

DOI: [10.11883/bzycj-2023-0119](https://doi.org/10.11883/bzycj-2023-0119)

# Kevlar29 纱线动态拉伸力学性能与本构方程\*

周 玄<sup>1</sup>, 徐立志<sup>1,2,3</sup>, 任文科<sup>1</sup>, 高光发<sup>1</sup>

(1. 南京理工大学机械工程学院, 江苏南京 210094;

2. 宁波大学冲击与安全工程教育部重点实验室, 浙江宁波 315211;

3. 西南科技大学工程材料与结构冲击振动四川省重点实验室, 四川绵阳 621010)

**摘要:** 为了能够清晰地表征芳纶纱线在不同应变率下的力学行为, 进行了 Kevlar29 纱线的准静态和动态拉伸试验, 结合分离式霍普金森拉杆理论和运动目标追踪法, 获得了 Kevlar29 纱线在不同应变率下的应力-应变曲线, 分析了纱线动态拉伸的变形与断裂过程, 揭示了 Kevlar29 纱线力学性能的应变率效应; 通过最小二乘法拟合得到了基于纱线应变率效应的黏弹性本构方程, 分析了三元件和五元件本构模型的差异及适用性。结果表明: 随着应变率升高, Kevlar29 纱线的断裂应变减小, 拉伸强度和韧性先增大后减小, 拉伸模量先增大后趋于稳定; 五元件黏弹性本构模型能够较好地表征纱线力学性能的应变率效应。

**关键词:** Kevlar 纤维; 拉伸力学性能; 黏弹性本构模型; 应变率效应

中图分类号: O341

国标学科代码: 13015

文献标志码: A

## Dynamic tensile mechanical properties and constitutive equation of Kevlar29 yarn

ZHOU Xuan<sup>1</sup>, XU Lizhi<sup>1,2,3</sup>, REN Wenke<sup>1</sup>, GAO Guangfa<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China;

2. Key Laboratory of Impact and Safety Engineering, Ministry of Education, Ningbo University,

Ningbo 315211, Zhejiang, China;

3. Shock and Vibration of Engineering Materials and Structures Key Laboratory of Sichuan Province,

Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, Sichuan, China)

**Abstract:** In order to clearly characterize the mechanical behavior of Kevlar29 yarn at different strain rates, this paper reports quasi-static and dynamic tensile tests on Kevlar29 yarn. Combined with the split Hopkinson tensile bar (SHTB) theory and motion target tracking method, the stress-strain curves of Kevlar29 yarn at different strain rates are accurately obtained, and then the deformation and fracture process of yarn dynamic tension are analyzed, revealing the strain rate effect of Kevlar29 yarn mechanical properties. Based on the strain rate effect of yarn, a viscoelastic constitutive equation is obtained through the least squares fitting method, and the differences and applicability between the three-element and five-element constitutive models are analyzed. The results show that when the strain is calculated by identifying the coordinates of the marker points on the yarn by the motion target tracking method, it is more accurate than the strain calculated directly from the waveform

\* 收稿日期: 2023-04-04; 修回日期: 2023-09-26

基金项目: 国家自然科学基金(12172179, 11772160, 11472008, 12202207); 国防科技创新特区项目; 中国博士后科学基金(2022M711623); 江苏省自然科学基金青年基金(BK20220968); 冲击与安全工程教育部重点实验室(宁波大学)开放基金(CJ202201); 工程材料与结构冲击振动四川省重点实验室开放基金(22kfgk03); 江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX22\_0475)

第一作者: 周 玄(1999—), 男, 博士研究生, [zhoux@njust.edu.cn](mailto:zhoux@njust.edu.cn)

通信作者: 高光发(1980—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, [gfgao@ustc.edu.cn](mailto:gfgao@ustc.edu.cn)

measured by SHTB. The quasi-static mechanical properties and dynamic mechanical properties of Kevlar29 yarn differ significantly, e.g., the dynamic tensile modulus and tensile strength are higher than those of quasi-static, and the dynamic fracture strain is smaller than that of quasi-static. In the strain rate range of  $0.001\text{--}700\text{ s}^{-1}$ , with the increase of strain rate, the breaking strain of Kevlar29 yarn decreases, and the tensile strength, tensile modulus and toughness all increase first, but at higher strain rates, the tensile strength (higher than  $497.5\text{ s}^{-1}$ ) and toughness (higher than  $330.7\text{ s}^{-1}$ ) decrease, while the tensile modulus (higher than  $330.7\text{ s}^{-1}$ ) tends to be stable. The viscoelastic constitutive equation can better characterize the strain rate effect of the mechanical properties of Kevlar29 yarn, but the viscoelastic constitutive model cannot reflect the nonlinear stress-strain relationship of the yarn before fracture. Relatively speaking, the fitting effect of the five-element viscoelastic model is better than that of the three-element viscoelastic model.

**Keywords:** Kevlar fiber; tensile mechanical properties; viscoelastic constitutive model; strain rate effect

芳纶纤维凭借其优异的抗拉强度和低密度特性,被广泛应用于防弹背心、汽车零部件、运输带等不同领域。从材料结构角度来看,芳纶纤维存在多个不同尺度,研究不同尺度下芳纶纤维的性能并建立它们之间的关联对目前该研究领域具有重要意义。纤维材料在介观尺度上表现为纱线(纤维束),而进行性能测试的纱线一般取自成型织物。成型织物存在的初始弯曲<sup>[1]</sup>、纱线中纤维单丝的相互作用以及纤维单丝断裂的随机性<sup>[2]</sup>等问题,导致纱线与纤维单丝的性能测试结果存在差异,例如,单根 Dyneema SK76 纤维丝的拉伸强度超过其纱线 20%<sup>[3]</sup>。因此,不能简单地将芳纶纤维单丝的性能扩展至纱线,需要系统地研究芳纶纱线的力学性能,从而为建立芳纶纤维材料的多尺度研究方法提供支撑。

近些年已有许多学者对各类芳纶纱线的动静态力学性能进行了研究,不同于碳纤维等应变率不敏感材料<sup>[4]</sup>,芳纶纤维材料表现出明显的应变率效应。Kevlar29 芳纶纱线的动态拉伸强度明显高于准静态拉伸强度<sup>[5]</sup>,并且在中低应变率范围( $20\text{--}100\text{ s}^{-1}$ )内,杨氏模量、拉伸强度、断裂应变和断裂韧性都随着应变率升高而增大<sup>[6]</sup>。陈思颖等<sup>[7]</sup>利用直拉式 Hopkinson 装置研究了 Kevlar49/964/964c、Twaron2000 和 Dyneema SK66 等 3 种不同高性能芳纶纤维束的动态拉伸性能,并结合微观结构特征对试验结果进行了初步解释。朱德举等<sup>[8]</sup>研究了 Kevlar29 纤维丝和纤维束标距对准静态拉伸性能的影响,证实了纤维束的尺寸效应。Tapie 等<sup>[9]</sup>研究了 T717 Twaron 原始纱线与 T1040 机织纱线中经纱和纬纱的动静态力学性能,发现随着应变率升高,纱线拉伸强度增大,刚度增大,断裂应变减小。

在芳纶纱线的本构模型方面,学者们在芳纶织物弹道冲击仿真中使用正交各向异性本构模型来表征纱线力学性能的方向性<sup>[10-14]</sup>,但该模型并不能反映某些纱线力学性能的应变率效应,且模型的横向模量很难通过试验获得。对于该问题,Roylance<sup>[15]</sup>首次强调了纤维在横向冲击下表现出的黏弹性行为。Taylor 等<sup>[16]</sup>认识到将织物的低应变率试验数据直接应用到弹道领域具有误导性,因此他们采用半经验方法获得了 Kevlar29 的动态性能参数,从而建立了一个较为完备的柔性织物弹道冲击预测模型。Shim 等<sup>[17]</sup>在平纹织物冲击试验中,使用三元黏弹性本构模型表示聚合物的力学行为,得到的临界速度和能量的理论分析预测结果与试验数据吻合良好。

基于以上分析,国内外学者们对 Kevlar29 芳纶纤维动态拉伸性能的研究主要集中在中低应变率范围(小于  $160\text{ s}^{-1}$ )。本文中,使用 MTS 试验机和分离式霍普金森拉杆(split Hopkinson tensile bar, SHTB)装置,对 Kevlar29 芳纶纱线进行准静态和动态拉伸(最高应变率为  $700\text{ s}^{-1}$ )试验,结合运动目标追踪算法,获得纱线在动静态拉伸下的应力-应变曲线,分析 Kevlar29 芳纶纱线的动静态力学行为及差异,针对其力学性能的应变率效应,通过最小二乘法拟合得到对应的黏弹性本构方程。

## 1 拉伸试验

### 1.1 芳纶纤维试样

本试验所用芳纶纱线为 DuPont 公司生产的 Kevlar29 芳纶纤维,每根纱线含有 1 000 根纤维丝。为

为了排除织物中纱线初始弯曲对试验结果的影响, 试验中的纱线取自未经纺织的原纱。图1为试验所用Kevlar29芳纶纤维的多级结构, 纤维束横截面近似呈椭圆形, 由许多纤维丝组成, 由于纤维丝之间存在间隙, 纤维束截面中的纤维填充率并非100%, 因此其真实横截面积不能通过实际观测得到, 需要通过线密度与体密度之比计算得到。该芳纶纤维束的线密度为 $1.67 \times 10^{-3}$  g/m, 体密度为 $1.44 \text{ g/cm}^3$ , 每根纤维束的真实横截面积为 $1.157 \times 10^{-3} \text{ cm}^2$ 。

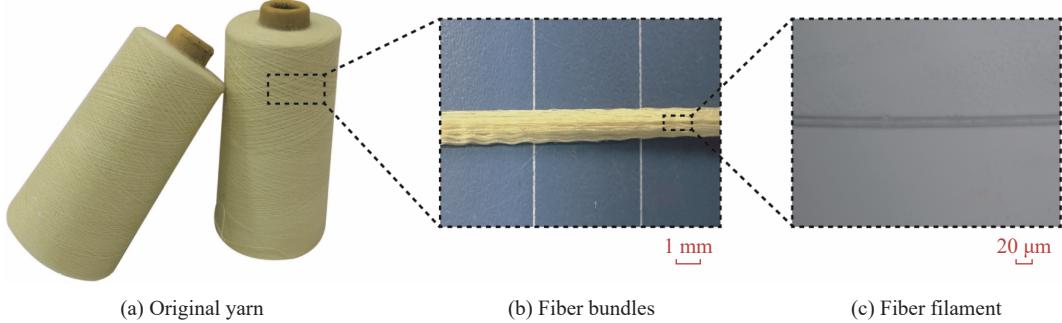


图1 Kevlar29纱线的多级结构

Fig. 1 Multi-level structure of Kevlar29 yarn

## 1.2 纱线夹持装置

通常使用SHTB装置获得材料的动态拉伸性能。对于一般的金属或聚合物试件, 可以在两端加工螺纹, 将试件拧入入射杆和透射杆中; 而对于芳纶纱线, 则需要特定的夹具来实现纱线与杆的稳定连接。与文献[9]类似, 本文中使用的夹持装置与加载杆的材料和直径均相同, 显著减小了波阻抗不匹配的影响。如图2(a)所示, 夹持装置包括2对半锥形夹板、1对固定器和1对连接器, 固定器和连接器具有锥形空腔。具体夹持方式见图2(b), 将纤维束夹在2片半锥形夹板中, 再将夹板置入连接器中, 最后将固定器拧入连接器螺纹上。由于夹板表面为锥形, 当拧入固定器时, 连接器的锥形空腔沿着夹板表面滑动, 挤压2片夹板进而夹紧纤维束。夹持时, 在夹板夹持面粘贴砂纸, 使用少量胶水将纤维束粘贴在砂纸上, 以增大接触面积和摩擦力, 减小应力集中。

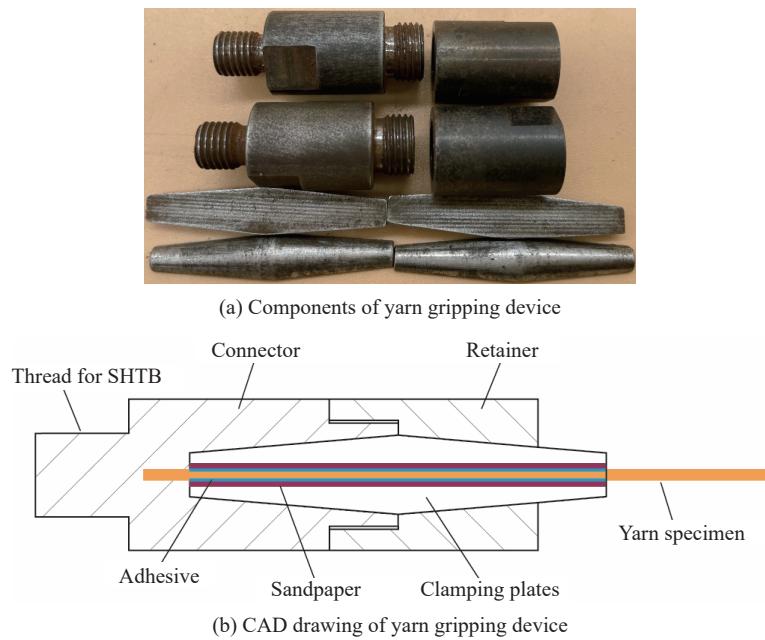


图2 纱线夹持装置

Fig. 2 Yarn gripping device

为了观察试验过程中纤维束是否出现滑移, 夹持之前在纤维束上间隔 20 mm 处做 2 个标记点, 如图 3 所示, 夹持时以标记点为参照。在动态拉伸试验过程中可清晰地观察到 2 个标记点并未离开夹持部位, 纤维束未出现明显的滑移现象, 说明该夹具有效。另外, 使用该夹具夹持时, 可便捷地调整纤维束试样的夹持长度, 获得更高的应变率, 也有利于观察纱线的变形和破坏。

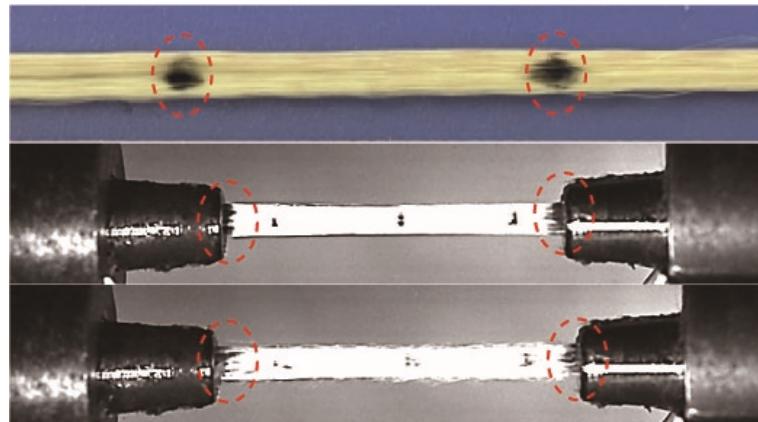


图 3 纱线拉伸过程中夹持部位标记点观测

Fig. 3 Observation of marked points at the clamping location during yarn stretching process

### 1.3 准静态拉伸试验

准静态拉伸试验所使用的 MTS810 万能试验机如图 4(a) 所示。将纤维束固定在纤维夹持装置中, 再用 MTS 试验机的夹头夹紧纤维夹持装置, 在试验机旁布置观测相机, 用于拍摄拉伸过程, 以计算拉伸应变。调节观测相机的拍摄帧率, 使其与 MTS 试验机软件的采样频率一致(均为 16 Hz), 同时启动观测相机和 MTS 试验机, 保证应力和应变在时间域上对应。

研究表明, 纱线标距(即试样在夹持装置中暴露出来的长度)会影响纱线的力学性能<sup>[5-6]</sup>, 主要原因是随着试样长度增加, 材料的初始缺陷和损伤也会增多, 进而影响纱线的力学性能。本研究主要聚焦于纱线的动/静态力学性能, 不考虑纱线长度对其力学性能的影响, 因此动/静态拉伸试验中纱线标距均固定为 20 mm。图 4(b) 为 20 mm 标距的纤维束试样, 假定试样上标记点 1 和标记点 2 的初始坐标分别为  $x_1$  和  $x_2$ , 位移后的坐标分别为  $x'_1$  和  $x'_2$ , 则试样的工程应力和瞬时工程应变分别为:

$$\begin{cases} \sigma = \frac{F_n}{A_s} \\ \varepsilon = \frac{x'_2 - x'_1 - (x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $F_n$  为 MTS 试验机夹头的加载力,  $A_s$  为试样初始横截面积。

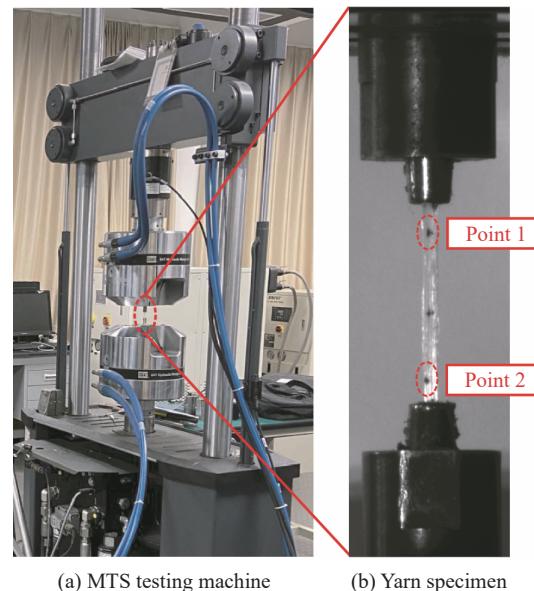


图 4 准静态拉伸试验

Fig. 4 Quasi-static tensile test

准静态试验通过控制 MTS 试验机夹头的位置进行加载, 加载应变率为  $0.001 \text{ s}^{-1}$ 。为保证数据的准确性, 进行了 5 组重复试验。

#### 1.4 动态拉伸试验

使用 SHTB 装置对芳纶纱线进行动态拉伸试验。在动态拉伸试验中, 纱线的变形和破坏发生在极短的时间内, 因此采用高速摄像机对动态拉伸过程进行拍摄。为了清晰地展现纱线的变形和破坏过程, 高速摄像机帧率设为  $2.2 \times 10^5 \text{ Hz}$ , 分辨率为  $1280 \times 176$ 。每组试验中, 从纱线开始变形至断裂共获得 20~35 张照片。

如图 5 所示, SHTB 装置由入射杆、透射杆和管状撞击杆组成。撞击杆、入射杆、透射杆均采用 40Cr 钢, 密度为  $7.85 \text{ g/cm}^3$ , 弹性模量为  $210 \text{ GPa}$ , 泊松比为 0.29, 直径均为  $14.5 \text{ mm}$ , 长度分别为 200、2000、1500 mm。管状撞击杆套在入射杆外部, 由气压推动撞击入射杆端部产生拉伸应力波, 应力波到达试样时, 入射波发生反射和透射: 一部分反射回入射杆, 由粘贴在入射杆上的应变片接收; 另一部分经过试样进入透射杆, 由粘贴在透射杆上的应变片接收。在入射杆和透射杆上分别粘贴一对位置相对的应变片, 再通过半桥电路接入桥盒。入射杆上 2 个应变片的灵敏系数均为 2.08, 考虑到芳纶纱线的最大拉伸力较小, 透射杆上的应变片采用高灵敏度(灵敏系数为 110)的半导体应变片。为了获得理想的信号, 选用 4 个方形紫铜整形片等间距粘贴在入射杆的环形被撞击端。

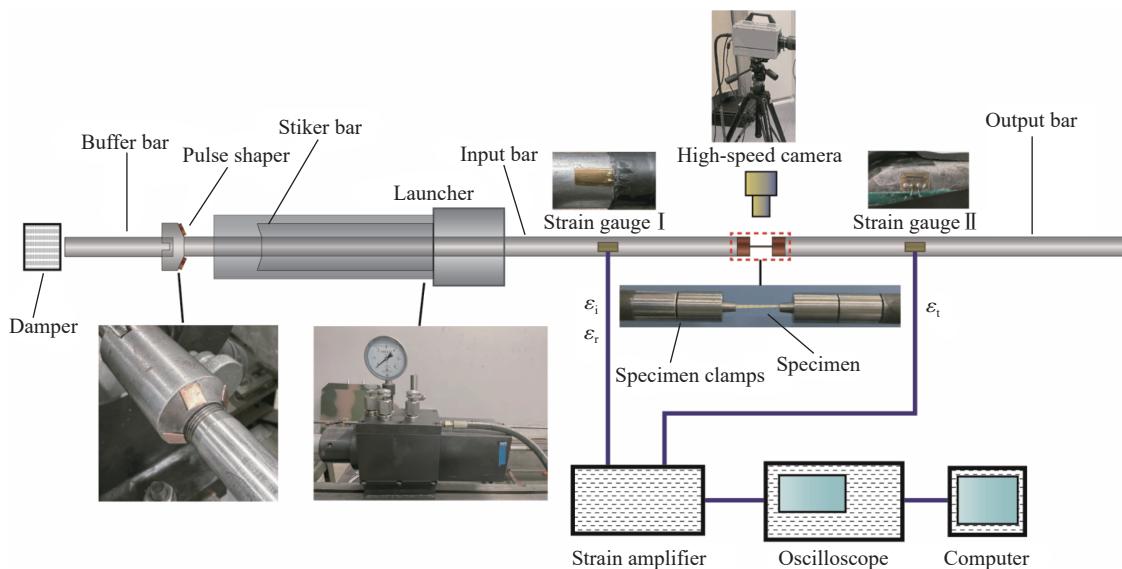


图 5 SHTB 装置示意图

Fig. 5 Schematic diagram of SHTB apparatus

根据一维弹性波理论, 纱线试样的应力为:

$$\sigma_s(t) = \frac{EA}{A_s} \varepsilon_t(t) \quad (2)$$

式中:  $\sigma_s$  为纱线试样的工程应力,  $\varepsilon_t$  为透射波的应变,  $E$  为杆的弹性模量,  $A$  为杆的当前横截面积。

纱线的应变测量和计算方式与准静态拉伸试验相同, 见式 (1)。鉴于试验数据的分散性较大, 在每个加载速率下至少测试 10 个样品。

图 6 给出了应变率为  $607 \text{ s}^{-1}$  时的试验波形, 图 7 显示了杆端应变信号。图 6 所示的反射波出现振荡是应力波经过夹持装置时波阻抗不匹配导致的, 夹持装置的波阻抗匹配问题已有相关讨论, 其有效性已得到验证<sup>[9, 18]</sup>。从图 7 可以看出, 试件两端的应变较接近, 表明式 (2) 可以准确计算纱线的应力。

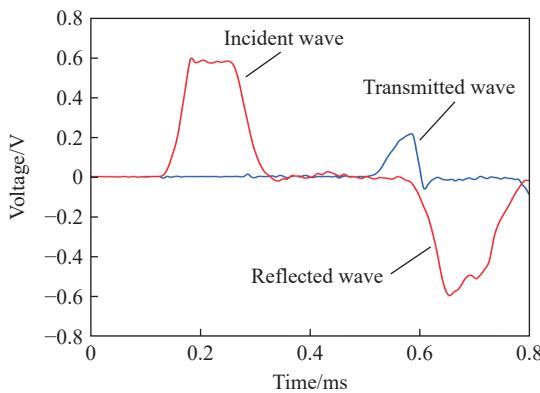


图 6 SHTB 的典型波形

Fig. 6 Typical waveforms of SHTB

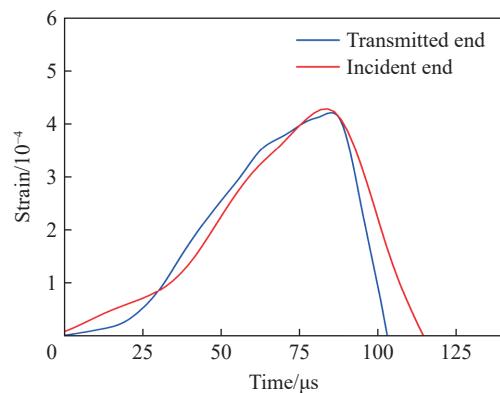


图 7 杆端应变信号

Fig. 7 Strain signals at the bar ends

## 2 试验结果分析与讨论

### 2.1 应力-应变曲线的确定

#### 2.1.1 准静态试验

采用相机拍摄准静态拉伸过程,再通过运动目标追踪程序识别图像中标记点的坐标,从而计算出应变。准静态拉伸试验的应力-应变曲线如图 8(a) 所示。可以看出,准静态拉伸下,应力-应变曲线的重复性较好,且线性段较明显。将峰值应力定义为拉伸强度,线性段斜率定义为拉伸模量,如图 8(b) 所示。

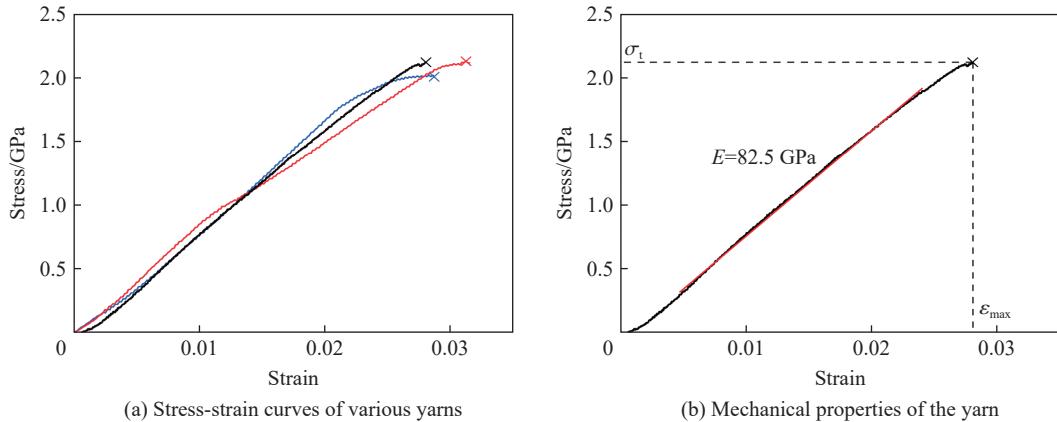


图 8 纱线的准静态应力-应变曲线

Fig. 8 Quasi-static stress-strain curves of yarn

#### 2.1.2 动态试验

与准静态拉伸试验相比,动态试验的加载速率较高,拉伸过程的持续时间极短,需用高速摄像机拍摄,而高速摄像机和 SHTB 装置中的数据采集器无法在同一频率下运行,因此动态拉伸试验的应力-应变数据在时间域上不对应。为此,对动态拉伸试验数据进行处理,具体过程如下。

首先,对获得的应变-时间散点进行多项式拟合,得到应变-时间曲线,如图 9 所示。对应变-时间曲线的线性段进行线性拟合,所得斜率即加载应变速率,如图 10 所示。可以看出,纱线的动态拉伸应变速率在拉伸过程的大部分时间内都是恒定的,相应的应力可由式(2)计算得出。

SHTB 动态试验难以控制装置加载和应变测量同时进行,且应力和应变的起始点较为模糊,无法直接判断,因此将纤维束标记点可被准确识别的最后时刻定义为断裂应变时刻(拉伸应力到达峰值的时刻)。最后,通过插值法将应力与应变在时间域上进行对应,即可得到纱线动态拉伸的应力-应变曲线。

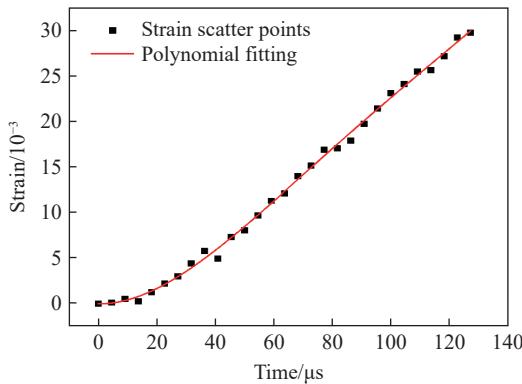


图 9 应变-时间散点图

Fig. 9 Strain-time scatter plot

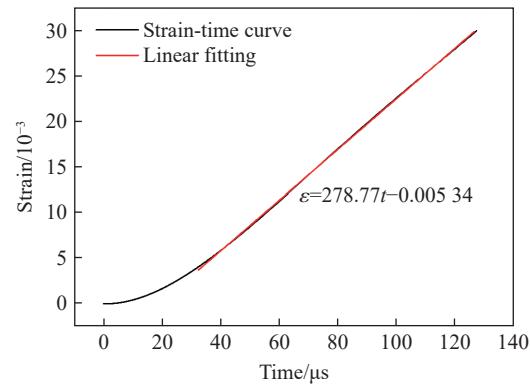


图 10 应变-时间曲线

Fig. 10 Strain-time curves

### 2.1.3 应力-应变曲线校正

图 11(a) 为纱线在不同应变速率下的应力-应变曲线。可以看出, 部分应力-应变曲线在初始阶段存在较明显的非线性关系, 这是纱线在初始阶段处于未拉直状态导致的, 该阶段并不是纱线力学性能的真实反映, 因此需要去除该非线性段以修正应变, 从而得到纱线的真实应力-应变关系。

具体修正过程如图 12 所示: 延长应力-应变曲线的线性段直至交于 x 轴, 删去非线性部分, 再将曲线沿 x 轴平移至原点。校正后的曲线峰值应力与原始曲线相同, 定义为拉伸强度( $\sigma_t$ ), 其对应的应变则为

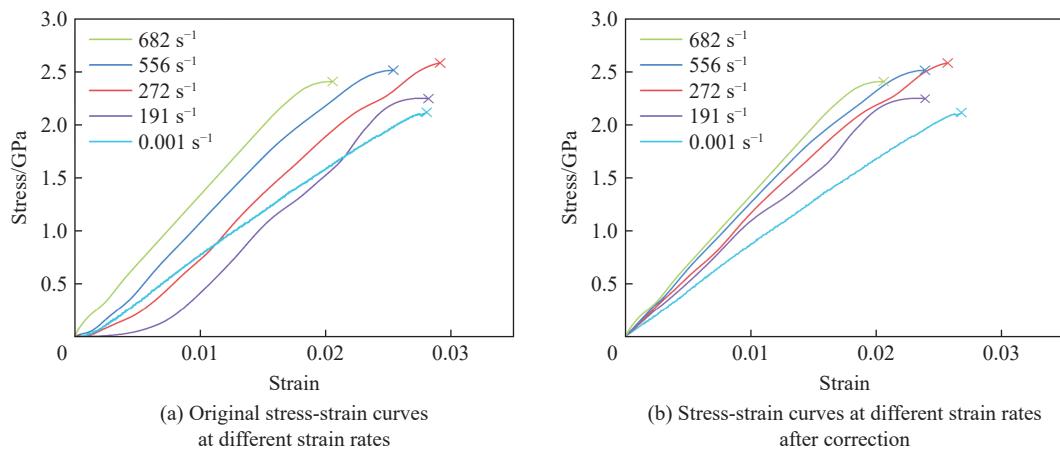


图 11 不同应变速率下的应力-应变曲线

Fig. 11 Stress-strain curves at different strain rates

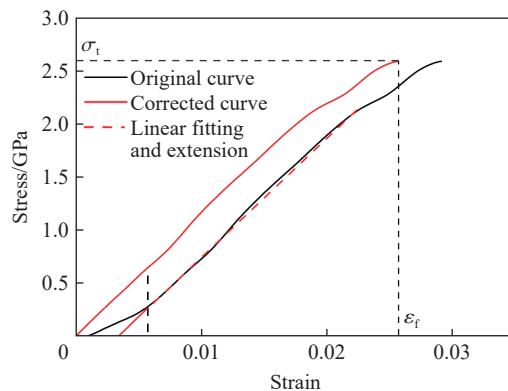


图 12 去除初始非线性段的应力-应变曲线

Fig. 12 Stress-strain curves after removing initial nonlinear section

断裂应变( $\varepsilon_f$ )。图11(b)为校正后纱线在不同应变率下的应力-应变曲线。可以看出,纱线的力学性能存在明显的应变率效应:动态拉伸强度大于准静态拉伸强度,动态断裂应变小于准静态断裂应变;随着应变率升高,动态拉伸强度整体呈增大趋势,但拉伸强度的应变率敏感性和断裂应变呈减小趋势。

#### 2.1.4 应变测试方法对比

传统SHTB测试方法基于一维假设和应力均匀假设,应力-应变关系为:

$$\begin{cases} \sigma_s(t) = \frac{EA}{A_s} \varepsilon_t(t) \\ \varepsilon_s(t) = -\frac{2c}{l_s} \int_0^t \varepsilon_r(t) dt \\ \dot{\varepsilon}_s(t) = -\frac{2c}{l_s} \varepsilon_r(t) \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $\varepsilon_s$  为纱线试样的工程应变,  $\dot{\varepsilon}_s$  为纱线试样的工程应变率,  $c$  为杆中一维纵波波速,  $l_s$  为纱线试样的长度,  $\varepsilon_r$  为反射波的应变。

由于纱线试样的标距较长,在拉伸初期很难保证应力平衡,因此根据反射波积分计算的应变(式(3))存在一定累积误差。本文中使用的图像追踪应变计算方法是基于工程应变的定义,已在金属材料中得到应用<sup>[19]</sup>,其误差仅表现为对图像点几何中心坐标的识别。为了验证该方法的准确程度,将其计算的动态拉伸应变率和断裂应变与式(3)的计算结果进行对比。图13(a)和图13(b)分别为2种方法计算出的应变率和断裂应变。可以看出,由SHTB波形计算的应变率和断裂应变数据点较为离散。参考文献[6, 8-9],芳纶纱线的断裂应变大多在0.02~0.04之间,考虑到夹持装置可能对纱线造成初始损伤,本试验中的实际断裂应变可能偏低。可以看出,式(3)计算的断裂应变出现了个别不合理的大应变数据(大于0.044),而运动追踪应变计算方法的应变结果均在可靠范围之内,因此运动追踪应变计算方法可以得到更准确的应变值。

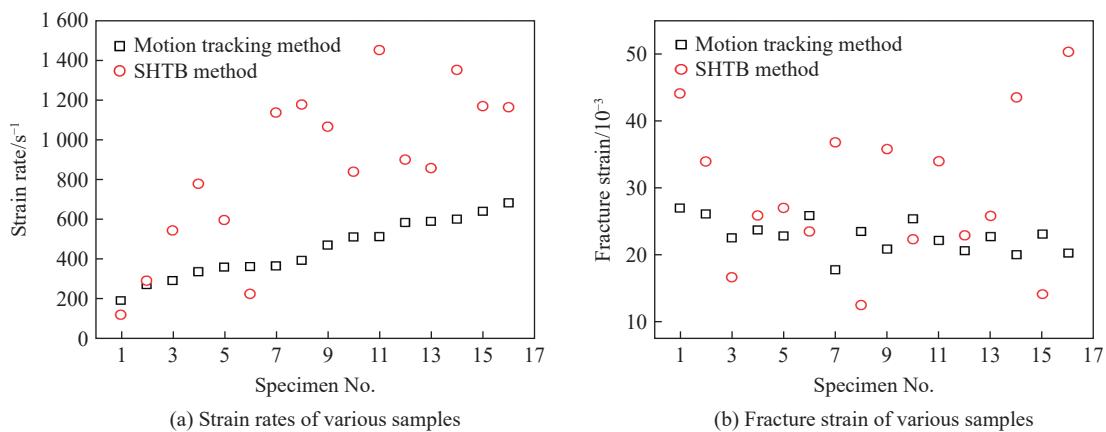


图13 两种方法的计算结果对比

Fig. 13 Comparison of results obtained by two methods

#### 2.2 纱线的动力学拉伸过程分析

图14显示了高速相机拍摄的加载应变率为279 s⁻¹时纱线的拉伸断裂过程,图15为其对应的纱线原始应力-应变曲线。图15中的第3阶段(非线性阶段)代表纱线中纤维丝开始逐渐断裂,在第3阶段末尾的标记点不能被准确识别,纤维丝几乎全部断裂,因此在2.1.2节中将断裂前最后一张照片的应变定义为断裂应变是合理的。该方法的误差主要来自断裂应变时刻选取的准确度,与高速摄像机的帧率相关。应力峰值与断裂强度往往出现在第3阶段,根据应力变化范围,该阶段的总持续时间为26 μs,而高速相机的拍摄间隔为4.55 μs,第3阶段的应变变化为0.0061,由此可知应变误差为0.00107。对于0.0290的断裂应变来说,相对误差3.7%在合理范围之内。

从图15可以看出,纱线的动态应力-应变曲线并不完全是线性的,而是可以按照其变形特征分为3个阶段。第1阶段中,纱线的应力随应变的增加缓慢增大,在试验过程中该段并不总是出现。出现第1阶段的原因比较复杂。试验采用的纱线是未经编织的纱线,因此纱线的初始卷曲可以排除。可能的原因是,当纱线被夹持时,部分纱线未处于拉直状态,或者在加载的初始阶段装置振动等因素使纱线两端夹具发生相对位移而导致纱线发生弯曲,如图14(a)~(b)所示。第2阶段中,纱线被完全拉直,整体均匀受力,此时纱线处于弹性变形阶段,因此应力-应变呈良好的线性关系。将该段曲线进行线性拟合,其斜率为纱线的动态拉伸模量,该组试验中纱线的拉伸模量为113.3 GPa,如图14(b)~(d)所示。在第1阶段和第2阶段均没有观测到纱线断裂。进入第3阶段,纱线的应力-应变关系开始呈现明显的非线性特征,应力随应变的上升速率减小,从图14(d)可以观察到,纱线中的部分纤维丝开始断裂,此为应力-应变曲线中第3阶段的起始点。而当纱线中的纤维丝几乎完全断裂时,应力也达到峰值,即拉伸强度,断裂应变(见图14(e))的定义则参考图12。在纱线的应变达到断裂应变后,图像中的标记点不能被准确识别,从而无法准确计算应变。理论上看,纱线完全断裂后,应力会随着应变的增加而急剧下降,如图14(f)和图15中点F所示。

### 2.3 纱线力学性能的应变率效应

由于SHTB装置很难在完全相同的应变率下进行重复试验,因此将试验结果中相近的有效应变率进行平均处理,得到了0.001、189、331、498、619 s<sup>-1</sup> 5组不同的应变率数据。对每组应变率下的拉伸强度和断裂应变求取平均值,便可得到纱线在不同应变率下的拉伸强度和断裂应变的变化情况,如图16和图17所示。动态拉伸强度明显大于准静态拉伸强度(约2.091 GPa),且随着应变率的升高整体呈增大趋势;在应变率为498 s<sup>-1</sup>时,达到2.460 GPa,相较于准静态提升了17.6%;但在中高应变率(大于331 s<sup>-1</sup>)范围,随着应变率升高,拉伸强度的增速减缓,在619 s<sup>-1</sup>时拉伸强度反而下降。动态断裂应变则明显小于准静态断裂应变(约为0.0290),且随着应变率的升高而减小,在应变率为619 s<sup>-1</sup>时,断裂应变为0.0213,相较于准静态降低了26.6%。

将纱线断裂应变前的应力-应变曲线与坐标轴围成的面积定义为纱线的韧性,即断裂前单位体积材料吸收的能量。同样,进行平均处理后可得到纱线在不同应变率下的拉伸模量和韧性,如图18和图19所示。动态拉伸模量均明显大于准静态拉伸模量(约为80.0 GPa),且随着应变率增加呈增大趋势,当应变率达到331 s<sup>-1</sup>时,动态拉伸模量为126.5 GPa,相较于准静态提升了58.1%;在中高应变率(大于331 s<sup>-1</sup>)下,随着应变率升高,拉伸模量趋于稳定。纱线的韧性也随着应变率升高呈先增强后减弱的变化趋势,表明纱线动态拉伸时的吸能会在某一应变率附近达到临界,超过该应变率时,纱线的吸能反而减小。

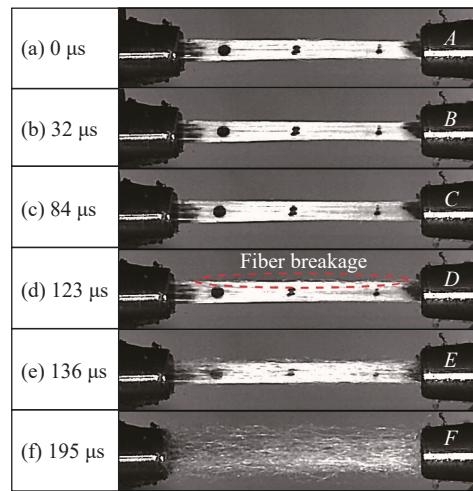


图14 应变率为279 s<sup>-1</sup>时纱线的拉伸过程

Fig. 14 Stretching process of the yarn  
when the strain rate is 279 s<sup>-1</sup>

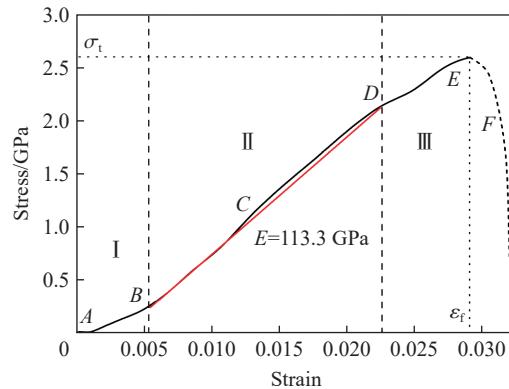


图15 应变率为279 s<sup>-1</sup>时纱线的应力-应变曲线

Fig. 15 Stress-strain curve of the yarn  
when the strain rate is 279 s<sup>-1</sup>

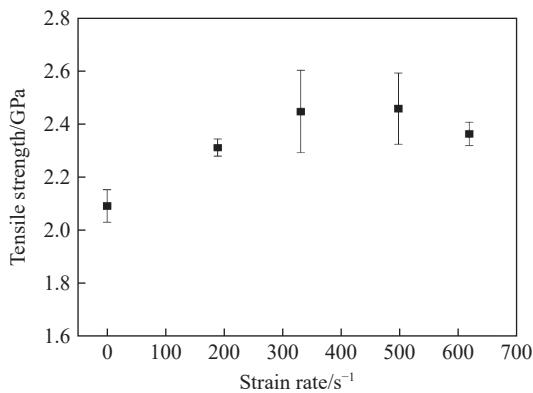


图 16 纱线在不同应变率下的拉伸强度

Fig. 16 Tensile strengths of yarn under different strain rates

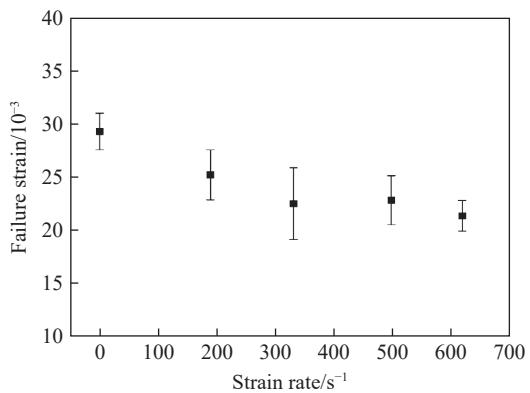


图 17 纱线在不同应变率下的断裂应变

Fig. 17 Failure strains of yarn under different strain rates

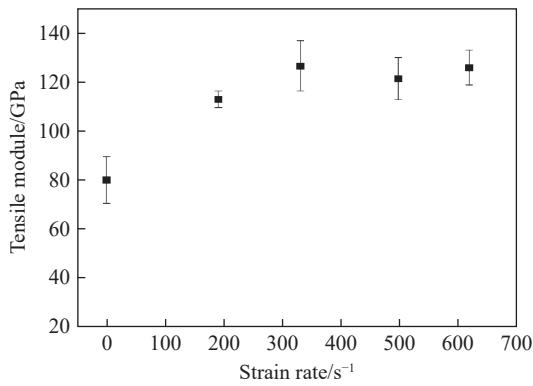


图 18 纱线在不同应变率下的拉伸模量

Fig. 18 Tensile modules of yarn under different strain rates

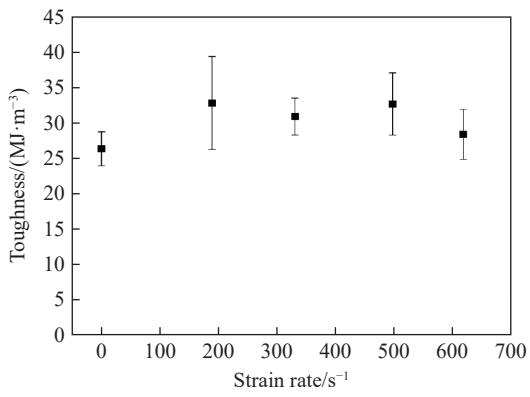


图 19 纱线在不同应变率下的韧性

Fig. 19 Toughnesses of yarn under different strain rates

### 3 黏弹性本构方程

在芳纶织物细观尺度研究中, 理论或仿真计算的准确性与芳纶纱线的材料模型相关。若涉及织物冲击等高应变率加载问题, 芳纶纱线力学性能的应变率效应就不可忽视。为了描述 Kevlar29 芳纶纱线的应变率效应, 采用黏弹性本构模型, 该模型通常用弹簧和黏壶的各种串并联组合进行刻画。图 20 为 2 种黏弹性模型的示意图, 其中: 图 20(a) 为三元件黏弹性模型, 包含 2 个弹性元件和 1 个黏性元件; 图 20(b) 为五元件黏弹性模型, 包含 3 个弹性元件和 2 个黏性元件。

根据 Maxwell 体并联特性, 这 2 种黏弹性模型的应力-应变关系可以表示为:

$$\sigma_{\text{tot}} = \left( E_1 + \sum_{k=2}^n \frac{E_k \eta_k D}{E_k + \eta_k D} \right) \varepsilon_{\text{tot}} \quad (4)$$

式中:  $D \equiv \frac{d}{dt}$  为微分算子,  $\sigma_{\text{tot}}$  为总应力,  $\varepsilon_{\text{tot}}$  为总应变,  $E_k (k=2, 3)$  为弹簧元件的弹性模量,  $\eta_k (k=2, 3)$  为黏性元件的黏性系数,  $n$  取 2 和 3。当  $n=2$  时, 式 (4) 表示三元件黏弹性模型的应力-应变关系; 当  $n=3$  时, 式 (4) 则表示五元件模型。若将式 (4) 展开, 即关于  $\sigma$  及  $\varepsilon$  的  $n$  阶时间导数的常微分方程。结合初值条件(初始时刻应力和应变均为零), 同时假设应变率  $\dot{\varepsilon}$  为常数, 易得出  $n=2$  时常微分方程的解为:

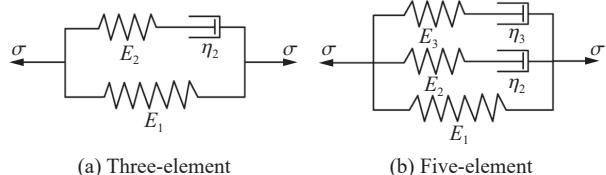


图 20 黏弹性本构模型

Fig. 20 viscoelastic constitutive model

$$\sigma(\varepsilon) = E_1 \varepsilon + \eta_2 \dot{\varepsilon} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 \varepsilon}{\eta_2 \dot{\varepsilon}}} \right) \quad (5)$$

同理,  $n=3$  时常微分方程的解为:

$$\sigma(\varepsilon) = E_1 \varepsilon + \eta_2 \dot{\varepsilon} \left( 1 - e^{-\frac{E_2 \varepsilon}{\eta_2 \dot{\varepsilon}}} \right) + \eta_3 \dot{\varepsilon} \left( 1 - e^{-\frac{E_3 \varepsilon}{\eta_3 \dot{\varepsilon}}} \right) + C_1 \left( e^{-\frac{E_3 \varepsilon}{\eta_3 \dot{\varepsilon}}} - e^{-\frac{E_2 \varepsilon}{\eta_2 \dot{\varepsilon}}} \right) \quad (6)$$

式中:  $C_1$  为待定常数。

利用式(5)~(6), 对图8(b)中修正后的纱线应力-应变曲线进行最小二乘法拟合。对于五元件黏弹性本构模型, 由于该试验仅有1个初值条件, 不能确定常数  $C_1$  的值, 因此在用式(6)进行拟合时, 可将  $C_1$  视为拟合参量。根据本构模型的物理意义可知, 应变率为零时, 纱线的拉伸模量为  $E_1$ , 因此根据纱线准静态下应力-应变曲线的弹性变形阶段可以近似得到  $E_1$ 。将其代入式(5)和式(6), 再用最小二乘法拟合其余参数, 拟合完成后可得到三元件黏弹性模型和五元件黏弹性模型参数, 见表1和表2。

表1 三元件黏弹性本构模型参数

Table 1 Parameters for the three-element viscoelastic model

| $E_1/\text{GPa}$ | $E_2/\text{GPa}$ | $\eta_2/(\text{MPa}\cdot\text{s})$ |
|------------------|------------------|------------------------------------|
| 82.5             | 54.7             | 2.218                              |

表2 五元件黏弹性本构模型参数

Table 2 Parameters for the five-element viscoelastic model

| $E_1/\text{GPa}$ | $E_2/\text{GPa}$ | $E_3/\text{GPa}$ | $\eta_2/(\text{MPa}\cdot\text{s})$ | $\eta_3/(\text{MPa}\cdot\text{s})$ | $C_1$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------------------------|------------------------------------|-------|
| 82.5             | 43.7             | 42.3             | 1.326                              | 0.989                              | 1416  |

根据拟合得到的参数, 由2种黏弹性本构模型得到不同应变速率下纱线的应力-应变曲线, 如图21所示。可以看出, 三元件和五元件黏弹性本构模型均能够表征Kevlar29纱线力学性能的应变速率效应, 但2类模型并不能完全反映纱线在到达断裂应变前的非线性阶段, 且由于此类黏弹性本构模型的限制(当应变速率趋于无穷大时, 拉伸模量逐渐趋于常值), 在中高应变速率(大于  $600 \text{ s}^{-1}$ )下, 黏弹性本构模型的理论曲线与试验曲线存在一定差异。五元件黏弹性本构模型由于多并联了一个Maxwell体, 能更全面地表征纱线的力学行为。图22为三元件模型和五元件模型在  $191 \text{ s}^{-1}$  和  $682 \text{ s}^{-1}$  应变速率下的拟合结果对比, 可以看出, 五元件黏弹性本构模型的拟合效果优于三元件。如果继续并联Maxwell体形成更高阶的黏弹性模型, 理论上来说, 模拟结果更精确; 但随着更高阶模型参数的增多以及常微分方程阶次的增大, 拟合结果更依赖于初始估值, 因此在全局范围内很难获得准确的参数。综合考虑参数拟合难易程度以及本构模型描述的精确性, 五元件黏弹性模型更适合用于织物弹道冲击研究。

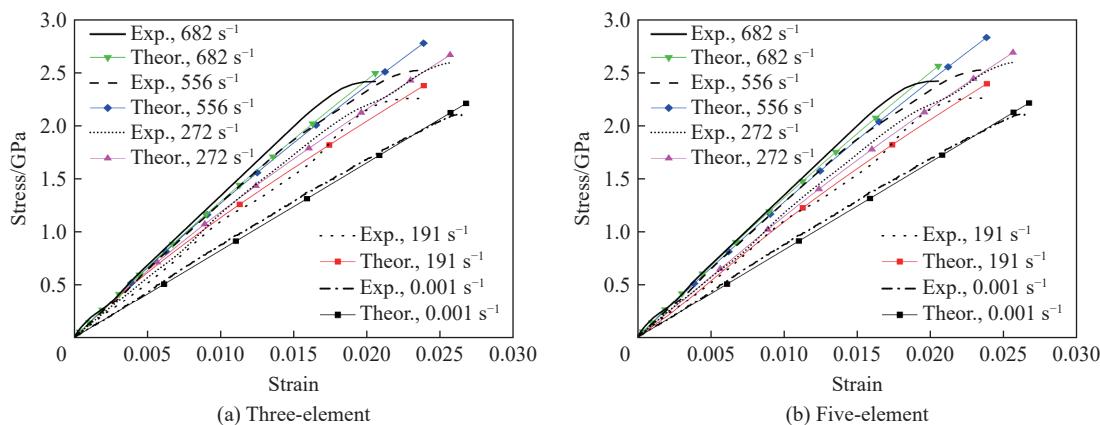


图21 黏弹性本构模型的理论值与试验值对比

Fig. 21 Comparison between the theoretical values of viscoelastic constitutive models and experimental results

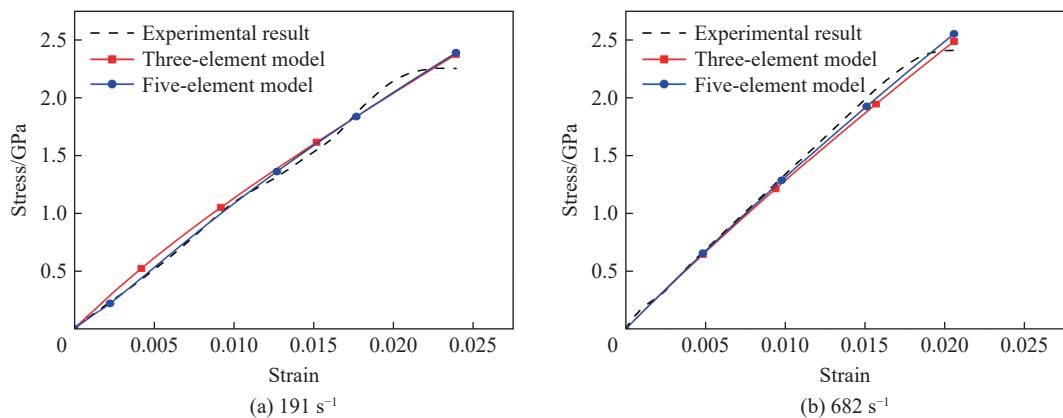


图 22 三元件模型与五元件模型对比

Fig. 22 Comparison between three-element model and five-element model

## 4 结 论

针对 Kevlar29 纱线进行了动静态力学性能试验, 获得了 Kevlar29 纱线在不同应变率下的力学性能, 分析了准静态拉伸和动态拉伸下纱线的变形与断裂过程, 揭示了纱线力学性能的应变率效应, 通过最小二乘法拟合得到了纱线黏弹性本构参数, 得到以下主要结论。

(1) 相较于 SHTB 波形计算, 运动目标追踪方法计算的应变更准确。

(2) Kevlar29 纱线的准静态力学性能和动态力学性能差异明显, 动态拉伸模量和拉伸强度高于准静态拉伸模量和拉伸强度, 动态断裂应变小于准静态断裂应变。在所研究的应变率范围内(小于  $700\text{ s}^{-1}$ ), 随着应变率升高, Kevlar29 纱线的断裂应变减小, 拉伸强度和韧性先增大后减小, 拉伸模量先增大后趋于稳定。

(3) 黏弹性本构方程能够较好地表征 Kevlar29 纱线力学性能的应变率效应, 但无法反映断裂应变前应力-应变的非线性关系。五元件黏弹性模型的拟合效果优于三元件黏弹性模型, 更适合于织物弹道冲击研究。

## 参考文献:

- [1] WANG H X, HAZELL P J, SHANKAR K, et al. Tensile properties of ultra-high-molecular-weight polyethylene single yarns at different strain rates [J]. *Journal of Composite Materials*, 2020, 54(11): 1453–1466. DOI: 10.1177/0021998319883416.
- [2] WANG Y, XIA Y M. Experimental and theoretical study on the strain rate and temperature dependence of mechanical behaviour of Kevlar fibre [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 1999, 30(11): 1251–1257. DOI: 10.1016/S1359-835X(99)00035-4.
- [3] RUSSELL B P, KARTHIKEYAN K, DESHPANDE V S, et al. The high strain rate response of ultra high molecular-weight polyethylene: from fibre to laminate [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2013, 60: 1–9. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2013.03.010.
- [4] ZHOU Y X, WANG Y, XIA Y M, et al. Tensile behavior of carbon fiber bundles at different strain rates [J]. *Materials Letters*, 2010, 64(3): 246–248. DOI: 10.1016/j.matlet.2009.10.045.
- [5] DOORAKI B F, NEMES J A, BOLDUC M. Study of parameters affecting the strength of yarns [J]. *Journal de Physique IV (Proceedings)*, 2006, 134: 1183–1188. DOI: 10.1051/jp4:2006134180.
- [6] ZHU D, MOBASHER B, ERNI J, et al. Strain rate and gage length effects on tensile behavior of Kevlar 49 single yarn [J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2012, 43(11): 2021–2029. DOI: 10.1016/j.compositesa.2012.06.007.
- [7] 陈思颖, 黄晨光, 段祝平. 几种高性能纤维束的冲击动力学性能实验研究 [J]. 爆炸与冲击, 2003, 23(4): 355–359.
- CHEN S Y, HUANG C G, DUAN Z P. Experimental study on the dynamic properties of high strength fiber clusters [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2003, 23(4): 355–359.

- [8] 朱德举, 欧云福, 张晓彤, 等. Kevlar<sup>®</sup> 29 纤维多尺度力学行为的试验研究和有限元模拟 [J]. *工程力学*, 2016, 33(9): 242–249, 256. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.02.0123.
- ZHU D J, OU Y F, ZHANG X T, et al. Experimental study and finite element modeling of the multi-scale mechanical behavior of Kevlar<sup>®</sup> 29 fibers [J]. *Engineering Mechanics*, 2016, 33(9): 242–249, 256. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2015.02.0123.
- [9] TAPIE E, SHIM V P W, GUO Y B. Influence of weaving on the mechanical response of aramid yarns subjected to high-speed loading [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 80: 1–12. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2014.12.010.
- [10] NILAKANTAN G, KEEFE M, BOGETTI T A, et al. Multiscale modeling of the impact of textile fabrics based on hybrid element analysis [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(10): 1056–1071. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2010.04.007.
- [11] YANG Y F, LIU Y C, XUE S N, et al. Multi-scale finite element modeling of ballistic impact onto woven fabric involving fiber bundles [J]. *Composite Structures*, 2021, 267: 113856. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.113856.
- [12] ZHOU Y, YAO W T, ZHANG Z W, et al. The effect of cumulative damage on the ballistic performance of plain weaves [J]. *Composite Structures*, 2022, 297: 115978. DOI: 10.1016/j.compstruct.2022.115978.
- [13] NILAKANTAN G. Filament-level modeling of Kevlar KM2 yarns for ballistic impact studies [J]. *Composite Structures*, 2013, 104: 1–13. DOI: 10.1016/j.compstruct.2013.04.001.
- [14] HA-MINH C, IMAD A, KANIT T, et al. Numerical analysis of a ballistic impact on textile fabric [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013, 69: 32–39. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2013.01.014.
- [15] ROYLANCE D. Wave propagation in a viscoelastic fiber subjected to transverse impact [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1973, 40(1): 143–148. DOI: 10.1115/1.3422914.
- [16] TAYLOR W J, VINSON J R. Modeling ballistic impact into flexible materials [J]. *AIAA Journal*, 1990, 28(12): 2098–2103. DOI: 10.2514/3.10527.
- [17] SHIM V P W, TAN V B C, TAY T E. Modelling deformation and damage characteristics of woven fabric under small projectile impact [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1995, 16(4): 585–605. DOI: 10.1016/0734-743X(94)00063-3.
- [18] KOH A C P, SHIM V P W, TAN V B C. Dynamic behaviour of UHMWPE yarns and addressing impedance mismatch effects of specimen clamps [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(3): 324–332. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2009.10.008.
- [19] GUO Y B, SHIM V P W, TAN B W F. Dynamic tensile properties of magnesium nanocomposite [J]. *Materials Science Forum*, 2012, 706: 780–785. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.706-709.780.

(责任编辑 王小飞)