

# 薄壁椭球壳在冲击载荷作用下的动态变形模型\*

范升阳, 栗建桥

(北京理工大学爆炸科学与安全防护全国重点实验室, 北京 100081)

**摘要:** 为研究薄壁椭球壳在局部冲击载荷作用下的变形特征, 开展了实验研究和仿真分析。利用轻气枪开展弹丸冲击实验, 使用三维 DIC 技术记录变形过程, 得到了椭球壳在圆柱弹丸不同初始冲击速度作用下的全局变形形貌以及中心凹陷深度和凹陷边界。在弹丸冲击椭球壳的仿真分析中, 重点研究了三种曲率半径变化对椭球壳凹陷深度、凹陷长短轴的影响规律, 通过量纲分析方法得出无量纲变形特征所依赖的主要无量纲自变量, 通过参数敏感性分析消减影响较小的参数, 在保持相同材料、弹体尺寸与壳体厚度同一缩比时, 得到了无量纲变形特征与三种曲率半径和速度之间的具体响应面函数表达式, 并提出根据凹陷深度、凹陷边界预测全局变形的公式, 所得表达式尺寸效应良好, 预测精度较高, 可为工程中大尺寸曲面薄壳冲击载荷防护设计提供参考。

**关键词:** 薄壁椭球壳; 冲击载荷; 三维 DIC 技术; 量纲分析; 响应面模型

中图分类号: O347

国标学科代码: 13015

文献标识码: A

## Dynamic Deformation Model of Thin-Walled Ellipsoidal Shells

### under Impact Loads

FAN Shengyang, LI Jianqiao

(State Key Laboratory of Explosion Science and Safety Protection, Beijing Institute of Technology,

Beijing 100081, China)

**Abstract:** In order to investigate the deformation characteristics of thin-walled ellipsoidal shells under local impact loads, an extensive experimental study and simulation analysis were conducted. The experiments utilized a light gas gun to perform projectile impact tests, and three-dimensional Digital Image Correlation (DIC) technology was employed to record the deformation process. This approach allowed us to obtain the global deformation morphology, central dent depth, and dent boundary of the ellipsoidal shell under different initial impact velocities of cylindrical projectiles. During the simulation analysis of the projectile impact on the ellipsoidal shell, particular emphasis was placed on studying the influence of three different curvature radius variations on the dent depth and the major and minor axes of the dents. Dimensional analysis was used to identify the primary dimensionless independent variables that the dimensionless deformation characteristics depend on. Parameter sensitivity analysis was conducted to reduce the impact of less significant parameters. Maintaining the same material, projectile size, and shell thickness at a consistent scale, we derived specific response surface function expressions for the dimensionless deformation characteristics in relation to the three curvature radii and velocity. The methods involved the following steps: First, the projectile impact experiments were carried out using a light gas gun to simulate various impact conditions. Then, the DIC technology was utilized to capture the deformation process in detail, providing accurate data on the global deformation

\*收稿日期: 2024-03-06; 修回日期: 2024-12-22;

基金项目: 国家自然科学基金面上项目 (12172054);

第一作者: 范升阳 (1999-), 男, 硕士研究生. E-mail: 3120210198@bit.edu.cn;

通信作者: 栗建桥 (1987-), 男, 博士, 特别副研究员. E-mail: jqli@bit.edu.cn。

morphology. Subsequently, the simulation analysis was performed, focusing on the effect of curvature radius variations. Dimensional analysis was applied to establish the relationship between the dimensionless variables, and parameter sensitivity analysis was conducted to streamline the model.

Our findings reveal that the dimensionless deformation characteristics are well-expressed by the derived response surface functions, which correlation between the dimensionless deformation features, the three curvature radii, and velocity. Furthermore, we propose a formula based on the dent depth and boundary to predict the global deformation. The expressions exhibit good scaling effects and high prediction accuracy. These conclusions are now recognized as valuable references for the design of protective measures against impact loads for large-scale curved thin shells in engineering applications.

**Key words:** thin-walled ellipsoidal shell; impact load; stereo DIC technology; dimensional analysis; response surface model

曲面薄壳结构因其优良的承载能力而被广泛应用于管道、土木工程、航空航天、海洋工程等实际工程领域,如建筑物的曲面穹顶结构、压力容器以及整流罩结构等<sup>[1]</sup>。冲击载荷是一种局部强动态载荷,容易导致曲面薄壳结构发生大变形而降低甚至失去承载能力,造成安全事故,因此需要重点考虑冲击载荷作用下曲面薄壳防护结构的动态响应特性<sup>[2]</sup>。在众多不同曲率分布的曲面薄壳中,椭球壳能够有效表征大跨度曲面薄壳在局部的曲率分布,因此开展薄壁椭球壳动态冲击响应研究具有一定的科学意义与工程应用价值。

球壳作为椭球壳的一种特殊情况,广泛应用于工程设计中,除了直接用于组成工程结构之外,也被用于近似表征不同曲率分布的薄壳。球壳结构的动态响应方面已经获得了较为广泛的研究,Updike等<sup>[3-5]</sup>对半球壳在两块刚性平板间的轴向压缩进行了多次实验研究,探究了薄壁半球壳的大变形问题,得出了薄壁半球壳的变形模式;Gputa<sup>[6]</sup>等研究了半球壳及浅球壳在落锤冲击载荷作用下的坍塌行为及其变形模式,并分析了壳厚度和曲率半径对于壳体力学性能的影响;Wen<sup>[7]</sup>给出了球壳在钝头弹冲击下的塑性大变形计算方法,基于实验观测,将球壳的冲击问题等效为求解钝头弹冲击一定边界条件下的等效圆板问题;宁建国等<sup>[8]</sup>对圆柱弹丸撞击浅球壳的弹塑性变形进行了一系列实验和理论研究,针对变形集中较大的边缘区域,提出了一种位移模式,并讨论了不同本构模型的影响;Li等<sup>[9]</sup>通过考虑径向位移对位移模式进行改进,分析了冲击球壳的射孔响应,此外,还讨论了理论模型中各参数对冲击壳变形和射孔响应的影响。当前关于球壳受冲击载荷作用方面的研究相对较为完善,但球壳上曲率分布是均匀的,利用球壳能够在一定程度上近似任意曲率分布浅壳的局部特征,但无法反应曲率分布对大跨度薄壳冲击响应的影响。

不同于球壳,椭球壳表面曲率分布不均匀,能够有效表征任意曲率曲面薄壳的局部几何特征,服务于复杂曲壳结构设计,同时椭球壳本身也广泛用于工程设计,如压力容器的椭球封头等<sup>[10]</sup>,因此研究椭球壳的冲击响应应具有更广泛的工程应用价值。目前对椭球壳的研究集中在应力分析、屈曲等方面,Paliwal等<sup>[11]</sup>对置于弹性地基上的小椭圆度各向同性薄壳进行了均匀内压下的弯曲变形分析,用渐近方法将一般旋转壳的方程简化为椭球壳,分析了均匀内压和边界载荷叠加下的应力分布;Patel等<sup>[12]</sup>利用内压实验研究了椭球形封头弹塑性屈曲行为,并给出了一种预测屈曲压力的理论分析方法,发现随着环面半径增大,屈曲压力随之增大;Bushnell<sup>[13]</sup>认为压力容器中椭球封头的屈曲是分叉屈曲,发现屈曲行为对几何非线性和材料非线性都很敏感,几何非线性导致屈曲压力增加,材料非线性导致屈曲压力降低;Chao<sup>[14]</sup>进行了解析分析,确定了径向喷管与椭球壳交点处的临界应力,利用无量纲参数作为交点的应力集中系数,分析了壳结构各组分的复杂相互作用;Ross<sup>[15]</sup>进行了玻璃钢半椭球壳在静水压力作用下的实验研究和理论分析,考虑几何非线性和材料非线性预测屈曲压力,其理论结果与实验结果对比良好;Blachut等<sup>[16]</sup>用数值方法分析了椭球壳的缺陷形状、缺陷位置对其屈曲强度的影响规律;Smith等<sup>[17]</sup>分析了椭球壳弹塑性屈曲的理论临界条件,通过数值模拟和实验研究相结合的方法重点分析边界条件、材料性能以及壁厚对屈曲的影响规律。Liu等<sup>[18]</sup>基于等度量变换方法对椭球壳在冲击载荷下的变形进行理论分析,采用数值方法求解椭球壳在冲击作用下的位

移模式；陈旭东等<sup>[19]</sup>通过哈密顿原理建立中厚圆球壳及椭球壳的自由振动控制方程，采用数值方法求解不同边界条件的自振频率；以上的研究与椭球壳的力学行为密切相关，但是对椭球壳受局部冲击时的动态变形相关研究较少，椭球壳受局部冲击载荷作用下的大变形在工程实际中具有重要的应用价值，对曲面薄壳结构的抗冲击设计具有重要的参考意义。在工程设计中，通过实验方法确定椭球壳的变形特征需要较高的时间成本和经济成本，通过数值模拟方法研究大尺寸椭球壳时需要平衡网格尺寸和计算精度，难以为工程设计提供及时有效的参考，而现有的冲击载荷下椭球壳动态响应模型给出的变形计算结果受参数选取的影响较大，且需要通过数值求解方法获得结果，并不能直接获得冲击载荷作用下椭球壳变形特征与壳几何、材料参数之间的定量关系，而定量关系往往能够在工程设计中提供较为直观快速的指导。

因此本文采用无量纲参数描述薄壁椭球壳在冲击载荷作用下的变形特征，采用二阶响应面拟合椭球壳的变形特征与曲率半径、冲击速度之间的定量关系，并讨论了该模型对不同尺寸椭球薄壳的适用性。本文针对薄壁椭球壳在局部冲击载荷下的动态大变形开展了一系列实验研究和仿真分析，通过实验获得了椭球壳在不同速度圆柱形弹丸冲击下的终态变形以及凹陷深度与凹陷长短轴等变形特征，同时采用三维 DIC 技术获得了椭球壳从受冲击到最终稳态的全过程变形情况。通过 abaqus 仿真对照实验的变形情况，拓展仿真工况分析了一般椭球壳三个方向曲率半径对中心点凹陷深度、凹陷边界的影响，利用无量纲参数描述薄壁椭球壳的变形特征，考虑尺寸效应，提出了一种包含三种曲率半径、壳体厚度、冲击速度的响应面模型，所提出的模型能够较为准确地描述大尺度下的椭球壳局部冲击变形特征，并且能够给出椭球壳冲击响应下的全局变形形态，经过验证，模型具备一定的范围延展性和尺寸效应，研究结果可为冲击防护工程中自由弯曲壳体的设计提供参考。

## 1 薄壁椭球壳的冲击实验及 DIC 分析

### 1.1 试件及实验方法

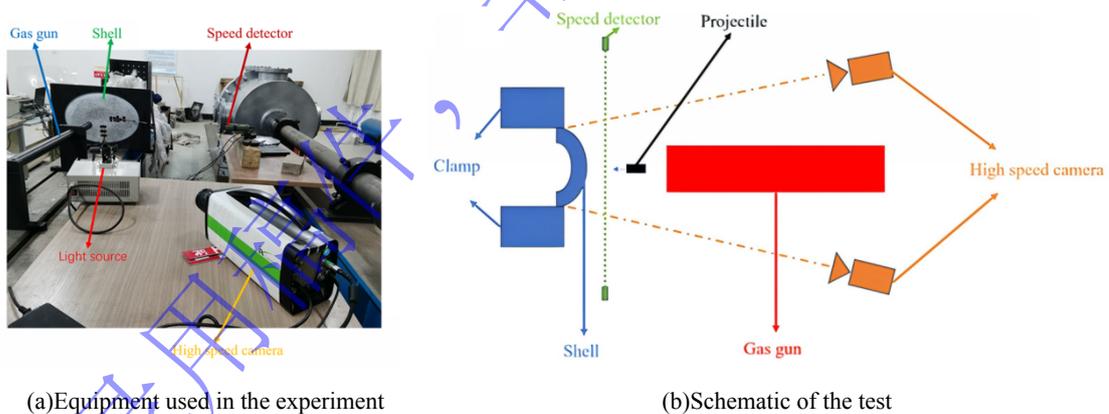


图 1 圆柱弹丸冲击椭球壳实验布场

Fig.1 Experimental field of cylindrical projectile impacting ellipsoidal shell

本文利用轻气枪加载平头圆柱弹丸开展薄壁椭球铝壳冲击加载的实验研究，加载和测试设置如图 1 所示，分别是椭球壳夹具，激光测速仪，高速摄影相机，轻气枪。发射的弹丸速度范围 25.69m/s~60.78m/s；椭球壳的夹具如图 2 所示，采用多个螺栓将扁椭球壳紧固在两块 1cm 厚的钢板上，钢板用螺栓固支在与轻气枪相连的工作台上，可以认为冲击扁椭球壳为固支边界条件。实验中采用的扁椭球壳是由完整椭球壳截取而来，完整椭球体的三轴长度分别为  $x:y:z=300\text{mm}:200\text{mm}:100\text{mm}$ ，壳体厚度 1mm，截取部分为  $z$  方向的顶部，表 1 给出了扁椭球壳的截面尺寸和 5052 铝壳的材料参数。实验中使用的平头圆柱弹丸材料为 45 钢，半径为 6mm，长度为 45mm。

表 1 薄壁金属椭球壳几何与材料参数<sup>[20]</sup>

Table 1 Geometric and material parameters of thin-walled metal ellipsoidal shells<sup>[20]</sup>

Parameter	Value
$S_1/\text{mm}$	240
$S_2/\text{mm}$	160
$S_3/\text{mm}$	40
Elastic modulus $E/\text{GPa}$	70
Mass density $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	2700
Poisson ratio $\nu$	0.3

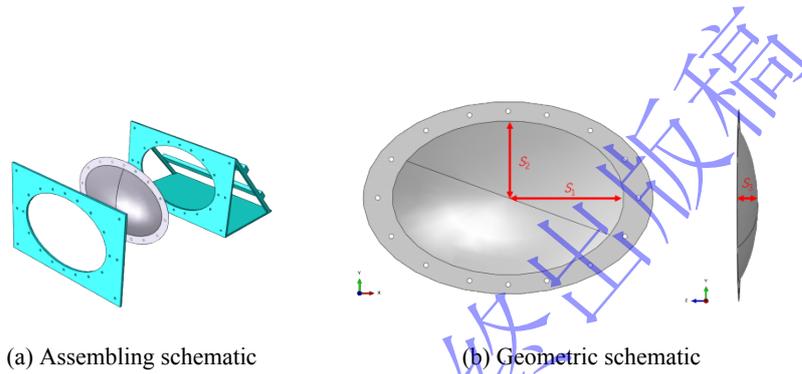


图 2 椭球壳装配及尺寸示意图

Fig.2 Ellipsoidal shell assembly and dimension diagram

实验中使用 stereo-DIC 技术记录椭球壳冲击过程，DIC 技术能够重构椭球壳受冲击过程中的位移场变化云图，为观察椭球壳的变形过程提供了有效手段。在实验开始前，利用标定板标定了左右相机的内外参数，用于变形过程的三维重构。

## 1.2 实验结果与分析

通过 stereo-DIC 技术获取薄壁椭球壳在冲击载荷作用下的动态变形过程，图 3 为高速摄像机记录椭球壳的变形过程。

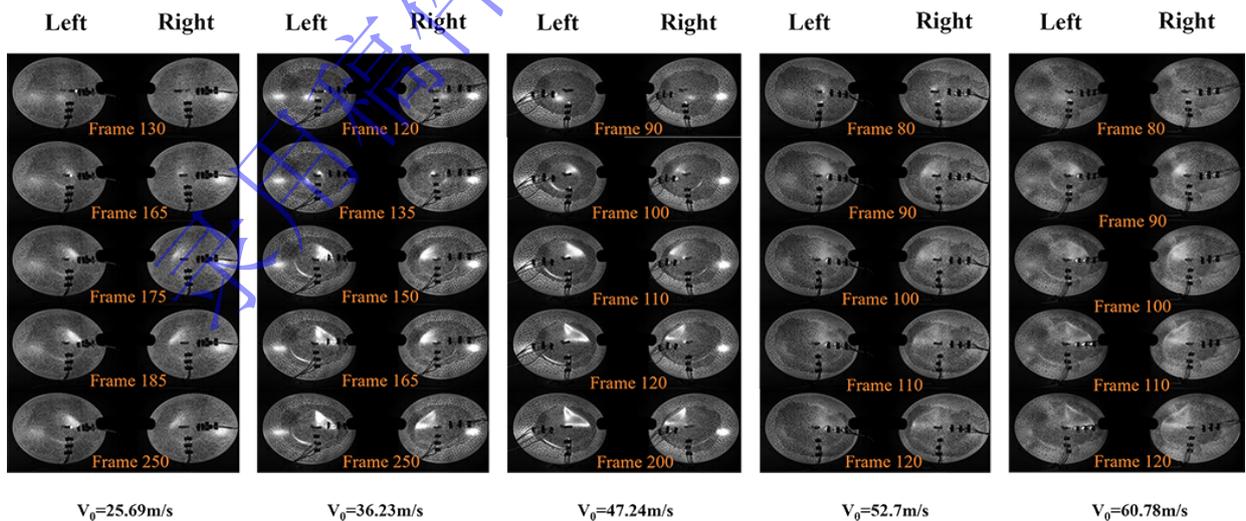


图 3 不同冲击速度下椭球壳的动态变形过程

Fig.3 Dynamic deformation of ellipsoidal shells at different velocities

中心凹陷深度与凹陷边界是薄壁椭球壳局部冲击过程的重要变形特征，实验结束后，拆下椭球壳测量中心凹陷深度和凹陷边界。对比分析 DIC 方法得到的中心凹深与实验静态测量得到的中心凹深，其中 DIC 中心凹深受限于测量时间，选取振荡上下峰值的平均，用于代替稳态凹深  $w$ 。

图 4 对比了静态测量椭球壳回收件的最大凹陷深度与 DIC 得到的最大凹陷深度，采用最小二乘法线性拟合得到两条  $w-v_0$  线，两种测量方法的平均差值为 1.588mm，实验结束后试件被夹具约束，存在一定的残余变形，将试件从夹具卸载后进行静态测量，该部分变形被释放，而 DIC 结果直接由夹持的试件上获得，因此存在一定的偏差。由于椭球壳自身几何特征类似于轴对称旋转壳，大部分残余变形被自身几何特征约束，因此静态测量过程中释放的变形量极小，与 DIC 测试结果偏差不大。可见 DIC 方法能够正确描述变形过程，证明了 DIC 测试方法的可靠性。静态测量变形后试件虽然可以得到中心点凹陷深度，但是难以得到椭球壳的全局凹陷变形，人工测量全局变形会引入很多不确定因素，因此考虑采用 DIC 方法重构变形曲面，并分析动态变形过程。

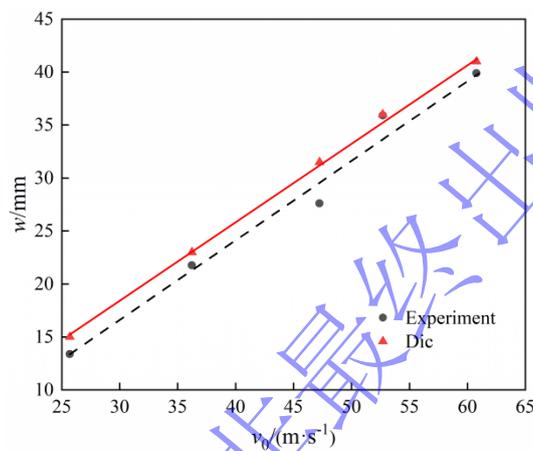
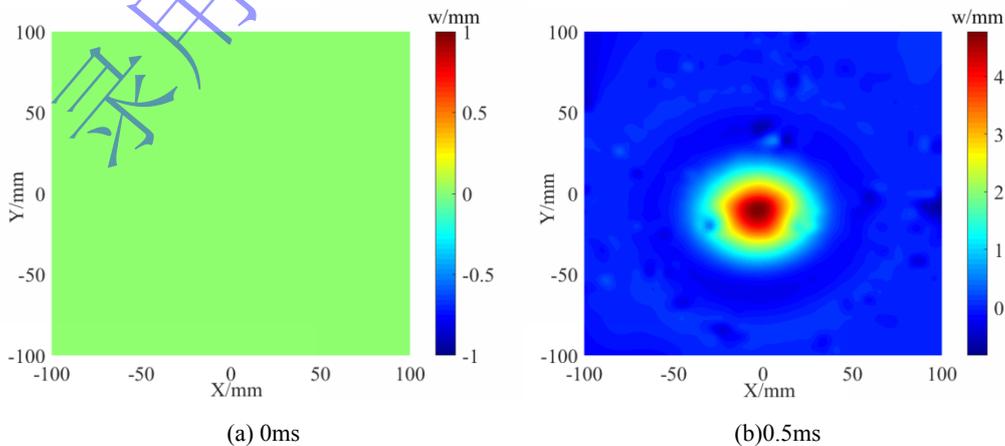


图 4 实验测量中心凹深与 DIC 测量中心凹深

Fig.4 The dimple depth measured by experiment and DIC

通过对散斑点进行三维重构，去除离群点。由于冲击面圆柱弹体的遮挡，冲击点中心处局部很小的区域会出现图像缺失，并不影响对凹陷变形主要特征的识别，通过重构点云插值补全重构曲面，得到随时间变化的凹陷区域，对冲击速度为 25.69m/s 的实验组进行分析。stereo-DIC 重构计算的位移场误差较小，图 5(a)为初始未变形区域，各散斑均未发生位移；图 5(b)~(f)为弹体撞击椭球壳不同时刻的离面位移云图。变形边界在不同时刻均为椭圆形边界，且随着冲击时间增加，冲击波由中心向边界扩展，达到峰值位移后椭球壳进行阻尼震荡，直至最终稳定。



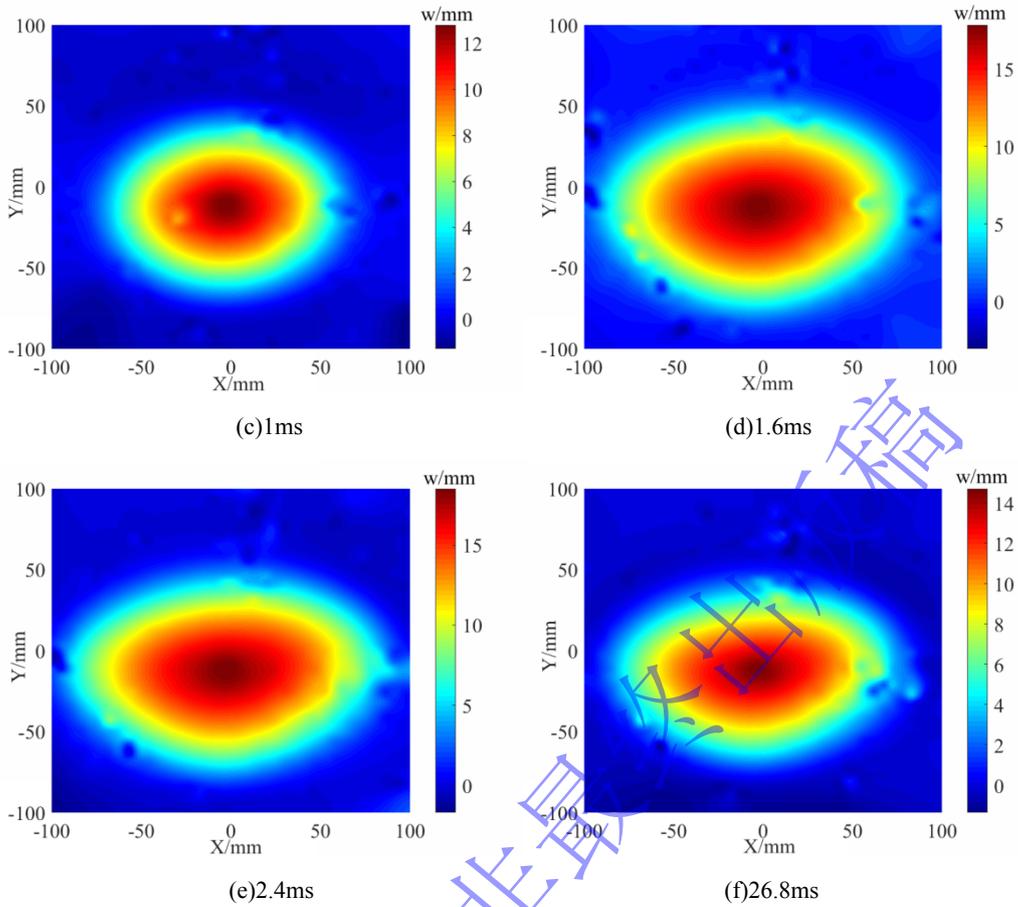


图 5 第一组椭球壳不同时刻离面位移云图( $v=25.69\text{m/s}$ )

Fig.5 The first group of ellipsoidal shell displacement cloud images at different times ( $v=25.69\text{m/s}$ )

通过位移云图的观察，可以得知椭球壳凹陷边界区域呈现为一系列椭圆形包围线，其位移差值相对较小，将椭球壳冲击方向离面位移超过  $1\text{mm}$  的区域定义为凹陷区域。在此基础上，对椭球壳凹陷变形过程中的椭圆形凹陷边界的长短半轴特征进行分析，对冲击后的椭球壳试件进行静态测量，得到椭球壳变形边界长短半轴随冲击速度变化的数据。

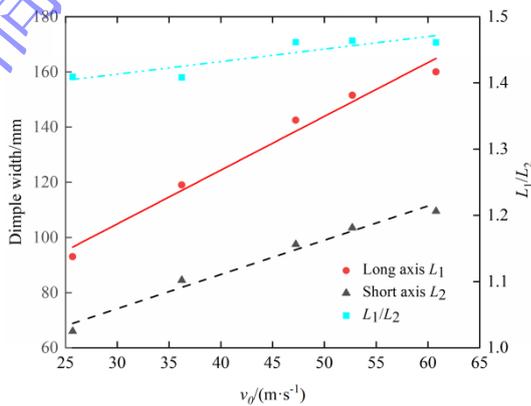


图 6 椭球壳凹陷区域长半轴  $L_1$  与短半轴  $L_2$  随冲击速度变化图

Fig.6 Variation of major axis  $L_1$  and minor axis  $L_2$  with impact velocity in ellipsoidal shell depression area

图 6 结果表明，在弹丸未贯穿壳体时，壳体凹陷变形区域的椭圆边界长半轴、短半轴均随速度增大而增大，且近似呈现线性关系，且凹陷变形区域的椭圆长轴与短轴之比在  $1.4\sim 1.5$  之间，接近未变形椭球壳初始长短轴比  $1.5$ 。

## 2 仿真分析

### 2.1 椭球壳冲击动态有限元模型

通过实验和 DIC 技术可以得到不同速度下椭球壳的不同时间下的凹陷全局变形，但是受限于 DIC 子区域以及弹体对散斑的遮挡，对于变形较大的壳体，无法通过 DIC 方法完整获取长短轴边界位置。因此考虑使用数值模拟方法对实验工况进行仿真，分析长短轴长度随时间变化的规律，并拓展工况研究曲率变化对薄壁椭球壳变形的影响规律。

如图 7 所示，利用 abaqus 进行了试验工况的数值模拟，曲壳几何尺寸与图 2 及表 1 所列参数一致，薄壁椭球壳边界条件设置为完全固支，弹体与壳体间设置通用接触，法向硬接触，切向无摩擦。子弹采用实体单元 C3D8R，薄壁椭球壳采用壳单元 S4R，S4R 单元能够适用于薄壳单元及中厚度单元的模拟。材料参数如表 1，椭球壳材料为 5052Al，采用 Johnson-Cook 本构模型，JC 本构参数见表 2；子弹材料为 45 钢，由于子弹在冲击过程中未发生显著变形，将子弹视为刚体。仿真分析前开展网格收敛性测试，结果如图 7(b)所示，考虑凹陷深度随网格尺寸变化，分别给出网格尺寸 4mm、2mm 和 1mm 情况下中心冲击点凹陷深度随冲击速度变化结果，结果表明弹体网格设置为 2mm 时能兼顾计算效率和计算精度，为此壳体网格设置为全局 2mm 网格。

表 2 5052 铝 Johnson-Cook 本构模型参数<sup>[20]</sup>

Table 2 5052 aluminum Johnson-Cook constitutive model parameters<sup>[20]</sup>

A(MPa)	B(MPa)	C	n	m
121	327	0.009	0.544	1.12

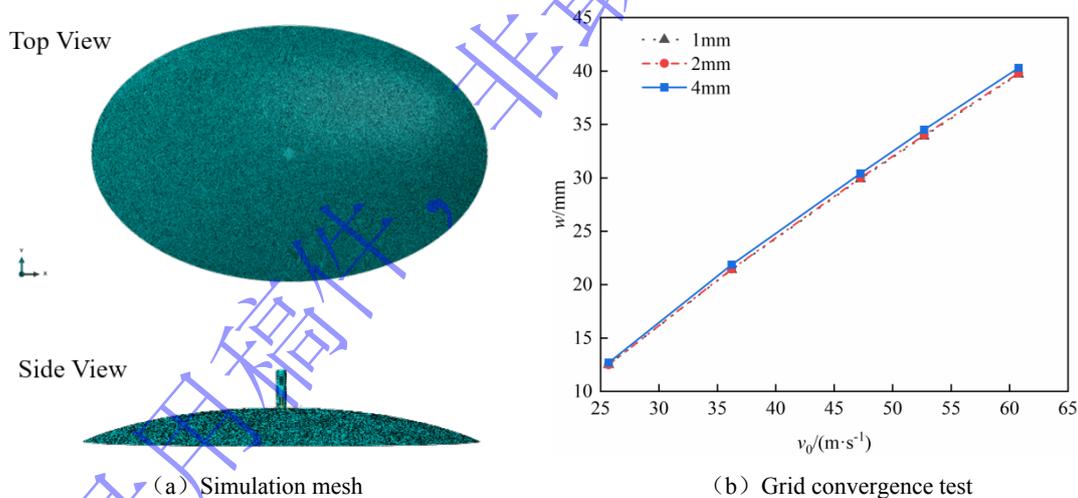


图 7 薄壁浅椭球壳受圆柱形弹体冲击数值模拟模型

Fig.7 Numerical simulation model of thin wall shallow ellipsoid shell impacted by cylindrical projectile body

### 2.2 仿真实验结果对比与分析

对实验工况进行验证，将实验组与仿真组进行全局凹陷变形对比：

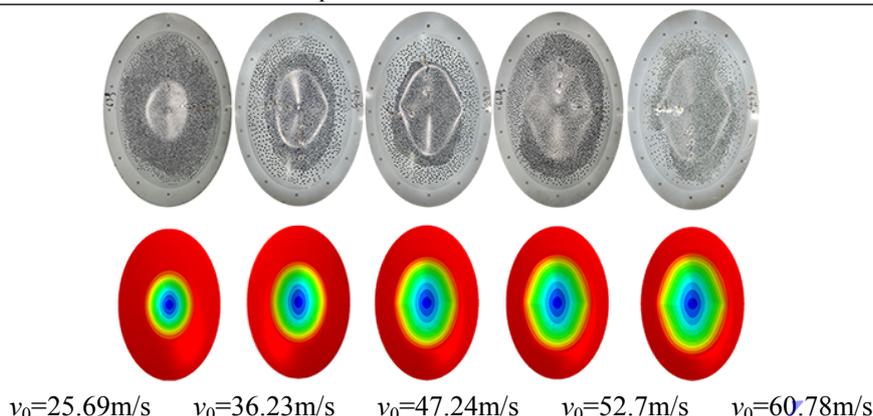


图8 实验组与仿真组全局变形形貌对比

Fig.8 Comparison of global deformation morphology between experiment and simulation

图8展示了5组实验与仿真全局变形的形貌对比，结果表明仿真与实验的全局变形吻合较好。仿真全局变形体现出两种变形模式，分别是椭圆形凹陷、椭圆形凹陷且短轴两侧发生屈曲，静态测量试件的全局变形在这两种变形模式之外，还出现了另一种变形模式（ $v=36.23\text{m/s}$ 组）：椭圆形凹陷并于短轴一侧发生屈曲，考虑是因为实验中通过16颗螺栓紧固，预紧过程并不能保证完美的全局支边界条件，且椭球壳加工过程可能存在一定的内在缺陷，而仿真无法考虑到这样的因素。

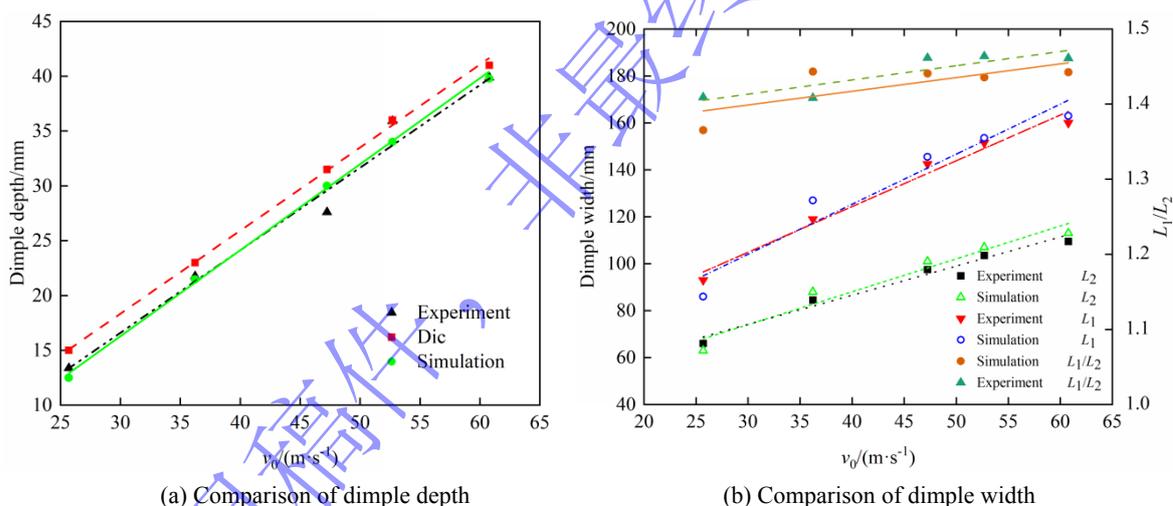


图9 实验/DIC/仿真凹陷深度和凹陷长短半轴对比

Fig.9 Experimental /DIC/ simulation comparison of dimple depth and dimple major axis and minor axis

图9中的数据结果表明，对于凹陷深度，数值模拟结果与实验及DIC结果匹配性较好，且数值模拟下得到的凹陷长短半轴与实验得到的凹陷长短半轴匹配良好，椭圆度随速度变化的趋势相同。因此数值模拟结果能够较好的反映局部载荷下椭球薄壳的变形情况，可以采用数值模拟方法对椭球壳在冲击载荷下的变形规律进行进一步研究。

### 2.3 曲率半径对变形特征的影响

本文重点关注曲率半径的变化对椭球壳变形特征如凹深、凹陷长短半轴的影响。固定厚度、深度、弹速、以及弹体尺寸时，分别改变三个方向的曲率半径，研究其对凹深、凹陷长短轴的影响规律。其中 $R_3$ 为冲击方向的曲率半径（z方向）， $R_1$ 、 $R_2$ 为垂直于冲击方向的两个曲率半径（x、y方向），经过分析可知， $R_1$ 、 $R_2$ 对变形特征中心凹深的影响规律完全相同，对各自方向凹陷半轴 $L_1$ 、 $L_2$ 的影响规律完全对称，即令 $R_{1\text{new}}=R_{2\text{old}}$ 、 $R_{2\text{new}}=R_{1\text{old}}$ 时中心凹深不变，但凹陷长短半轴发生如下改变： $L_{1\text{new}}=L_{2\text{old}}$ ， $L_{2\text{new}}=L_{1\text{old}}$ 。因此可以减少讨论对象，只研究凹深、凹陷长短半轴与曲率半径 $R_1$ 、 $R_3$ 的关

系即可。固定厚度  $h=1\text{mm}$ ，截取深度  $p=40\text{mm}$ ，给出不同冲击速度 ( $v_0=30/40/50\text{m/s}$ ) 下中心凹深、凹陷长短半轴随曲率半径的变化趋势。

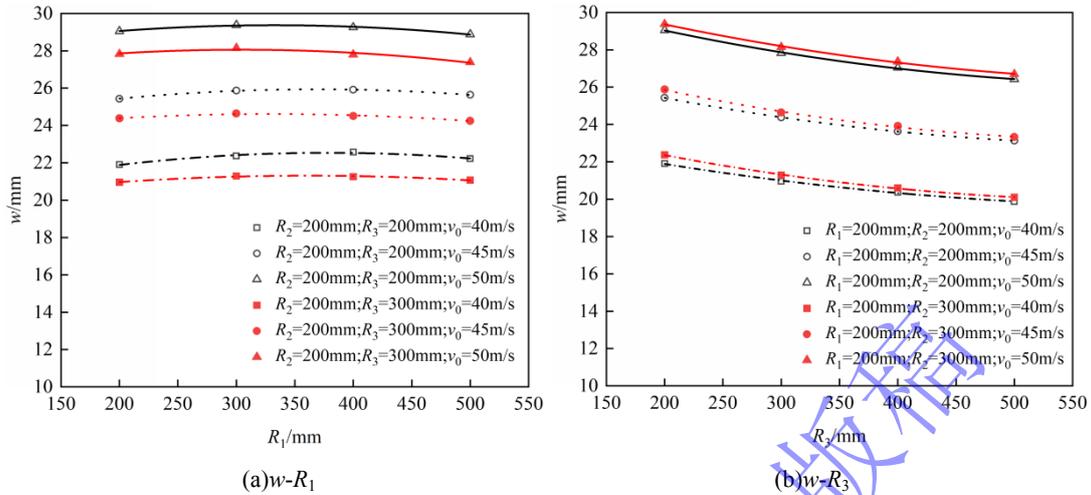


图 10 不同速度下中心凹深随曲率半径的变化图

Fig.10 The variation of dimple depth with radius of curvature at different velocities

图 10 结果表明，中心凹陷深度  $w$  受  $R_1$  影响较小，在列出的几组  $R_2$   $R_3$   $v_0$  值组合中，凹深  $w$  都随  $R_1$  增大而先增后减，且变化范围很小；由于前述  $R_1$ 、 $R_2$  在  $z$  方向冲击作用中地位相同，因此中心凹陷  $w$  与  $R_2$  的关系与中心凹陷  $w$  与  $R_1$  的关系规律一致，不做讨论；中心凹陷深度  $w$  受  $R_3$  影响有一定规律，在列出的几组  $R_1$ 、 $R_2$  组合及不同冲击速度  $v_0$  下，中心凹陷深度  $w$  都随  $R_3$  增大而减小，且  $w$ - $R_3$  关系近似满足二次分布。

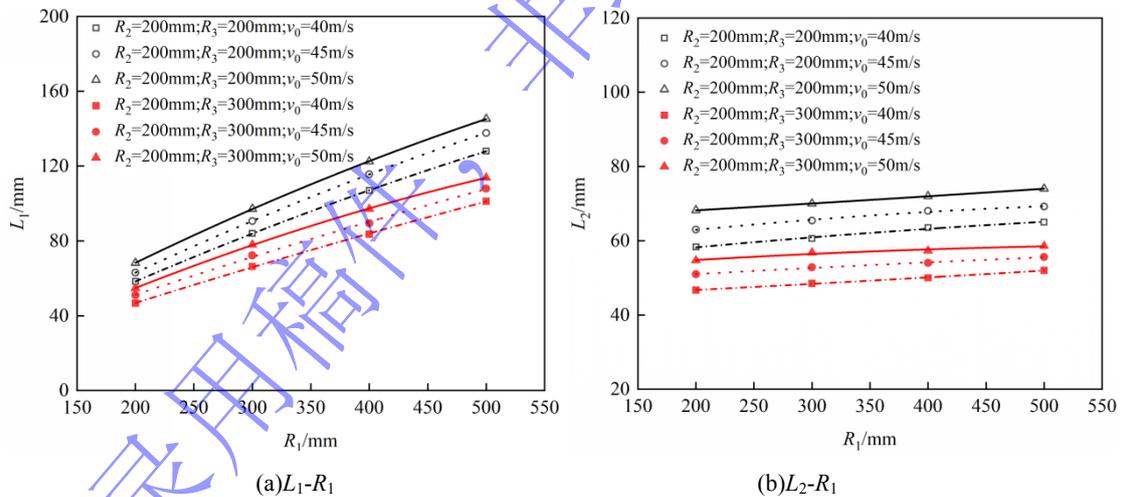


图 11 不同速度下凹陷长短半轴随 1 方向曲率半径  $R_1$  的变化图

Fig.11 The variation of concave length and length semi-axis with  $R_1$  at different velocities

图 11 中给出了凹陷边界  $L_1$   $L_2$  随着曲率半径  $R_1$  的变化结果， $R_1$  对  $L_1$  影响很大， $R_1$  从 200mm 增大至 500mm 时， $L_1$  增大 60mm 左右，且  $L_1$  与  $R_1$  的关系可以用二阶多项式拟合； $L_2$  受  $R_1$  影响较小， $R_1$  从 200mm 增大至 500mm 时， $L_2$  仅增大 5mm 左右。

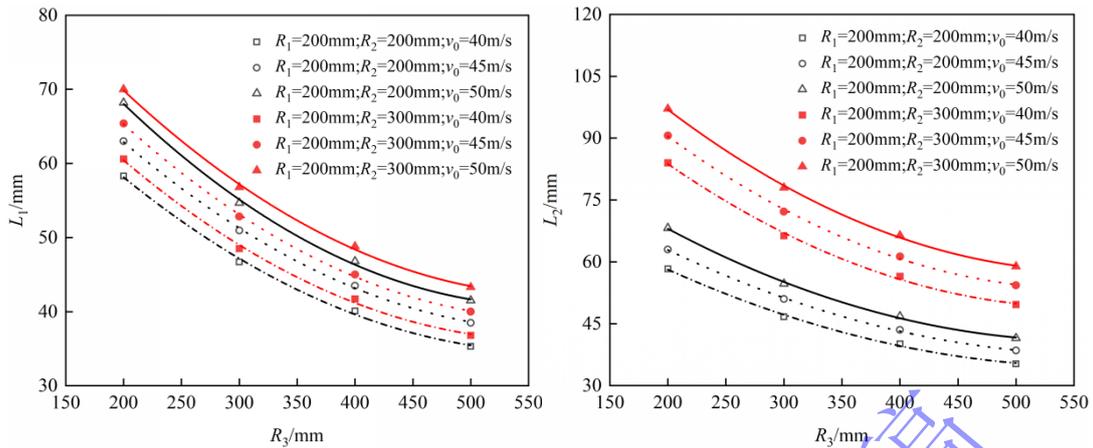


图 12 不同速度下凹陷长短半轴随 z 方向曲率半径  $R_3$  的变化图

Fig.12 Variation diagram of concave length and length semi-axis with  $R_3$  at different velocities

图 12 结果表明，在不同的  $R_1$   $R_2$  组合下，改变冲击速度  $v_0$ ，得到的  $R_3$  对  $L_1$ 、 $L_2$  的影响规律如下： $R_3$  对  $L_1$ 、 $L_2$  都有较大的影响，且在选择的两组  $R_1$   $R_2$  组合下的多组不同速度中，x、y 方向的凹陷边界都随  $R_3$  增大而减小，且  $L_1$ - $R_3$ 、 $L_2$ - $R_3$  近似满足二次分布，从物理意义上理解， $R_3$  增大，意味着由 z 方向看，椭球壳逐渐收缩、尖锐，具备更强的抵抗冲击变形能力，因此凹陷区域变小。

上述分析讨论了椭球壳变形特征受三个方向曲率半径单因素变化的影响，但是难以得到曲率半径间交互作用对变形特征的影响，需要通过量纲分析进行定量分析。

### 3 量纲分析与响应面模型

#### 3.1 量纲分析与参数敏感性分析

椭球壳在子弹冲击作用下的响应涉及多个物理量，可以通过量纲分析法得到各物理量之间的关系。薄壁椭球壳在冲击载荷作用下的最大挠度和凹陷长短半轴都是衡量壳体结构抗冲击性能的重要指标，表 3 给出了对中心凹深  $w$  和凹陷长短半轴  $L_1$ 、 $L_2$  有影响的物理量及量纲。其中  $L_s$  为弹体长度， $m_s$  为弹体质量， $R_s$  为弹体半径， $E_s$  为弹体弹性模量， $\mu_s$  为弹体泊松比， $v_0$  为冲击速度； $\rho_e$  为壳体密度， $R_1$  为壳 x 方向曲率半径， $R_2$  为壳 y 方向曲率半径， $R_3$  为壳 z 方向曲率半径， $E$  为壳体弹性模量， $Y$  为壳体屈服强度， $\mu$  为壳体泊松比， $h$  为壳体厚度， $p$  为壳体截面至 z 轴顶点的距离，即为截取的壳体深度。

表 3 物理量参数表

Table 3 Physical quantity parameters

	物理参数	量纲
圆柱弹丸	$L_s$	L
	$m_s$	M
	$R_s$	L
	$E_s$	$ML^{-1}T^{-2}$
	$\mu_s$	1
	$v_0$	$LT^{-1}$
薄壁椭球壳	$R_1$	L
	$R_2$	L
	$R_3$	L
	$\rho_e$	$ML^{-3}$

$E$	$ML^{-1}T^{-2}$
$Y$	$ML^{-1}T^{-2}$
$\mu$	1
$h$	L
$p$	L

基于以上 15 个物理量，最大挠度  $w$  和凹陷长短半轴  $L_1$ 、 $L_2$  与各物理量之间的关系可写为：

$$L_1 = f_1(L_s, m_s, R_s, E_s, \mu_s, v_0, R_1, R_2, R_3, \rho_e, E, Y, \mu, h, p) \quad (1)$$

$$L_2 = f_2(L_s, m_s, R_s, E_s, \mu_s, v_0, R_1, R_2, R_3, \rho_e, E, Y, \mu, h, p) \quad (2)$$

$$w = f_3(L_s, m_s, R_s, E_s, \mu_s, v_0, R_1, R_2, R_3, \rho_e, E, Y, \mu, h, p) \quad (3)$$

上述 3 个函数关系式在 LMT 单位制里，共有三个独立量纲，选取其中 3 个彼此独立的物理量作为基本量，在这里选取壳厚度  $h$ 、椭圆壳屈服强度  $Y$ 、弹丸质量  $m_s$  三个具有独立量纲的物理量作为基本量，则根据  $\pi$  定理，式 1-3 可以改写成由 12 个无量纲量决定的因果关系

$$\frac{L_1}{h} = f_1\left(\frac{L_s}{h}, \frac{R_s}{h}, \frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{p}{h}, \mu, \frac{E}{Y}, \mu_s, \frac{E_s}{Y}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}, \frac{\rho_e h^3}{m_s}\right) \quad (4)$$

$$\frac{L_2}{h} = f_2\left(\frac{L_s}{h}, \frac{R_s}{h}, \frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{p}{h}, \mu, \frac{E}{Y}, \mu_s, \frac{E_s}{Y}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}, \frac{\rho_e h^3}{m_s}\right) \quad (5)$$

$$\frac{w}{h} = f_3\left(\frac{L_s}{h}, \frac{R_s}{h}, \frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{p}{h}, \mu, \frac{E}{Y}, \mu_s, \frac{E_s}{Y}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}, \frac{\rho_e h^3}{m_s}\right) \quad (6)$$

式(4)-(6)为此类问题的通用计算模型，适用于求解不同壳体及弹体材料、不同几何参数、不同冲击速度下的最大挠度及凹陷长短半轴。

但是上述参数过多，难以给出显式的表达，从实验给出的曲壳动态响应过程来看，应力波传播过程对动态响应的影响不大，壳体材料泊松比和弹体材料泊松比对凹陷变形影响较小，壳体密度对凹陷变形影响较小，壳体材料和弹体材料的杨氏模量与变形的发展并没有紧密耦合在一起，因此忽略以上几项参数，并保证部分尺寸参数的等比缩放，在  $L_s/h$ 、 $R_s/h$  固定的前提下建立预测模型：

$$\frac{L_1}{h} = f_1\left(\frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{p}{h}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right) \quad (7)$$

$$\frac{L_2}{h} = f_2\left(\frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{p}{h}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right) \quad (8)$$

$$\frac{w}{h} = f_3\left(\frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{p}{h}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right) \quad (9)$$

选取  $h$  固定 1mm， $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  均在 200-320mm 范围内抽样， $v_0$  在 30-45m/s 范围抽样， $p$  在 50-80mm 范围内抽样，对以上因素进行正交实验设计， $L_{16}$  五因素四水平，进行参数敏感性分析。仿真结果如表 4。

表 4 正交实验工况设计及仿真结果

Table 4 Orthogonal experimental design and simulation results

case	$p/mm$	$R_1/mm$	$R_2/mm$	$R_3/mm$	$v_0/(m \cdot s^{-1})$	$w/mm$	$L_1/mm$	$L_2/mm$
1	50	200	200	200	30	15.14	47.1	47.1
2	50	240	240	240	35	19.31	64.8	64.8
3	50	280	280	280	40	22.72	70.7	70.7
4	50	320	320	320	45	26.87	82.7	82.7
5	60	200	240	280	45	24.85	54	62.3
6	60	240	200	320	40	21.12	53.1	46.3
7	60	280	320	200	35	20.29	79.5	89.6
8	60	320	280	240	30	16.28	71.9	63.9
9	70	200	280	320	35	17.92	42.6	55
10	70	240	320	280	30	15.56	50.3	63.2
11	70	280	200	240	45	25.39	76	58
12	70	320	240	200	40	23.3	94.2	73.6
13	80	200	320	240	40	22.09	55.1	80.4
14	80	240	280	200	45	26.84	78.7	90
15	80	280	240	320	30	15.19	51.5	45.8
16	80	320	200	280	35	18.28	66.2	46.5

根据正交实验结果，对各参数进行敏感性排序，极差分析如图 13。

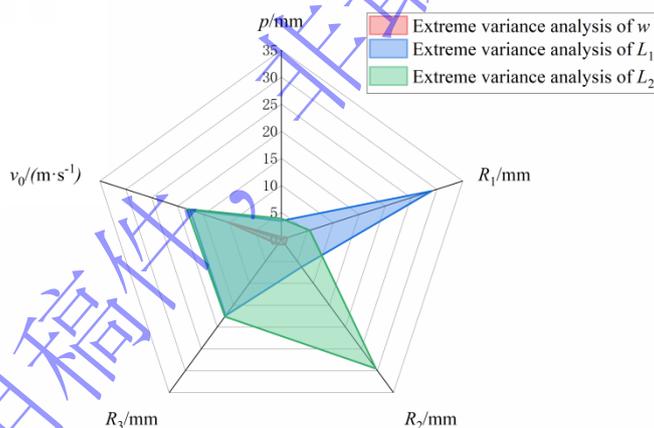


图 13 各参数对变形特征影响的极差分析

Fig.13 The extreme variance analysis of the deformation characteristics of each parameter

图 13 给出了各参数对凹深、凹陷长短轴的影响程度排序，对于中心凹深  $w$ ，各参数的影响排序为  $v_0 > R_2 \approx R_1 \approx R_3 > p$ ，其中冲击速度为影响程度最大的因素，且远大于其他因素，深度  $p$  为最不敏感参数，考虑到后续拟合需要，忽略深度  $p$  对凹深的影响；对于 X 方向凹陷边界，各参数的影响排序为  $R_1 > v_0 > R_3 > R_2 > p$ ；对于 Y 方向凹陷边界，各参数的影响排序为  $R_2 > v_0 > R_3 > R_1 > p$ ，即对于凹陷边界，同方向的曲率半径为最大的影响因素，决定着抵抗能力的强弱，在凹陷边界的参数敏感性分析中，深度  $p$  同样是最不敏感参数，出于减少参数的需求，同样可以忽略深度  $p$  对凹陷边界的影响。

椭球壳 z 方向的截取深度  $p$  在较大范围内对变形特征最大挠度、长短半轴长度影响较小，原因可

能为截取深度  $p$  只会影响固支边界位置，不影响壳体形状，当固支边界区域的范围远大于变形区域范围时可以忽略其作用，认为后续所建立的方程是限制在模型边界远大于凹陷边界这一条件内，即可选取  $p$  为定值。因此后续工况设计中可以固定深度  $p$  为 50mm，即固定  $p/h=50$ 。量纲分析式可以简化为式(10)-(12)。

$$\frac{L_1}{h} = f_1\left(\frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right) \quad (10)$$

$$\frac{L_2}{h} = f_2\left(\frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right) \quad (11)$$

$$\frac{w}{h} = f_3\left(\frac{R_1}{h}, \frac{R_2}{h}, \frac{R_3}{h}, \frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right) \quad (12)$$

### 3.2 关于曲率半径和冲击速度的响应面模型

2.3 节讨论了各曲率半径单独变化对凹深、凹陷长短轴的影响规律，本节对凹深、凹陷长短轴建立响应面模型，定量分析变形特征与模型参数的关系。

$h$  固定 1mm， $p$  固定 50mm，采用正交抽样， $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  在 200mm-400mm 范围内抽样， $v_0$  在 35-50m/s 范围内抽样，其中  $R_1 R_2 R_3$  选取为 3 水平， $v_0$  为 4 水平，由于  $R_1 R_2$  相互替换后，凹深不变，凹陷长短半轴互换，所以  $R_1 R_2$  在  $z$  方向受局部冲击载荷作用时体现出相似的影响规律，因此选取  $R_1 \leq R_2$  的全工况如下，采用数值模拟获取计算结果如表 5。

表 5 响应面模型的计算工况

Table 5 The calculation condition of response surface model

$R_1/\text{mm}$	$R_2/\text{mm}$	$R_3/\text{mm}$	$v_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$w/\text{mm}$	$L_1/\text{mm}$	$L_2/\text{mm}$
200	200	200	35	18.45	52.9	52.9
200	300	200	35	18.95	55.5	77
200	400	200	35	19.15	57.4	99.4
300	300	200	35	20.37	85	85
300	400	200	35	20.64	87	113
200	200	200	40	21.9	58.3	58.3
200	300	200	40	22.37	60.6	84
200	400	200	40	22.57	63.5	107
300	300	200	40	24.09	92.7	92.7
300	400	200	40	24.82	95.7	123.5
200	200	200	45	25.43	63	63
200	300	200	45	25.87	65.4	90.6
200	400	200	45	25.91	68	115.6
300	300	200	45	27.9	99.6	99.6
300	400	200	45	28.82	102.5	132.9
200	200	200	50	29.05	68.2	68.2
200	300	200	50	29.38	70	97.1
200	400	200	50	29.26	72	122.5

爆炸与冲击  
Explosion and Shock Waves

300	300	200	50	31.63	106	106
300	400	200	50	32.98	109.6	141.8
200	200	300	35	17.67	42.5	42.5
200	300	300	35	18	44.4	60
200	400	300	35	18.08	45.6	76.4
300	300	300	35	19.43	66.9	66.9
300	400	300	35	19.89	67.5	86.4
400	400	300	35	20.98	94.4	94.4
200	200	300	40	20.96	46.7	46.7
200	300	300	40	21.29	48.5	66.3
200	400	300	40	21.26	50	83.6
300	300	300	40	23.1	73.6	73.6
300	400	300	40	23.53	76	97.7
400	400	300	40	24.77	102.8	102.8
200	200	300	45	24.38	50.96	50.96
200	300	300	45	24.64	52.83	72.2
200	400	300	45	24.51	54	89.4
300	300	300	45	26.7	79.5	79.5
300	400	300	45	27.19	81.8	104.6
400	400	300	45	28.56	110.8	110.8
200	200	300	50	27.83	54.68	54.68
200	300	300	50	28.15	56.8	78
200	400	300	50	27.8	57.3	97.1
300	300	300	50	30.42	85.3	85.3
300	400	300	50	30.86	87.6	111.2
400	400	300	50	32.63	118.6	118.6
200	200	400	35	17.11	36.3	36.3
200	300	400	35	17.36	37.5	50.7
200	400	400	35	17.14	38.5	62.8
200	200	400	40	20.37	40.1	40.1
200	300	400	40	20.6	41.7	56.5
200	400	400	40	20.31	42.3	70
200	200	400	45	23.63	43.5	43.5
200	300	400	45	23.92	45	61.3
200	400	400	45	23.51	45.7	76.2
200	200	400	50	27.04	46.8	46.8
200	300	400	50	27.37	48.8	66.4
200	400	400	50	26.81	48.8	81.9
300	300	400	35	18.7	56.7	56.7
300	400	400	35	19.14	58.8	74.6
300	300	400	40	22.22	62.5	62.5
300	400	400	40	22.72	64.8	81.9
300	300	400	45	25.87	68.2	68.2

300	400	400	45	26.3	70.2	88.8
300	300	400	50	29.52	73.7	73.7
300	400	400	50	29.84	75.3	94.6

由于 2.3 节单独探究各方向曲率半径对凹深、凹陷长短轴影响中，凹深与曲率半径都可以近似使用一次分布、二次分布来描述，且凹陷长短轴与曲率半径也满足一次分布、二次分布形式，考虑到预测精度需要，对得到的数据进行二阶响应面拟合，结果如下：

$$\begin{aligned} \frac{w}{h} = & -4.95e^{-5} \left(\frac{R_1}{h}\right)^2 - 4.95e^{-5} \left(\frac{R_2}{h}\right)^2 + 2.19e^{-5} \left(\frac{R_3}{h}\right)^2 - 9.21e^{-6} \left(\frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right)^2 + \\ & 9.5e^{-5} \frac{R_1 R_2}{h h} - 1.1e^{-5} \frac{R_1 R_3}{h h} + 8.58e^{-6} \frac{R_1 m_s v_0^2}{h Yh^3} - 1.1e^{-5} \frac{R_2 R_3}{h h} + 8.58e^{-6} \frac{R_2 m_s v_0^2}{h Yh^3} - 8.48e^{-6} \frac{R_3 m_s v_0^2}{h Yh^3} + \\ & 0.01 \frac{R_1}{h} + 0.01 \frac{R_2}{h} - 0.012 \frac{R_3}{h} + 0.034 \frac{m_s v_0^2}{Yh^3} + 3.99 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{L_1}{h} = & -6.3e^{-5} \left(\frac{R_1}{h}\right)^2 - 2.4e^{-4} \left(\frac{R_2}{h}\right)^2 + 4e^{-4} \left(\frac{R_3}{h}\right)^2 - 168.3 \left(\frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right)^2 + \\ & 4e^{-4} \frac{R_1 R_2}{h h} - 5.3e^{-4} \frac{R_1 R_3}{h h} + 0.44 \frac{R_1 m_s v_0^2}{h Yh^3} - 8.2e^{-5} \frac{R_2 R_3}{h h} + 0.064 \frac{R_2 m_s v_0^2}{h Yh^3} - 0.21 \frac{R_3 m_s v_0^2}{h Yh^3} + \\ & 0.17 \frac{R_1}{h} + 0.07 \frac{R_2}{h} - 0.14 \frac{R_3}{h} + 175 \frac{m_s v_0^2}{Yh^3} - 16.6 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{L_2}{h} = & -2.4e^{-4} \left(\frac{R_1}{h}\right)^2 - 7e^{-5} \left(\frac{R_2}{h}\right)^2 + 4e^{-4} \left(\frac{R_3}{h}\right)^2 - 145 \left(\frac{m_s v_0^2}{Yh^3}\right)^2 + \\ & 4e^{-4} \frac{R_1 R_2}{h h} - 8.2e^{-5} \frac{R_1 R_3}{h h} + 0.067 \frac{R_1 m_s v_0^2}{h Yh^3} - 5.3e^{-4} \frac{R_2 R_3}{h h} + 0.44 \frac{R_2 m_s v_0^2}{h Yh^3} - 0.21 \frac{R_3 m_s v_0^2}{h Yh^3} + \\ & 0.073 \frac{R_1}{h} + 0.17 \frac{R_2}{h} - 0.15 \frac{R_3}{h} + 159 \frac{m_s v_0^2}{Yh^3} - 12.9 \end{aligned} \quad (15)$$

对所建立的二阶响应面模型进行误差分析，使用多重相关系数  $R^2$ 、相对平均绝对误差 RAAE、相对最大绝对误差 RMAE、均方根误差 RMS 这 4 个指标同时对目标函数模型进行精确度的评价，其中  $R^2$ 、RAAE、RMS 是对模型的全局误差进行评价，RMAE 对模型的局部精度进行评估。 $R^2$  越接近于 1，模型的精度越高；RAAE、RMAE、RMS 越小，模型的误差越小。随机选取 20 组数据对模型进行误差分析。表 6 表明，所建立的关于椭球壳  $w/h$ 、 $L_1/h$ 、 $L_2/h$  的二阶响应面模型精确性良好。

表 6 响应面模型误差

Table 6 Response surface model error

变形特征	$R^2$	RAAE	RMAE	RMS
$w/h$	0.995	0.015	0.032	0.019
$L_1/h$	0.996	0.012	0.036	0.017
$L_2/h$	0.996	0.018	0.05	0.025

为检验所建立的二阶响应面的尺寸效应及材料效应，建立  $h=2\text{mm}$ 、 $h=0.5\text{mm}$  的仿真模型，随机设计 3 组对应工况，前 2 组壳体材料为 5052 铝，厚度分别为 0.5mm、2mm，第 3 组壳体材料为 45 钢<sup>[21]</sup>，厚度为 0.5mm。模型中无法考虑应变率效应，认为 5052 铝的屈服强度为 121Mpa，认为 45 钢

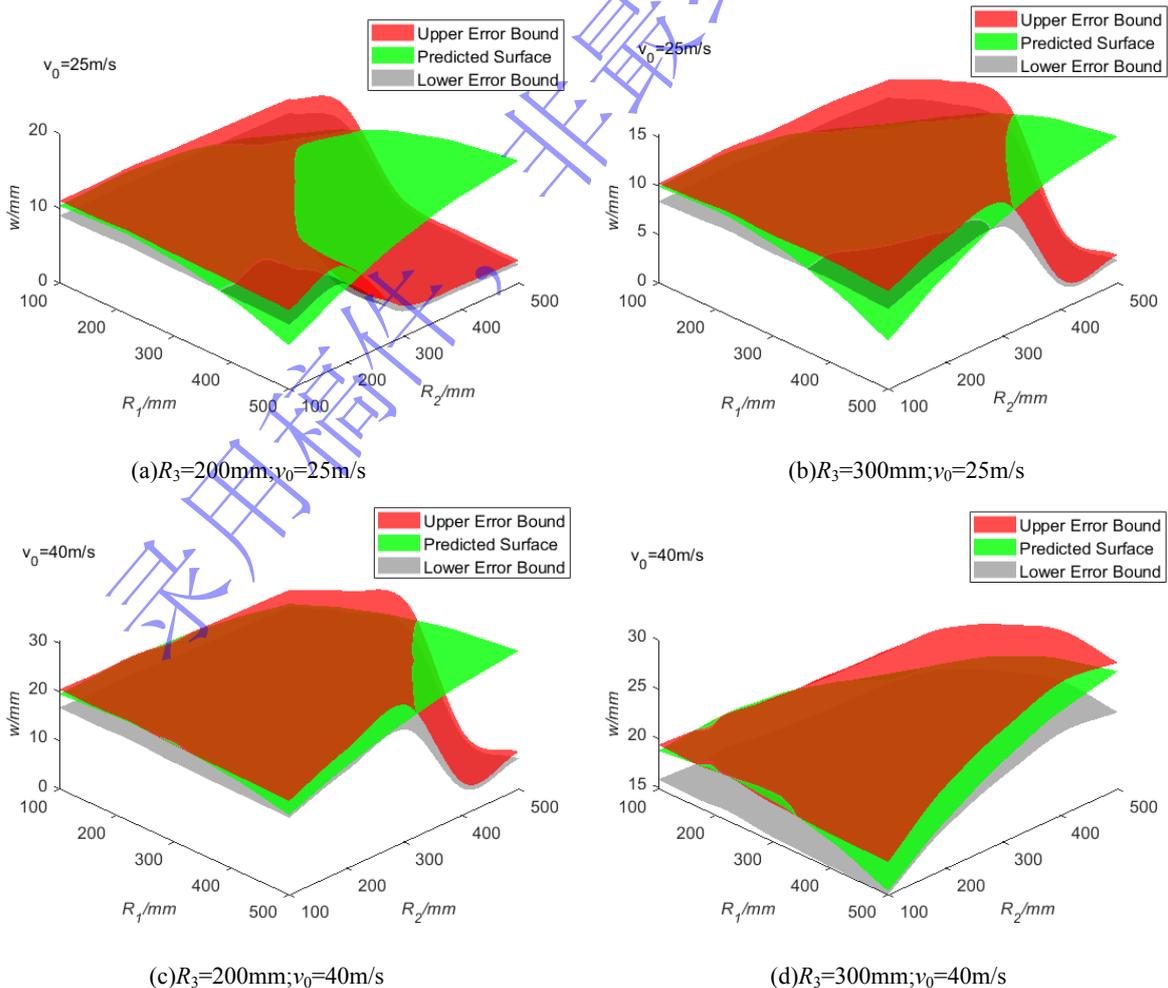
的屈服强度为 507Mpa。表 7 中  $w$ 、 $L_1$ 、 $L_2$  为仿真计算得到的变形特征， $w_a$ 、 $L_{1a}$ 、 $L_{2a}$  为响应面预测变形特征。表 7 表明，对于 5052 铝材料椭球壳，响应面模型预测值与仿真计算值相对误差较小，可以认为模型尺寸效应良好，模型能够对椭球壳局部冲击凹陷变形特征进行预测，对于 45 钢材料椭球壳，响应面模型具备一定的预测能力，对于中心凹陷深度预测误差较大，对于凹陷边界预测误差相对较小，说明模型对于不同材料的椭球壳冲击响应具备一定的预测能力，误差较大的原因可能为数值模拟中选用的材料本构模型为 JC 本构，材料塑性阶段应力不仅与屈服强度相关，还与应变及应变率效应相关。

表 7 仿真变形特征对比响应面预测变形特征

Table 7 Simulation deformation characteristics compared with response surface predicted deformation features.

mat	$h/mm$	$R_1/mm$	$R_2/mm$	$R_3/mm$	$v_0/(m \cdot s^{-1})$	$w/mm$	$w_a/mm$	$L_1/mm$	$L_{1a}/mm$	$L_2/mm$	$L_{2a}/mm$
Al	0.5	200	160	180	15	12.5	12.5	46.5	45.5	37.7	38.1
Al	2	450	500	480	80	27.1	29.2	90.8	96.8	97.2	104.9
steel	0.5	150	100	200	30	7.5	10.8	24	28.7	17.8	21.9

所建立的响应面模型是对一定范围内数据的拟合，对于  $v_0$  处于 35~50m/s 且  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  处于 200~400mm 范围内的工况有良好的预测精度，但仅在上述工况范围内取样并不能具有广泛的代表性，对所建立的响应面模型进行适用范围讨论。对于速度  $v_0$ 、曲率半径  $R_1$ 、 $R_2$ 、 $R_3$  进行一定范围的拓展验证。



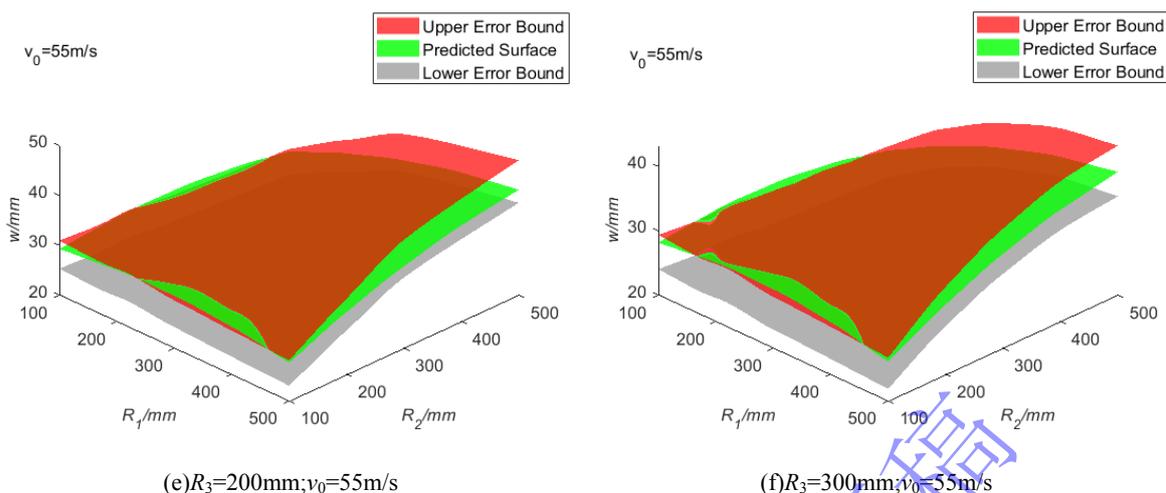
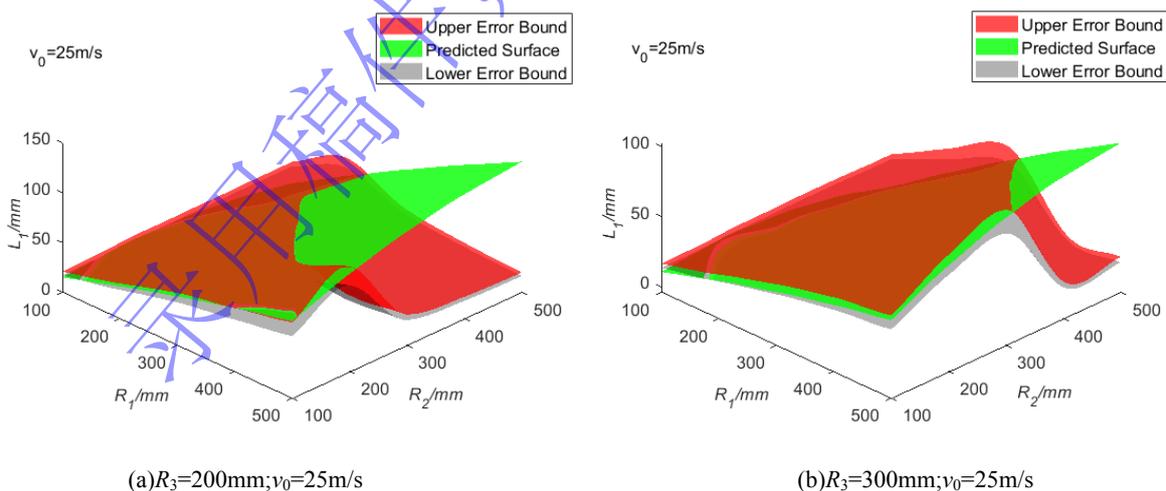


图 14 预测模型凹深在不同速度及曲率半径下的适用范围  
Fig.14 Predictive model's applicable range for concave depth under different velocities and curvature radii.

以实际值上下各 10%作为误差界限，不同速度及曲率半径下的适用范围都不同，由图 14(a)可以得到，以较低速度冲击薄壁椭球壳时，1、2 方向曲率半径  $R_1$ 、 $R_2$  取值较大的情况下，预测值与真实值误差很大，远远超出误差界限，原因是当  $R_3$  固定，取  $R_1$ 、 $R_2$  为较大值时，椭球壳截取部分近似接近于平板，当速度较低时，不易形成塑性变形棱区，初始撞击造成的变形会发生大幅度的回弹，使得中心区域位移大幅减小，而所建立响应面模型基于的训练集的速度及曲率半径范围均处于发生塑性变形棱区的情况，所以对接近低速冲击平板的情况预测不准确；对比图 14(a)与图 14(b)可以发现，其他条件不变，仅增大  $R_3$  时，预测模型的预测范围更大，原因是增大  $R_3$ ，使得椭球壳截取部分更凸，同一冲击速度下更容易形成棱区变形。对比图 14(a)(c)(e)或者(b)(d)(f)，发现固定  $R_3$  时，仅增加冲击速度，冲击速度由 25m/s 增加至 55m/s 时，预测模型的预测范围逐渐增大，对于较高速度冲击时，所建立的响应面模型预测范围可以进行拓展，曲率半径不局限于训练集的 200~400mm 范围。



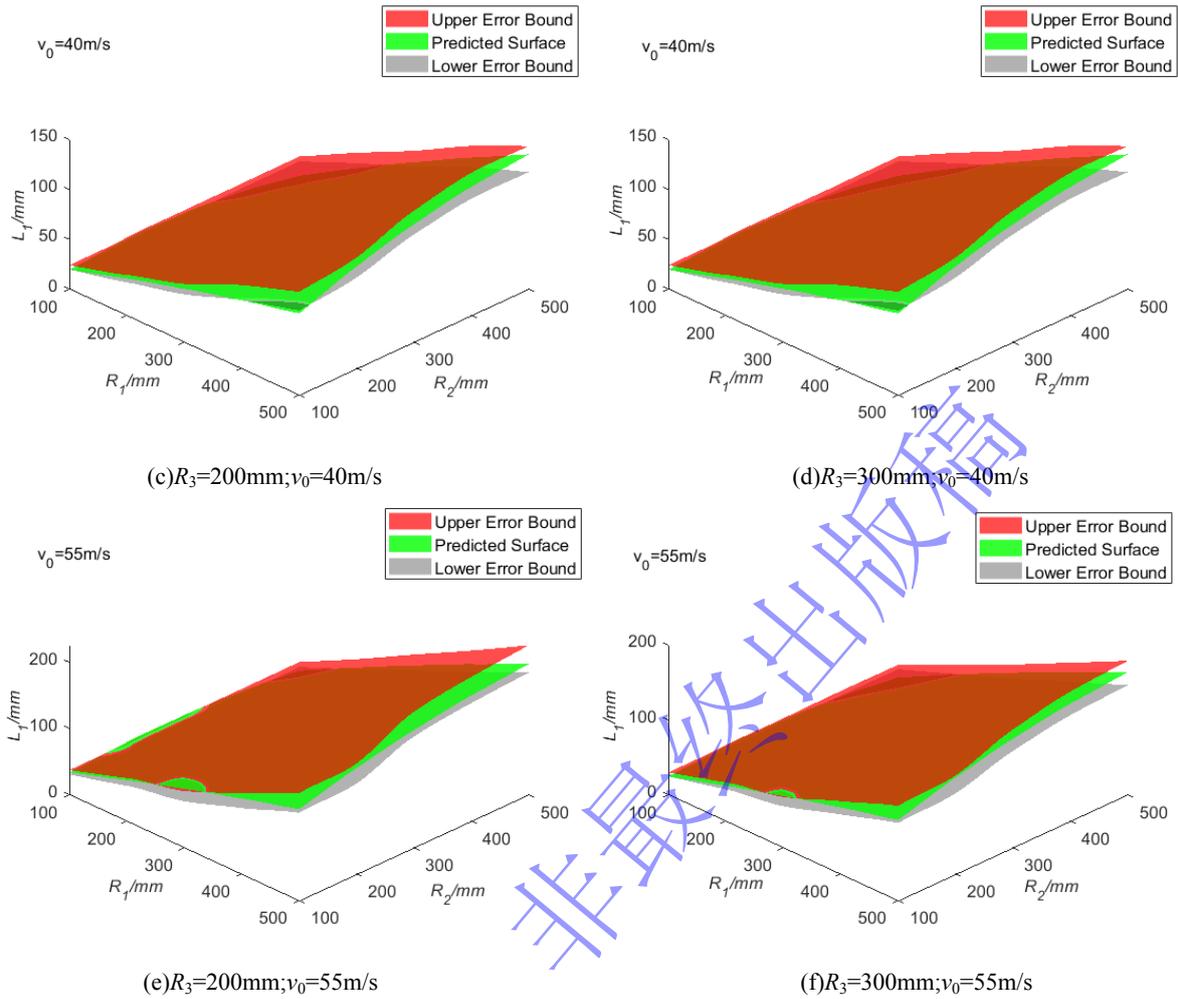


图 15 预测模型凹陷边界在不同速度及曲率半径下的适用范围

Fig.15 The application range of the concave boundary of the model is predicted under different velocity and curvature radius

图 15 为预测模型凹陷边界在不同速度及曲率半径下的适用范围，同样采用真实值的上下 10% 作为误差界限，预测凹陷边界的适用范围整体趋势与预测中心凹陷深度相同，原因同样是接近平板时塑性棱区不易形成，且同样随着冲击速度增大预测范围增大。

考虑根据得到的中心凹陷深度、凹陷边界描述全局变形区域，由于实验及仿真中得到的椭球壳变形区域边界为椭圆形，且边界椭圆度近似等于椭球壳初始椭圆度，假定椭球壳的凹陷变形区域始终为一个与原椭球壳长短轴之比相同的椭圆形，则椭球壳的离面位移投影到  $xy$  平面为一簇相似的椭圆环。给出如下公式描述全局离面位移  $w(x,y)$  与中心凹陷深度、凹陷边界之间的关系：

$$w(x,y) = w \left( \frac{(x-x_0)^2}{L_1^2} + \frac{(y-y_0)^2}{L_2^2} - 1 \right)^2 \quad (16)$$

抽取工况进行验证，根据响应面模型计算中心凹陷深度、凹陷长短轴长，代入全局变形公式 (16)，对比仿真结果。

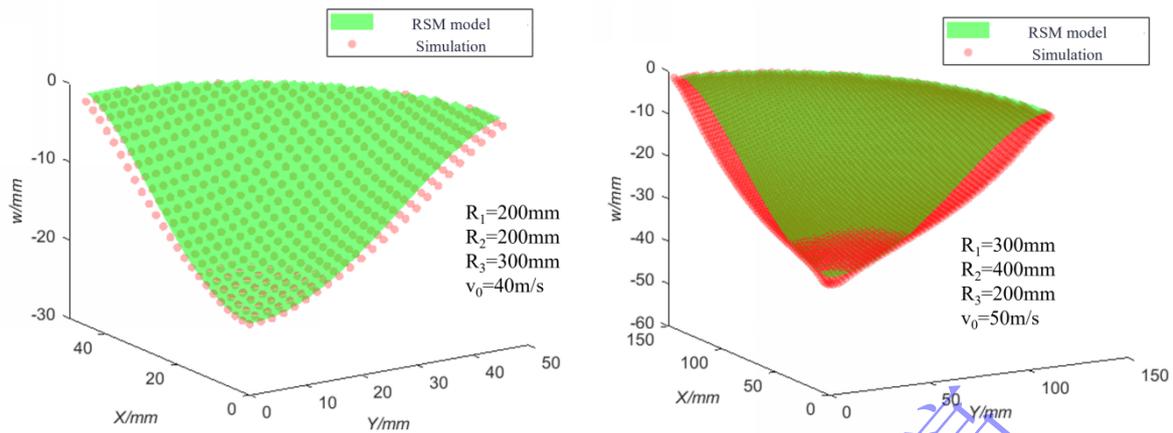


图 16 响应面模型全局变形对比仿真全局变形

Fig.16 Response surface model global deformation compared with simulated global deformation

图 16 为响应面模型对比仿真得到的 1/4 区域全局变形，发现所提出的全局变形公式能够较好的描述薄壁椭球壳受局部冲击载荷作用下的凹陷变形规律，具有一定的物理意义，反映了椭球壳凹陷变形的扩展过程。

## 4 结论

本文开展了薄壁椭球壳受局部冲击载荷作用的实验研究和仿真分析，实验中采用三维 DIC 技术记录实验中的动态变形过程，仿真采用 `abaqus_explicit` 进行模拟，仿真结果与实验结果吻合较好，通过仿真扩展工况，探究了曲率半径、冲击速度对变形特征的影响规律，通过量纲分析的方法分析各因素对变形特征的共同作用，拟合得到了一种具有尺寸效应的响应面模型。主要结论如下：

- 1) 椭球壳凹深受冲击方向曲率半径影响较大，受垂直于冲击方向的曲率半径影响较小；椭球壳凹陷长短半轴受冲击方向曲率半径与同轴方向曲率半径影响显著；
- 2) 截取深度对变形特征影响较小，截取深度在关注的大尺寸壳体受局部冲击载荷问题中仅影响边界范围；
- 3) 椭球壳在局部冲击载荷作用下以椭圆形凹陷为主。椭球壳全局变形分布可以用中心凹陷深度和凹陷变形边界来近似表达，从而将曲壳在局部冲击载荷作用下的全局变形分布问题转化为中心凹陷深度和凹陷变形边界；
- 4) 所建立的响应面模型精度较高，模型具有尺寸效应和一定的延展性，可用于大尺寸椭球壳受冲击载荷作用的全局凹陷变形预测。

## 参考文献：

- [1] Lim H K, Lee J-S, On the structural behavior of ship's shell structures due to impact loading, *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 2018, 10: 103-118. DOI: 10.1016/j.ijnaoe.2017.03.002.
- [2] Mohammad Z, Gupta P K, Baqi A, et al. Ballistic performance of monolithic and double layered thin-metallic hemispherical shells at normal and oblique impact[J]. *Thin-Walled Structures*, 2021, 159: 107257. DOI: 10.1016/j.tws.2020.107257
- [3] Updike D P, Kalnins A. Axisymmetric behavior of an elastic spherical shell compressed between rigid plates[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1970, 37(3): 635-640. DOI: 10.1115/1.3408592
- [4] Updike D P. On the large deformation of a rigid-plastic spherical shell compressed by a rigid plate[J]. *Journal of Engineering for Industry*, 1972, 94:

949.DOI: 10.1115/1.3428276

- [5] Kitching R, Houlston R, Johnson W. A theoretical and experimental study of hemispherical shells subjected to axial loads between flat plates [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1975, 17(11): 693-703. DOI: 10.1016/0020-7403(75)90072-7.
- [6] Gputa N K, Mohamed Sheriff N, Velmurugan R. Experimental and numerical investigations into collapse behaviour of thin spherical shells under drop hammer impact [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44(10): 3136-55. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2006.09.014.
- [7] Wen H M. Large plastic deformation of spherical shells under impact by blunt-ended missiles - ScienceDirect[J]. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1997, 73(2):147-152. DOI: 10.1016/S0308-0161(97)00043-4.
- [8] 宁建国, 杨桂通. 球形扁壳在冲击载荷作用下的超临界变形[J]. *爆炸与冲击*, 1992, (03): 206-212. DOI: 10.1007/BF02943552.  
Ning J G, Yang G T. Supercritical deformation of shallow spherical shells under impact. *Explosive and Shock Waves*, 1992, (03): 206-212. DOI: 10.1007/BF02943552.
- [9] Li J, Ren H, Ning J. Deformation and failure of thin spherical shells under dynamic impact loading: Experiment and analytical model [J]. *Thin-Walled Structures*, 2021, 161: 107403. DOI: 10.1016/j.tws.2020.107403.
- [10] Zheng J, Li K, Liu S, et al. Effect of shape imperfection on the buckling of large-scale thin-walled ellipsoidal head in steel nuclear containment[J]. *Thin-Walled Structures*, 2018, 124:514-522. DOI:10.1016/j.tws.2018.01.001.
- [11] Paliwal D N, Gupta R, Jain A. Stress analysis of ellipsoidal shell on an elastic foundation[J]. *International Journal of Pressure Vessels & Piping*, 1993, 56(2):229-242. DOI: 10.1016/0308-0161(93)90095-B.
- [12] Patel P R and Gill S S. Experiments on the buckling under internal pressure of thin torispherical ends of cylindrical pressure vessels[J]. *International Journal of Mechanical Science*, 1978, 20: 159-175. DOI: 10.1016/0020-7403(78)90003-6.
- [13] Bushnell D. Nonsymmetric buckling of internally pressurized ellipsoidal and torispherical elastic-plastic pressure vessel heads [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1977, 99(1): 54-63. DOI: 10.1115/1.3454520.
- [14] Chao Y J, Sutton M A. Stress-analysis of ellipsoidal shell with radial nozzle [J]. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1985, 21(2): 89-108. DOI: 10.1016/0308-0161(85)90042-0.
- [15] Ross C T F, Huat B H, Chei T B, et al. The buckling of grp hemi-ellipsoidal dome shells under external hydrostatic pressure [J]. *Ocean Eng*, 2003, 30(5): 691-705. DOI: 10.1016/s0029-8018(02)00039-2.
- [16] Blachut J, Jaiswal O R. On the choice of initial geometric imperfections in externally pressurized shells [J]. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 2008, 130(1): 244-254. DOI:10.1115/1.2834457.
- [17] Smith P, Blachut J. Buckling of externally pressurized prolate ellipsoidal domes [J]. *J Press Vessel Technol-Trans ASME*, 2008, 130(1): 011210. DOI: 10.1115/1.2834457.
- [18] Liu L, Li J Q. Dynamic deformation and perforation of ellipsoidal thin shell impacted by flat-nose projectile[J]. *MATERIALS*, 2022, 15(12): 4124. DOI:10.3390/ma15124124.
- [19] 陈旭东, 叶康生. 中厚椭圆壳自由振动动力刚度法分析[J]. *振动与冲击*, 2016, 35(06): 85-90. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2016.06.015.  
Chen X D, Ye K S. Free vibration analysis of moderately thick elliptical shells using the dynamic stiffness method[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2016, 35(6): 85-90. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2016.06.015.
- [20] Ma T B, Shen Y, Ning J G, et al. Analysis on dynamic shear fracture based on a novel damage evolution model[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2024, 183:734-743. DOI:10.1016/j.ijimpeng.2023.104810.
- [21] 陈刚, 陈忠富, 徐伟芳, 等. 45 钢的 J-C 损伤失效参量研究[J]. *爆炸与冲击*, 2007(02): 131-135. DOI: 10.11883/1001-1455(2007)02-0131-05.  
Chen G, Chen Z F, Xu W F, et al. Investigation on the J-C ductile fracture parameters of 45 steel[J]. *Explosion And Shock Waves*, 2007, 27(2): 131-135. DOI: 10.11883/1001-1455(2007)02-0131-05.