \frac{r'}{r_d} + \frac{1}{4} \left(\frac{r'}{r_d} \right)^4 \right] + \frac{\tau}{\lambda} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

无限大介质内空腔表面径向应力^[29] 则为:

$$\begin{aligned} \sigma(r_d, r', v_e)_{r_d \rightarrow \infty} = & 2\rho_t v_e^2 \left(\frac{1}{\zeta\lambda - 4} - \frac{1}{\zeta\lambda - 1} \right) - \frac{\tau}{\lambda} + \left(\frac{2E}{3\tau} \right)^{\zeta\lambda/3} \left\{ \frac{2\tau}{3} + \right. \\ & \left. 2\rho_t v_e^2 \left[\frac{\zeta\lambda}{\zeta\lambda - 1} \left(\frac{3\tau}{2E} \right)^{1/3} - \frac{1}{4} \frac{\zeta\lambda}{\zeta\lambda - 1} \left(\frac{3\tau}{2E} \right)^{4/3} \right] + \frac{\tau}{\lambda} \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

式中: ζ 、 λ 和 τ 均为靶的材料常数, ζ 表征混凝土剪切强度随压力的变化, $\zeta = 6/(3+2\lambda)$ 。由破碎区和弹性区的连续条件, 可得 $r_p = r'[2E/(3\tau)]^{1/3}$, E 为混凝土材料的弹性模量。本文中, 取 $\lambda = 0.52$, $\tau = f_c/\sqrt{3}$ ^[36], 其中, f_c 为混凝土靶的无约束抗压强度。

将建立的靶体响应力函数嵌入到有限元软件中, 采用微分面力法 (differential areal force law, DAFL)^[18] 实现侵彻过程中弹体外表面的压力加载, 无论弹体为刚性弹还是可变形弹, 均可模拟分析侵彻弹体的运动和变形。

1.2 计算模型校核

采用上述模型, 对文献 [10] 中的 6 种弹型在 3 种着靶姿态下的弹体运动进行了模拟分析。通过对比计算与试验^[10] 所得弹体的侵彻深度和偏转角度, 校核所用靶体响应力函数和数值计算模型的合理性和可靠性, 同时分析对比刚性弹与可变形弹运动的差异, 说明结构变形对弹体运动的影响。

计算所用弹体动能为 (114±4) kJ, 速度在 620~820 m/s 之间, 与文献 [10] 保持一致。6 种弹型的特征参数及尺寸如表 1 所示。表中: 质心系数为弹体质心到弹尖的距离与弹长之比, 转动惯量为弹体过质心绕 z 轴的转动惯量, 无量纲厚度为外壳厚度与弹体直径之比。模拟时, 将弹体分别假设为刚性弹和可变形弹。可变形弹分析时, 弹体外壳材料为 D6A 钢, 采用 Johnson-Cook 本构模型表征^[38-39], 其强度参数 $A=1.5$ GPa, 硬化相关强度参数 $B=512$ MPa, 应变强化指数 $n=0.298$, 应变率强化指数 $\varphi=0.024$, 参考应变率为 1 s^{-1} , 温度软化效应系数 $m=0.9$, 参考温度为 298 K, 熔化温度为 1 813 K。弹体内部填充环氧树脂, 采用非线性应变硬化本构模型表征其力学行为, 其弹性模量为 1.5 GPa, 密度为 $1 650 \text{ kg/m}^3$, 泊松比为 0.4, 屈服强度为 50 MPa, 屈服后的应力-应变关系如图 1 所示。刚性弹分析时, 采用刚性本构模型表征弹体外壳与内部填充环氧树脂, 参数与可变形弹对应材料的弹性段参数保持一致。试验^[10] 中弹体着靶速度及侵彻斜角如表 2 所示, 弹型 I 组 1 的试验编号为 I-1, 其余以此类推, 不再详述。

表 1 弹体的特征参数与尺寸^[10]

Table 1 Characteristic parameters and dimensions of projectiles^[10]

弹型	质量/g	直径/mm	弹长/mm	长径比	质心系数	转动惯量/(g·m ²)	弹头 曲径比	外壳			填塞体		
								材料	密度/(kg·m ⁻³)	厚度/mm	无量纲厚度	材料	密度/(kg·m ⁻³)
I	314	25.3	151.8	6	0.573	0.59	3	DA6	7 850	2.65	0.10	环氧树脂	1 650
II	359	25.3	151.8	6	0.571	0.63	3	DA6	7 850	3.80	0.15	环氧树脂	1 650
III	415	25.3	202.4	8	0.555	1.41	3	DA6	7 850	2.65	0.10	环氧树脂	1 650
IV	481	25.3	202.4	8	0.553	1.54	3	DA6	7 850	3.80	0.15	环氧树脂	1 650
V	516	25.3	253.0	10	0.545	2.75	3	DA6	7 850	2.65	0.10	环氧树脂	1 650
VI	604	25.3	253.0	10	0.543	3.06	3	DA6	7 850	3.80	0.15	环氧树脂	1 650

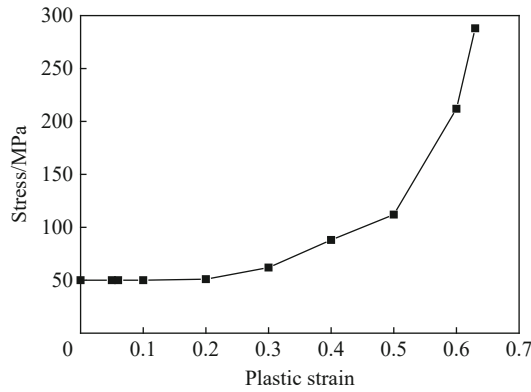


图 1 环氧树脂屈服后的应力-应变关系

Fig. 1 Plastic stress-strain curve of epoxy resin

表 2 文献 [10] 中的弹体着靶姿态

Table 2 Impact conditions of projectiles in Ref. [10]

弹型	组1			组2			组3		
	侵彻斜角/(°)		着靶速度/ (m·s ⁻¹)	侵彻斜角/(°)		着靶速度/ (m·s ⁻¹)	侵彻斜角/(°)		着靶速度/ (m·s ⁻¹)
	设计值	实际值		设计值	实际值		设计值	实际值	
I	0	0	775	20	19.6	815	30	27.9	815
II	0	0	765	20	20.0	767	30	30.6	769
III	0	0	721	20	24.0	723	30	29.4	721
IV	0	0	674	20	17.0	681	30	30.1	676
V	0	0	656	20	19.0	657	30	30.1	656
VI	0	0	615	20	18.0	613	30	31.6	620

试验用靶标为一端垂直、一端带 20°斜面的混凝土圆柱, 材料及尺寸参数如表 3 所示。3 种侵彻姿态分别为理想正侵彻、斜角 20°和斜角 30°的斜侵彻。正侵彻时, 着靶面为垂直底面; 斜角 20°时, 着靶面为圆柱倾斜底面; 而斜角 30°通过旋转圆柱斜底面实现。

表 3 混凝土靶参数^[10]

Table 3 Parameters of concrete target^[10]

密度/(kg·m ⁻³)	无约束抗压强度/MPa	直径/mm	最长母线长度/mm	斜面角度/(°)	骨料		
					材料	强度/MPa	平均直径/mm
2 400	45	640	885	20	石灰石	60~80	8

图 2 展示了刚性弹和可变形弹侵彻深度的计算结果与试验结果的对比, 2 种弹体的着靶速度和姿态与文献 [10] 保持一致。需要说明的是, 本文中的侵彻深度定义为弹尖与着靶点的直线距离, 与常规的弹尖与着靶面的垂直距离的定义有所差异。由图 2 可知, 当弹体理想正侵彻混凝土靶时, 刚性弹与可变形弹的侵彻深度计算结果十分接近, 与试验结果的偏差在±10% 以内。当设计侵彻斜角为 20°和 30°时, 刚性弹与可变形弹侵深的差异增大。尽管如此, 二者与试验结果的偏差大部分工况在±10% 以内, 部分工况超过 20%。这说明, 在分析侵彻深度时, 若侵彻后弹体结构基本完整, 可简单采用刚性弹理论较好地预估弹体侵彻深度。这也校核了靶体响应力函数和数值计算模型的合理性与可靠性。

对比相同弹型不同斜角的侵深可知, 理想正侵彻时, 刚性弹与可变形弹的分析结果几乎重合; 随着侵彻斜角增大, 刚性弹与可变形弹的差别逐步增大, 且可变形弹的预测侵深略低于刚性弹。当侵彻斜角

在 30°以内, 着靶姿态和弹体长径比相同时, 弹体的无量纲壁厚越小, 刚性弹与可变形弹的差别越大。这是因为无量纲壁厚小的弹体的截面抗弯刚度小, 承受相同的横向载荷时, 小壁厚弹体将发生更大的弯曲变形。弹体弯曲变形, 一方面将消耗弹体能量, 另一方面将增大弹体侵彻阻力, 降低弹体侵彻深度, 改变弹体偏转角度。综上所述, 侵彻过程中, 可变形弹的弹体变形与弹体运动耦合, 将影响弹体的侵彻效果。

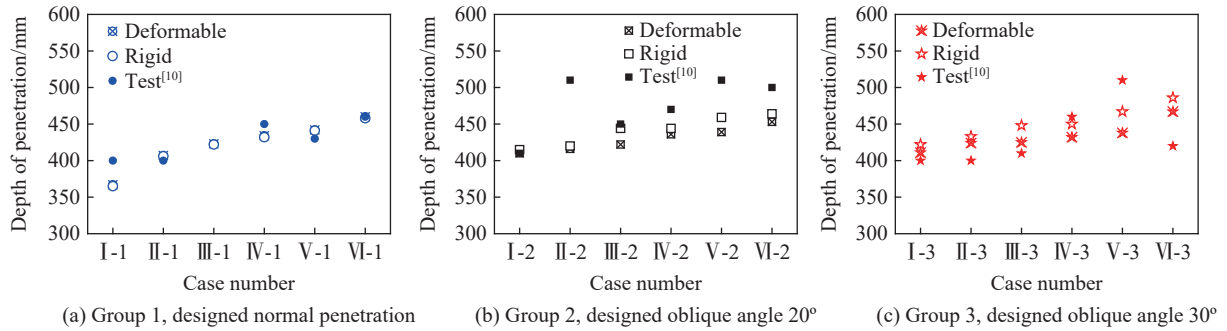


图 2 刚性弹和可变形弹的侵深计算结果与试验结果^[10]的对比

Fig. 2 Comparison of the depth of penetration between simulation results and test results^[10] of rigid and deformable projectiles

采用弹体转动角度表征弹体偏转程度, 计算方法如图 3^[36]所示。图中 CD 表示着靶时刻弹体的位置, 初始时刻弹体与 x 轴平行, 弹尖 C 坐标为 $(0,0,0)$, 弹尾 D 坐标为 $(-l_p, 0, 0)$, 其中 l_p 为弹体长度。假设弹体无攻角, 或攻角较小 ($\pm 5^\circ$), 且弹体近似在 xy 平面内运动。在 t' 时刻, 弹体运动至 $C'D'$ 位置, 其坐标分别为 $C'(u_C, v_C, 0)$ 和 $D'(u_D - l_p, v_D, 0)$ 。其中, u 和 v 分别为 x 方向和 y 方向的位移, 下标 C 和 D 分别为标识弹尖和弹尾的参量。此时弹体转动角度 α 可表征为:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{l_{C'D''}}{l_{D'D''}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{v_C - v_D}{u_C + l_p - u_D} \right) \quad (5)$$

式中: $l_{C'D''}$ 为点 C' 与点 D'' 的距离, $l_{D'D''}$ 为点 D' 与点 D'' 的距离。

6 种弹型斜侵彻时, 刚性弹和可变形弹计算得到的最大偏转角度与试验结果的对比如图 4 所示。由图 4 可知, 当着靶斜角 $\beta \leq 30^\circ$ 时, 刚性弹偏转角度随弹型及着靶斜角的变化较小, 刚性弹偏转角度的计算结果与试验结果偏差较大, 说明刚性弹假设不适用于分析实际弹体的偏转角度, 也隐含了忽略弹体结构变形将低估弹体偏转角度的结论。相同斜角时, 6 种弹型的可变形弹偏转角度与试验结果较接近, 进一步校核了本文中采用的靶体响应力函数和数值计算模型的合理性与可靠性。

综上所述, 通过侵彻深度和偏转角度的计算结果与试验结果的对比, 一方面校核了本文中靶体响应力函数和数值计算模型的合理性与可靠性, 另一方面说明忽略弹体结构变形将低估大斜角侵彻时实际弹体的偏转角度, 实际弹体的变形与运动相耦合。

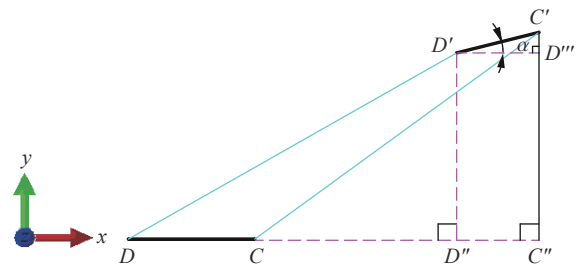


图 3 弹体平面内转动角度计算示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the rotation angle of the projectile

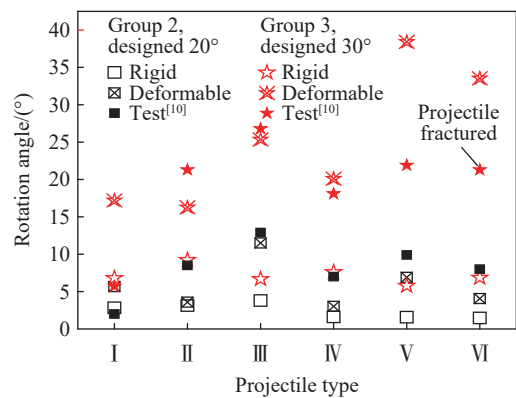


图 4 斜侵彻时刚性弹和可变形弹偏转角度的数值模拟结果与试验结果^[10]的对比

Fig. 4 Comparison of the rotation angle between simulation and test results^[10] of rigid and deformable projectiles

2 结构变形对弹体偏转的影响

2.1 结构变形影响弹体偏转的机理分析

为分析可变形弹与刚性弹偏转角度的差异及产生机理,以 III-2 为例,展示了刚性弹与可变形弹的偏转角度与角速度的对比(见图 5)以及绕质心转动力矩的历程对比(图 6),展示了典型时刻可变形弹的弹靶相对位置(图 7)和结构变形(图 8)。

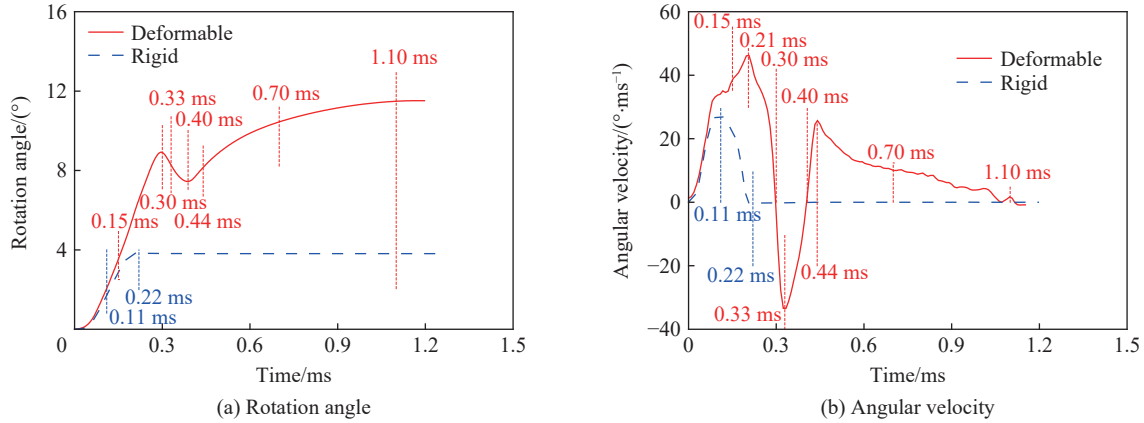


图 5 刚性弹与可变形弹的偏转角度和角速度的对比(III-2)

Fig. 5 Comparison of rotation angle and angular velocity between rigid and deformable projectiles (III-2)

针对刚性弹,弹体无法发生结构变形。假设弹体仅在 xy 平面内运动,刚性弹的偏转角加速度与弹体外载合力形成的过质心绕 z 轴转动的力矩 L 的关系为:

$$L = J_z \ddot{\theta} \quad (6)$$

式中: J_z 为弹体过质心绕 z 轴的转动惯量,针对特定弹型的刚性弹, J_z 为常数,见表 1; $\ddot{\theta}$ 为弹体过质心绕 z 轴的转动角加速度,是转动角速度 $\dot{\theta}$ 对时间的一阶导数, $\omega = \dot{\theta}$, θ 为弹体偏转角度。图 6 中,刚性弹的力矩 L 为式 (6) 的计算结果,可变形弹的力矩则取自有限元软件计算结果。

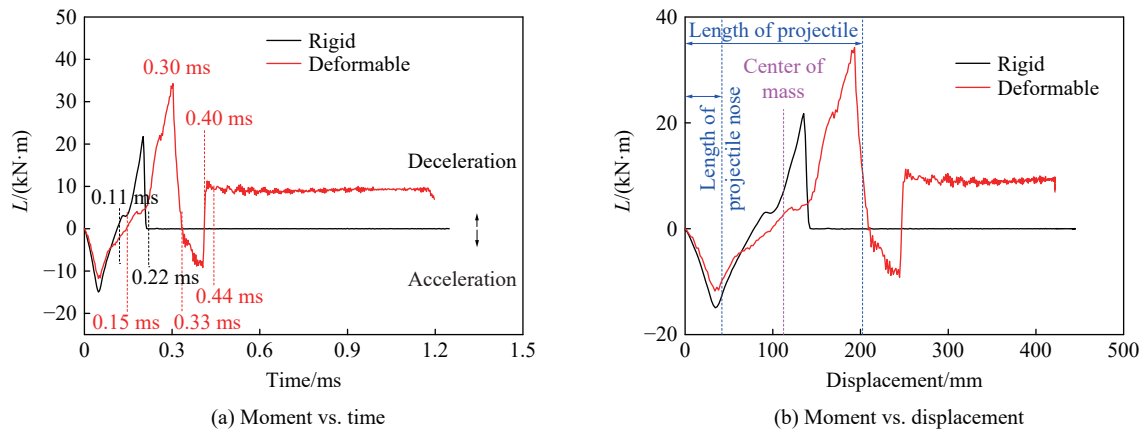


图 6 刚性弹与可变形弹绕质心的转动力矩的对比(III-2)

Fig. 6 Comparison of moments between rigid and deformable projectiles (III-2)

在刚性弹侵彻过程中,共有 2 种外力矩竞争,致使弹体偏转:

- (1) 横向加速力矩,靶自由面效应产生的横向力形成的偏转力矩,将增大弹体偏转角度;
- (2) 被动减速力矩,当弹体转动时,靶体介质将阻止弹体转动,阻力将施加在埋入靶内的弹体表面,形成被动减速力矩,其值随弹体转动角速度和埋入靶内弹体表面积的增加而增大。

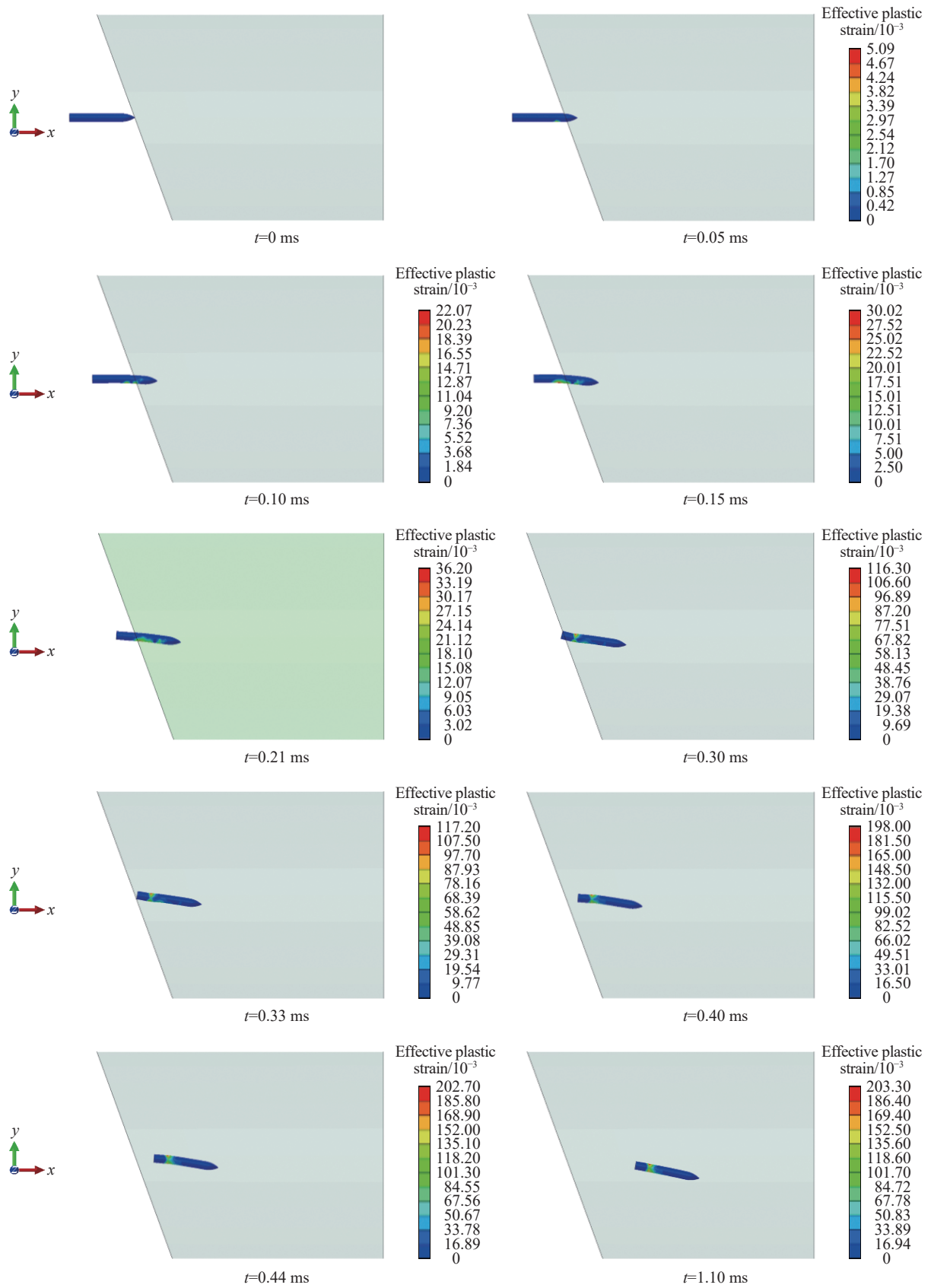


图 7 可变形弹不同时刻的弹靶位置(III-2)

Fig. 7 Relative locations of the deformable projectile and target at typical times (III-2)

在刚性弹撞击靶体初期, 横向加速力矩与被动减速力矩相互竞争。当弹体头部几乎全部埋入靶内时, 合外力矩达到第 1 个绝对值峰值 14.8 kN·m (见图 6(a)), 横向加速力矩占据优势地位, 弹体的偏转角度不断增大 (见图 5(a)); 而后, 靶自由面效应逐步减小, 被动减速力矩逐步增大, 在 0.11 ms 时, 横向加速力矩与被动减速力矩相互抵消, 弹体偏转角速度达到最大值 27.8°/ms, (见图 5(b))。在后续侵彻过程中, 靶自由面效应进一步减小直至可以忽略, 被动减速力矩占据优势地位。随着弹体持续减速偏转以及弹体侵深的持续增加, 刚性弹的偏转角速度减小与弹体作用表面积增加的效应相互竞争。在 0.11~0.20 ms 时, 弹体作用表面积增加的效应占优势, 刚性弹被动减速力矩达到第 2 个峰值 21.1 kN·m (见图 6(a))。而后, 弹体偏转角速度减小的作用占优势。在 0.22 ms 时, 刚性弹的偏转加速力矩降至零, 同时偏转角速度也降为零。此时, 刚性弹仍未全部埋入靶内。在后续的侵彻过程中, 由于失去外力驱动, 弹体不再发生偏转, 保持偏转角度 3.8° 直线运动 (见图 5(a))。

可变形弹的偏转角度应为外力矩作用下弹体的刚体转动与结构变形引起的弹体偏转角度之和。在分析过程中, 认为弹体外力矩形成可变形弹的刚体转动; 尽管弹体结构变形是由外力矩引起的, 但外力矩不能体现弹体结构变形对偏转的贡献, 需要结合弹体变形与偏转过程进行具体分析。

在侵彻初期, 与刚性弹类似, 横向加速力矩与被动减速力矩竞争, 横向加速力矩占优势, 可变形弹偏转角度和偏转角速度持续增大。除此之外, 足够大的外力矩促使可变形弹开始在弹头与壳体相接位置发生结构弯曲, 如图 7 所示。弹头绕顺时针方向旋转, 弯曲的塑性变形位置随侵彻进行不断向弹尾移动, 进一步增大了可变形弹的偏转角度和偏转角速度。在几乎相同的侵彻时间内, 可变形弹与刚性弹的外力矩达到第 1 个峰值, 且可变形弹的力矩峰值绝对值为 11.4 kN·m, 较刚性弹的 14.8 kN·m 低约 30%, 但可变形弹与刚性弹的偏转角速度几乎一致, 说明可变形弹的结构变形补偿了外力矩减少造成的偏转角速度减小量。在相同的侵彻时间内 (0~0.11 ms), 可变形弹与刚性弹的力矩相当, 应形成近似的刚体转动量; 而在该时段内, 可变形弹的偏转角速度达到 33.9°/ms, 较刚性弹的 27.8°/ms 高约 22%。这说明可变形弹的结构变形对弹体偏转速度有重要贡献。

可变形弹加速偏转的合力矩持续时间约为 0.15 ms, 如图 6(a) 所示, 稍长于刚性弹的 0.11 ms。这是因为可变形弹有更大的偏转角度, 延长了自由面效应的作用时间。在 0.15 ms 时, 横向加速力矩与被动减速力矩抵消, 可变形弹的刚体转动角速度应达到极大值, 而由图 5(b) 可知, 可变形弹的转动角速度滞后, 在 0.21 ms 时才达到第 1 个极大值。这是因为 0.15~0.21 ms 时, 在惯性驱使下, 弹尾仍继续绕顺时针方向转动, 将已弯曲的弹体展直, 增大了弹体偏转角度, 如图 8 所示。可变形弹结构变形主导了该时段内弹体偏转角速度和偏转角度的增长。

在 0.21~0.30 ms 时, 弹尾仍在惯性地持续绕顺时针方向转动, 结构变形增大了弹体的偏转角度和偏转角速度, 见图 7~8; 同时, 占优势的被动减速力矩将促使可变形弹的刚体转动减速。二者竞争, 在 0.30 ms 时, 可变形弹的偏转角速度减至零, 但弹体以被动减速力矩为主的合力矩在此时达到第 2 个极大值 33.7 kN·m。这说明在 0.30 ms 时弹体转动角速度并非处处为零, 否则将无法产生被动减速力矩。此外, 在 0.30 ms 时, 弹体结构弯曲在弹尾形成了类塑性铰 (semi-plastic hinge), 如图 8 所示, 降低了截面抗弯刚度。在后续侵彻过程中, 较小的外力矩即可驱动弹尾转动。

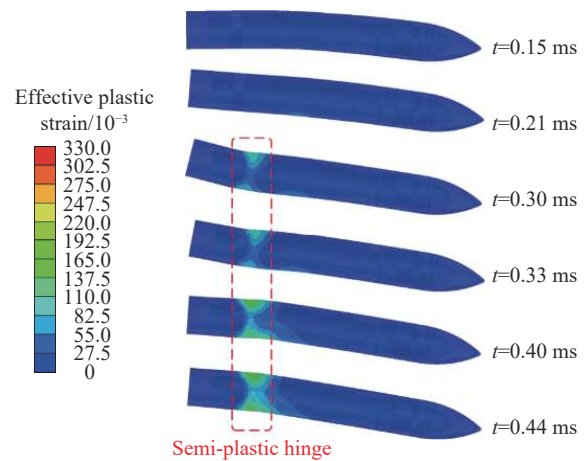


图 8 不同时刻可变形弹的形貌和塑性变形分布 (III-2)

Fig. 8 Deformation and distribution of plastic strain of the deformable projectile at different times (III-2)

在 0.30~0.33 ms 时, 弹体的被动减速力矩减小; 在被动减速力矩作用下, 弹尾绕类塑性铰逆时针方向转动, 也将减小弹体的偏转角度和角速度。尽管可变形弹的偏转角速度已经反向, 但弹体的被动减速力矩仍大于零, 说明除弹尾转动部分外, 弹体其余部分仍在绕顺时针方向刚体转动, 被动减速力矩仍起到减小弹体偏转角度和偏转角速度的作用。在 0.33 ms 时, 弹体全部埋入靶内, 偏转角速度达到极小值 $-33.2^\circ/\text{ms}$, 弹体结构近似展直状态。

在 0.33~0.40 ms 时, 弹尾仍在惯性地绕逆时针方向旋转, 进一步减小弹体的偏转角度和偏转角速度。弹体被动减速力矩反向, 有促使弹体绕顺时针方向转动的趋势, 说明该时段内可变形弹整体发生了逆时针转动。可变形弹反向偏转的角速度逐步减小。在 0.40 ms 时, 弹体瞬时偏转角速度为零, 合力矩也同时变为零。从动力学上分析, 当外力矩为零的同时弹体的偏转角速度也为零, 若无外力驱动, 弹体偏转状态将不再发生变化。然而, 弹体结构变形仍储存了弯曲动能, 若无靶介质阻挡, 弹尾将绕半塑性铰来回摆动。在 0.40~0.44 ms 时, 弹尾绕顺时针方向转动, 弹体的偏转角速度增大, 促使靶介质产生被动减速力矩, 驱动弹体持续偏转。在 0.44 ms 之后, 弹尾摆动的动能转变为弹体的塑性变形成能, 弹尾停止摆动。但由于弹体结构形成了不可恢复的结构弯曲, 改变了弹体表面的压力分布, 形成了横向作用力和转动力矩, 促使弹体发生刚体转动, 直至弹体停止运动。最终可变形弹的偏转角度达到 11.5° , 较刚性弹的 3.8° 高约 203%。这说明结构变形放大了弹体的偏转角度。

弹体结构变形不仅影响弹体的偏转, 还将影响弹体的侵彻阻力。在工况 III-2 的着靶条件下, 刚性弹与可变形弹的 x 向侵彻阻力 F_x 的对比如图 9 所示。从图 9 可以看出, 在弹体接近全部埋入靶内时, 由于结构变形, 可变形弹的侵彻阻力的绝对值快速上升, 将降低弹体可达侵深, 证实了第 1 节中推测的合理性。在弹体全部埋入靶内后, 由于弹体发生了结构弯曲, 可变形弹体的侵彻阻力也有明显的振荡。

综上所述, 无论是否考虑结构变形, 在侵彻初期, 靶自由面效应均驱动弹体偏转, 表现为弹体外部力矩的快速波动。结构变形, 特别是产生永久塑性变形的弯曲等结构变形, 在侵彻初期放大了可变形弹的偏转角度, 并在靶自由面效应可以忽略时驱动可变形弹持续偏转。当弯曲后的弹体结构进入靶内时, 将增大弹体轴向侵彻阻力。

2.2 结构变形对弹体偏转的贡献

当着靶状态参数(着靶速度、侵彻斜角)以及弹体结构特征参数(壁厚、长径比)改变时, 刚性弹与可变形弹偏转角度的变化趋势如图 10~11 所示, 可以得出以下结论。

(1) 侵彻斜角相同时, 随着靶速度升高, 刚性弹的偏转角度单调递减; 可变形的弹偏转角度先增大再单调递减, 如图 10(a) 所示。这说明结构变形使得可变形的弹偏转角度随着靶速度的变化趋势变得复杂。

(2) 着靶速度相同时, 随着侵彻斜角增大, 刚性弹与可变形弹的偏转角度均快速增大, 且可变形弹偏转角度的增长速度高于刚性弹, 如图 10(b) 所示。在初始侵彻斜角较小, 如 10° 时, 由于偏转角度绝对值很小, 刚性弹与可变形弹偏转角度的差别很小。可变形弹在侵彻斜角为 40° 时发生跳弹, 而刚性弹在侵彻倾角为 50° 时发生跳弹。这说明刚性弹假设将低估弹体跳弹角。

(3) 在弹体初始动能相同的条件下, 随着弹体长径比增大, 即弹体质心系数下降, 刚性弹的偏转角度下降, 如图 11 所示, 这与文献 [18] 的结论一致。然而, 随着长径比增大, 可变形弹的偏转角度增大, 变化趋势与刚性弹相反。这是因为长径比越大的弹体越容易发生结构弯曲, 说明结构变形对可变形弹的贡献抑制了弹体质心系数的影响。

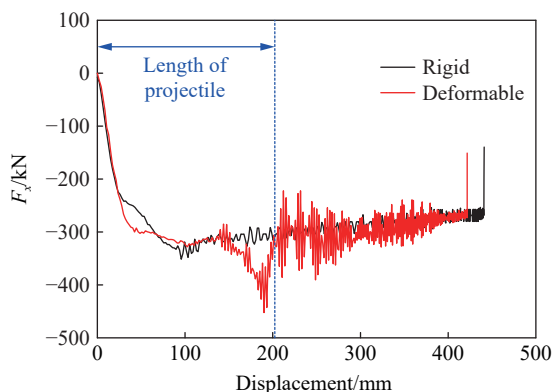


图 9 刚性弹与可变形弹侵彻阻力的对比 (III-2)

Fig. 9 Comparison of penetration resistance force between rigid and deformable projectiles (III-2)

(4) 在弹体动能相同的条件下, 随着弹体壁厚增加, 刚性弹的偏转角度增大, 如图 11 所示。这是因为在保证初始动能一致的前提下, 壁厚大的弹体质量较大, 着靶速度较低。由图 10 可知, 着靶速度越低, 刚性弹越易偏转。然而, 随着壁厚增加, 可变形弹的偏转角度减小, 趋势与刚性弹相反。这是因为, 小壁厚弹体的截面抗弯刚度小, 易发生结构弯曲变形, 结构变形对弹体偏转的贡献将变得突出。

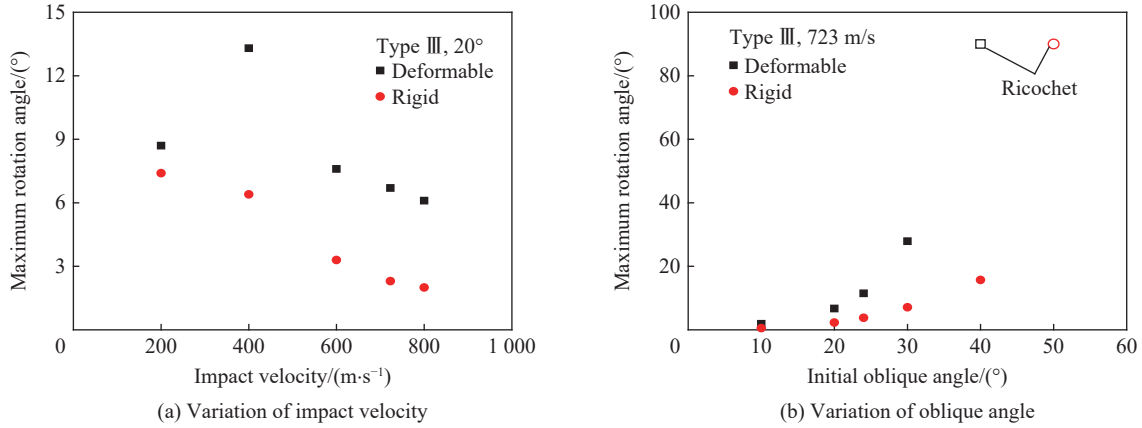


图 10 刚性弹和可变形弹的偏转角度随着靶速度和侵彻斜角的变化

Fig. 10 Variations of the rotation angles of rigid and deformable projectiles with impact velocity and oblique angle, respectively

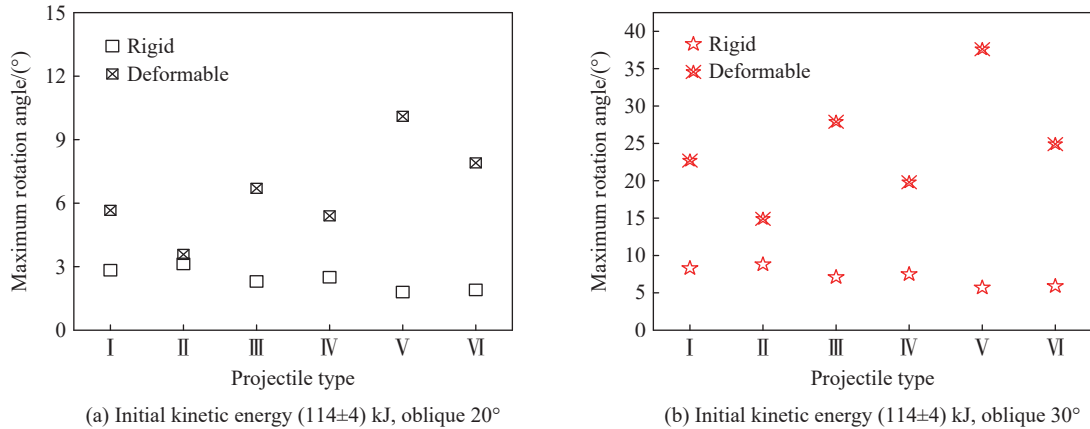


图 11 刚性弹和可变形弹的偏转角度随弹体结构特征的变化

Fig. 11 Variations of the rotation angles of rigid and deformable projectiles with structural characteristics

总之, 随着弹体质心系数增大(即弹体长径比减小)、着靶速度降低以及侵彻斜角增大, 刚性弹的偏转角度增大; 随着侵彻斜角增大、弹体壁厚减小以及弹体长径比增大, 可变形弹的偏转角度增大; 着靶速度对可变形弹偏转角度的影响可能不单调, 需要结合弹体具体变形情况分析。

刚性弹与可变形弹偏转角度变化趋势的巨大差异说明结构变形对偏转角度具有较大影响。如 2.1 节所述, 结构变形对可变形弹体的偏转具有驱动作用, 其不仅影响弹体外部力矩, 而且改变弹体瞬时偏转速度。结构变形对可变形弹偏转的贡献 θ_s 定义为:

$$\theta_s = \theta_d - \theta_r \tag{7}$$

式中: θ_d 为可变形弹偏转角度, θ_r 为假设为刚性弹时的弹体偏转角度。需要说明的是, 结构变形对可变形弹偏转的贡献既包含弹体结构变形对偏转角度的贡献, 也包含结构变形迁移改变外力矩引起的偏转角度变化量。

进一步定义结构变形对可变形弹偏转的贡献与刚性弹偏转角度之比 γ 为:

$$\gamma = \frac{\theta_s}{\theta_r} \tag{8}$$

γ 越大, 说明结构变形对可变形弹偏转的贡献越大。当弹体的着靶速度、侵彻斜角、长径比及壁厚变化时, γ 的变化趋势如图 12~13 所示。从图中可以看出, 可变形弹的偏转角度均大于刚性弹, 即 $\gamma > 0$ 。当 γ 趋近于零时, 说明弹体刚性转动占优势, 结构变形的贡献可以忽略; 当 $\gamma \geq 1$ 时, 说明弹体结构变形的贡献占优势, 必须结合弹体结构变形分析弹体偏转角度; 当 $0 < \gamma < 1$ 时, 说明弹体结构变形的影响引起重视。

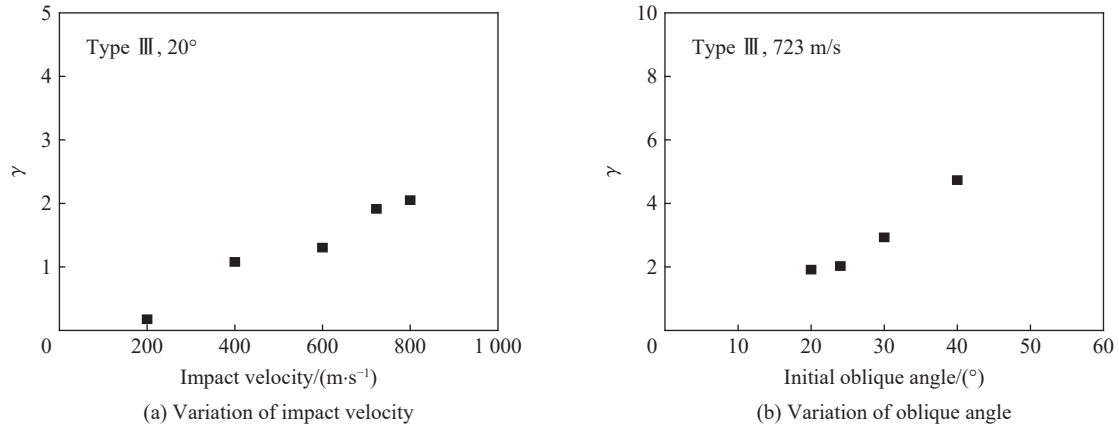


图 12 结构变形对偏转角度的贡献与刚性弹偏转角度之比随着靶速度与侵彻斜角的变化

Fig. 12 Variations of the rotation ratio of rotation angle induced by structural deformation to that of the rigid projectile with impact velocity and oblique angle, respectively

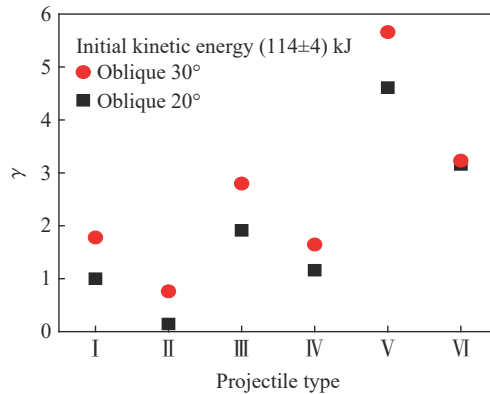


图 13 结构变形对偏转角度的贡献与刚性弹偏转角度之比随弹体结构特征的变化

Fig. 13 Variation of the rotation ratio of rotation angle induced by structural deformation to that of the rigid projectile with structural characteristics

进一步分析可知, 当着靶速度不高于 800 m/s 时, 随着靶速度升高, γ 单调增大, 如图 12(a) 所示。当侵彻斜角为 10° 时, 由于绝对偏转角度非常小, 弹体偏转可以忽略, 因而本文中分析侵彻斜角在 20° 及更大时 γ 的变化趋势。随着侵彻斜角增大, γ 单调增大, 如图 12(b) 所示。随着弹体长径比增大、壁厚减小, γ 单调增大, 如图 13 所示。

综上所述, 当着靶速度不高于 800 m/s、侵彻斜角不小于 20° 时, 着靶速度越高、侵彻斜角越大、弹体长径比越大、壁厚越小时, 弹体结构变形对弹体偏转的贡献越大。

3 结 论

采用计及有限大混凝土靶所有自由面影响的靶体响应力函数表征弹体的表面压力, 将该压力加载在可变形弹与刚性弹的表面, 基于微分面力法, 在不计算靶体响应的前提下, 快速获得弹体的运动和变

形。靶体响应力函数和计算模型通过试验校核。通过对比刚性弹与可变形弹的运动和变形, 剥离结构变形对弹体偏转的影响, 得到以下结论。

(1) 结构变形是可变形弹偏转的驱动源之一, 它将改变弹体外力矩, 并影响弹体瞬时偏转速度。可变形弹偏转角度大于刚性弹。

(2) 当弹体的质心系数增大(即长径比减小)、着靶速度降低及侵彻斜角增大时, 刚性弹的偏转角度增大; 当侵彻斜角与弹体长径比增大、弹体壁厚减小时, 可变形弹的偏转角度增大。着靶速度对可变形弹偏转角度的影响不单调。结构变形改变了特征参数对弹体偏转角度的影响规律。

(3) 当着靶速度不高于 800 m/s、侵彻斜角不小于 20°时, 若着靶速度越高、侵彻斜角越大、弹体长径比越大、壁厚越小, 结构变形对弹体偏转的贡献越大。

综上所述, 为提高分析精度, 非理想侵彻时, 特别是大斜角侵彻时, 若关注弹体和弹道偏转问题, 有必要采用可变形弹进行分析。需要说明的是, 本文中的分析结论均是在侵彻后弹体能够保持结构基本完整的前提下得到的。若弹体结构发生破坏, 结论的适用性有待进一步分析。

参考文献:

- [1] CHEN W X, GUO Z K, QIAN Q H, et al. Penetration depth for yaw-inducing bursting layer impacted by projectile [J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2012, 19(4): 1002–1009. DOI: 10.1007/s11771-012-1103-5.
- [2] 任辉启, 穆超民, 刘瑞朝, 等. 精确制导武器侵彻效应与工程防护 [M]. 北京: 科学出版社, 2016.
- [3] GOLDSMITH W. Non-ideal projectile impact on targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1999, 22(2/3): 95–395. DOI: 10.1016/S0734-743X(98)00031-1.
- [4] 何丽灵, 陈小伟, 夏源明. 侵彻混凝土弹体磨蚀的若干研究进展 [J]. *兵工学报*, 2010, 31(7): 950–966. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2010.07.013.
HE L L, CHEN X W, XIA Y M. A review on the mass loss of projectile [J]. *Acta Armamentarii*, 2010, 31(7): 950–966. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2010.07.013.
- [5] FORRESTAL M J, FREW D, HANCHAK S. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1996, 18(5): 465–476. DOI: 10.1016/0734-743X(95)00048-F.
- [6] FREW D, HANCHAK S, GREEN M. Penetration of concrete targets with ogive-nose steel rods [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1998, 21(6): 489–497. DOI: 10.1016/S0734-743X(98)00008-6.
- [7] FREW D, FORRESTAL M, HANCHAK S. Penetration experiments with limestone targets and ogive-nose steel projectiles [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2000, 67(4): 841–845. DOI: 10.1115/1.1331283.
- [8] JEROME D, TYNON R, WILSON L. Experimental observations of the stability and survivability of ogive-nosed, high-strength steel alloy projectiles in cementitious materials at striking velocities from 800–1 800 m/s [C] // Proceedings of the 3rd Joint Classified Ballistics Symposium. San Diego, USA, 2000.
- [9] 初哲, 周刚, 杨黔龙, 等. 一种强力钻地弹侵彻混凝土靶研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2004, 24(2): 115–121.
CHU Z, ZHOU G, YANG Q, et al. Study of the robust earth penetrator penetrating concrete target [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2004, 24(2): 115–121.
- [10] 陈小伟, 张方举, 杨世全, 等. 动能深侵彻弹的力学设计 (III): 缩比实验分析 [J]. *爆炸与冲击*, 2006, 26(2): 105–114. DOI: 10.11883/1001-1455(2006)02-0105-10.
CHEN X W, ZHANG F J, YANG S Q, et al. Mechanics of structural design of EPW (III): investigation on the reduced-scale tests [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2006, 26(2): 105–114. DOI: 10.11883/1001-1455(2006)02-0105-10.
- [11] 何翔, 徐翔云, 孙桂娟, 等. 弹体高速侵彻混凝土效应的实验研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2010, 30(1): 1–6. DOI: 10.11883/1001-1455(2010)01-0001-06.
HE X, XU X Y, SUN G J, et al. Experimental investigation on projectiles' high-velocity penetration into concrete targets [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2010, 30(1): 1–6. DOI: 10.11883/1001-1455(2010)01-0001-06.
- [12] MU Z C, ZHANG W. An investigation on mass loss of ogival projectiles penetrating concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, 38(8/9): 770–778. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2011.04.002.

- [13] 何丽灵, 陈小伟, 范瑛. 先进钻地弹高速侵彻实验中质量磨蚀金相分析 [J]. *爆炸与冲击*, 2012, 32(5): 515–522. DOI: 10.11883/1001-1455(2012)05-0515-08.
HE L L, CHEN X W, FAN Y. Metallographic observation of reduced-scale advanced EPW after high-speed penetration [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2012, 32(5): 515–522. DOI: 10.11883/1001-1455(2012)05-0515-08.
- [14] 武海军, 黄风雷, 王一楠, 等. 高速侵彻混凝土弹体头部侵蚀终点效应实验研究 [J]. *兵工学报*, 2012, 33(1): 48–55. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2012.01.009.
WU H J, HUANG F L, WANG Y N, et al. Experimental investigation on projectile nose eroding effect of high-velocity penetration into concrete [J]. *Acta Armamentarii*, 2012, 33(1): 48–55. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2012.01.009.
- [15] 薛剑锋, 沈培辉, 王晓鸣. 高速弹体斜侵彻混凝土靶的效率分析 [J]. *兵器材料科学与工程*, 2016, 39(2): 38–41. DOI: 10.14024/j.cnki.1004-244x.20160302.014.
XUE J F, SHEN P H, WANG X M. Efficiency analysis of high-speed projectile obliquely penetrating concrete targets [J]. *Ordnance Material Science and Engineering*, 2016, 39(2): 38–41. DOI: 10.14024/j.cnki.1004-244x.20160302.014.
- [16] CHEN X W. Dynamics of metallic and reinforced concrete targets subjected to projectile impact [D]. Singapore: Nanyang Technological University, 2003.
- [17] SIMONOV I, OSIPENKO K. Stability, paths, and dynamic bending of a blunt body of revolution penetrating into an elastoplastic medium [J]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2004, 45(3): 428–439. DOI: 10.1023/B:JAMT.0000025026.52832.ea.
- [18] LI Q M, FLORES-JOHNSON E A. Hard projectile penetration and trajectory stability [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, 38(10): 815–823. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2011.05.005.
- [19] PARK S, XIA Q, ZHOU M. Dynamic behavior of concrete at high strain rates and pressures: II. numerical simulation [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, 25(9): 887–910. DOI: 10.1016/S0734-743X(01)00021-5.
- [20] MAN H, VAN MIER J G M. Influence of particle density on 3D size effects in the fracture of (numerical) concrete [J]. *Mechanics of Materials*, 2008, 40(6): 470–486. DOI: 10.1016/j.mechmat.2007.11.003.
- [21] MAN H, VAN MIER J G M. Damage distribution and size effect in numerical concrete from lattice analyses [J]. *Cement & Concrete Composites*, 2011, 33(9): 867–880. DOI: 10.1016/j.cemconcomp.2011.01.008.
- [22] 马爱娥, 黄风雷, 初哲, 等. 弹体攻角侵彻混凝土数值模拟 [J]. *爆炸与冲击*, 2008, 28(1): 33–37. DOI: 10.11883/1001-1455(2008)01-0033-05.
MA A E, HUANG F L, CHU Z, et al. Numerical simulation on yawed penetration into concrete [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2008, 28(1): 33–37. DOI: 10.11883/1001-1455(2008)01-0033-05.
- [23] SILLING S, FORRESTAL M. Mass loss from abrasion on ogive-nose steel projectiles that penetrate concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2007, 34(11): 1814–1820. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.10.008.
- [24] LIU Y, MA A E, HUANG F L. Numerical simulations of oblique-angle penetration by deformable projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2009, 36(3): 438–446. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2008.03.006.
- [25] LIU Y, HUANG F L, MA A E. Numerical simulations of oblique penetration into reinforced concrete targets [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2011, 61(8): 2168–2171. DOI: 10.1016/j.camwa.2010.09.006.
- [26] BLESS S, SATAPATHY S, NORMANDIA M. Transverse loads on a yawed projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1999, 23(1): 77–86. DOI: 10.1016/S0734-743X(99)00064-0.
- [27] WARREN T L. Simulations of the penetration of limestone targets by ogive-nose 4340 steel projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2002, 27(5): 475–496. DOI: 10.1016/S0734-743X(01)00154-3.
- [28] WARREN T L, POORMON K L. Penetration of 6061-T6511 aluminum targets by ogive-nosed VAR 4340 steel projectiles at oblique angles: experiments and simulations [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2001, 25(1): 993–1022. DOI: 10.1016/S0734-743X(01)00024-0.
- [29] WARREN T L, HANCHAK S J, POORMAN K L. Penetration of limestone targets by ogive-nosed VAR 4340 steel projectiles at oblique angles: experiments and simulations [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2004, 30(10): 1307–1331. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2003.09.047.
- [30] LONGCOPE D B, TABBARA M R, JUNG J. Modeling of oblique penetration into geologic targets using cavity expansion penetrator loading with target free-surface effects: SAND99-1104 [R]. USA: Sandia National Laboratories, 1999.

- [31] MACEK R W, DUFFEY T A. Finite cavity expansion method for near-surface effects and layering during earth penetration [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2000, 24(3): 239–258. DOI: 10.1016/S0734-743X(99)00156-6.
- [32] WEN H M, YANG Y, HE T. Effects of abrasion on the penetration of ogival-nosed projectiles into concrete targets [J]. *Latin American Journal of Solids and Structures*, 2010, 7(4): 413–422. DOI: 10.1590/S1679-78252010000400003.
- [33] HE L L, CHEN X W. Analyses of penetration process considering mass loss [J]. *European Journal of Mechanics A: Solids*, 2011, 30(2): 145–157. DOI: 10.1016/j.euromechsol.2010.10.004.
- [34] 王松川. 弹体斜侵彻弹道快速预测方法研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011
WANG S C. Quick prediction method of oblique penetration trajectory [D]. Changsha, Hunan, China: National University of Defense Technology, 2011.
- [35] 何涛, 文鹤鸣. 靶体响应力函数的确定方法及其在侵彻力学中的应用 [J]. *中国科学技术大学学报*, 2007, 37(10): 1249–1261. DOI: 10.3969/j.issn.0253-2778.2007.10.017.
HE T, WEN H M. Determination of analytical forcing function of target response and its applications in penetration mechanics [J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2007, 37(10): 1249–1261. DOI: 10.3969/j.issn.0253-2778.2007.10.017.
- [36] 郭虎, 何丽灵, 陈小伟, 等. 球形颗粒遮弹层对高速侵彻弹体的作用机理 [J]. *爆炸与冲击*, 2020, 40(10): 103301. DOI: 10.11883/bzycj-2019-0428.
GUO H, HE L L, CHEN X W, et al. Penetration mechanism of a high-speed projectile into a shelter made of spherical aggregate [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2020, 40(10): 103301. DOI: 10.11883/bzycj-2019-0428.
- [37] FORRESTAL M J, LUK V K. Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastic-plastic solid [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55(2): 275–279. DOI: 10.1115/1.3173672.
- [38] 张林, 张祖根, 秦晓云, 等. D6A、921 和 45 钢的动态破坏与低压冲击特性 [J]. *高压物理学报*, 2003, 17(4): 305–310. DOI: 10.11858/gywlb.2003.04.011.
ZHANG L, ZHANG Z G, QIN X Y, et al. Dynamic fracture and mechanical property of D6A, 921 and 45 steels under low shock pressure [J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2003, 17(4): 305–310. DOI: 10.11858/gywlb.2003.04.011.
- [39] HE L L, CHEN X W, WANG Z H. Study on the penetration performance of concept projectile for high-speed penetration (CPHP) [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 94: 1–12. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2016.03.010.

(责任编辑 蔡国艳)