

DOI: 10.11883/bzycj-2024-0217

弹体侵彻钢筋混凝土遮弹层的阻力方程*

王 武^{1,2}, 杨 军¹, 王安宝², 李胜杰¹

(1. 清华大学土木工程系, 北京 100084;

2. 军事科学院国防工程研究院, 北京 100036)

摘要: 为研究弹体在侵彻钢筋混凝土受到阻力的问题, 分析了现有钢筋有限长度固支梁理论模型局限, 根据钢筋屈服准则研究和耗能分析, 提出了弹体直接命中钢筋剪切-塑性铰链模型, 以及弹体与钢筋侧面接触时的塑性弦模型, 通过耗能分析得到了弹体直接阻力函数; 以空腔膨胀理论模型为基础, 根据弹体侵彻深度经验公式计算结果, 得到了钢筋间接影响下混凝土阻力方程。通过与已有试验数据对比, 验证了理论模型的合理性。通过分析钢筋屈服强度、直径、网眼尺寸等配筋方式, 以及弹体命中部位对遮弹层抗侵彻性能的影响, 给出了遮弹层配筋设计建议: 相邻两层钢筋网错孔设置; 钢筋网眼与弹体直径比值宜设为 0.5~0.8; 应结合钢筋极限塑性应变进行高强钢筋选择。

关键词: 钢筋混凝土; 侵彻阻力; 理论模型; 配筋设计

中图分类号: O385

国标学科代码: 13035

文献标志码: A

Resistance equation of projectile penetrating into reinforced concrete shield

WANG Wu^{1,2}, YANG Jun¹, WANG Anbao², LI Shengjie¹

(1. Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Institute of Defense Engineering, AMS, PLA, Beijing 100036, China)

Abstract: To study the penetration resistance to the projectile by the reinforced concrete, the mechanical response of reinforcing bars under the dynamic constraint of both the projectile and concrete was analysed and the limitation of existing finite-length rigid beam models have been obtained. Based on this foundation, a shear-plastic hinge model was used to analyze the case of a projectile directly hitting the reinforcing bars, and a plastic string model was used to analyze the case of a projectile colliding with the side of the reinforcing bars, resulting in a more accurate equation for penetration resistance. In the shear plastic hinge model, stress analysis was performed based on the shear sliding of the reinforcing bar before fracture, and energy dissipation was calculated based on the deformation of the plastic hinge after the reinforcing bar fractures. In the plastic string model, the yield criterion of reinforcing bars under the combined action of bending moment and axial force was analyzed, and the plastic energy dissipation equations for reinforcing bar tension and bending were established. At the same time, the influence of changes in reinforcing bar kinetic energy was considered. Based on the theoretical model of cavity expansion and the empirical formula for the depth of projectile penetration, the concrete resistance equation under the indirect influence of steel reinforcement was obtained. By comparing with existing experimental data, the rationality of the theoretical models was verified. By analyzing the yield strength, diameter, mesh size of reinforcing bars, as well as the impact location of projectile, suggestions for the reinforcement design of the bulletproof layer were given. The adjacent two layers of reinforcing bars mesh should be staggered. The ratio of steel mesh to projectile diameter should be set between 0.5 and 0.8. It is not advisable to simply pursue high-strength reinforcing bars, and the ultimate plastic strain of reinforcing bars should also be considered as an important factor.

Keywords: reinforced concrete; penetration resistance; theoretical model; reinforcement design

* 收稿日期: 2024-07-02; 修回日期: 2024-09-15

第一作者: 王 武(1985—), 男, 博士研究生, 工程师, w-wang21@mails.tsinghua.edu.cn

通信作者: 杨 军(1974—), 男, 博士, 研究员, junyang@tsinghua.edu.cn

钢筋混凝土是防护工程中最常采用的组合材料,其抗弹体侵彻贯穿性能是防护工程领域研究的重点。与素混凝土结构相比,钢筋混凝土结构抗弹体侵彻的机理更复杂:钢筋网既对混凝土裂纹扩展和运动产生约束,从整体上提高混凝土抗拉强度值,同时也可能与弹体接触进而直接阻碍弹体运行。但由于分析方法的差异和试验条件的限制(直径超过 150 mm 的大尺寸弹体侵彻钢筋混凝土试验很少),学者对钢筋作用的认识并不统一,在理论分析、经验公式拟合过程中常常忽略或简化钢筋影响^[1-4]。

Luk 等^[5]建立了刚性半球形和卵形弹侵彻钢筋混凝土结构的阻力模型,推导得到了弹体侵彻深度计算公式,但假设钢筋的作用仅是约束混凝土裂纹扩展。Barr^[6]对 NDRC(National Defense Research Committee)公式^[7]中的公式进行了修正,增加靶体内钢筋参数,提高混凝土抗拉强度,并结合 CEA/EDF 公式^[8]提出了 CEA/EDF/AEA 公式。Dancygier^[9]将钢筋简化为等效抗拉强度,从而提高弹体侵彻阻力,并设置了配筋率这一变量参数对侵彻贯穿公式进行了修正。Chen 等^[10]在混凝土靶贯穿初始坑、隧道开挖和剪切堵塞后坑 3 阶段模型中,仅考虑钢筋对后坑冲塞块高度的影响,提出了钢筋混凝土板抗弹体侵彻计算公式,其中钢筋的影响以配筋率和抗拉强度简化表达。Grisaro 等^[11]从能量守恒的角度出发,假定靶背冲塞块喷射飞溅的“损伤能量”与混凝土剪切冲塞的能量相等,且与初始速度成正比,并结合 NDRC 公式,可以较好预测弹体贯穿钢筋混凝土的剩余速度。Xu 等^[12]假定弹体恰好贯穿钢筋混凝土时,损失能量包括弹体初始阶段损失的能量、隧道阶段损失的能量、剪切冲塞阶段损失的能量,通过能量守恒原理和最小势能原理,建立了钢筋混凝土穿孔性能方程,讨论了冲击速度、混凝土抗压强度和配筋率对钢筋混凝土贯穿性能的影响。Deng 等^[13]考虑了裂纹区和破碎区钢筋的周向约束效应,对钢筋混凝土靶侵彻动态空腔扩展模型进行了改进,得到了可压缩和不可压缩钢筋混凝土空腔径向应力的理论解,通过对混凝土强度和配筋率的分析,建立了计算钢筋混凝土靶侵彻阻力的简化公式,但该方法实质上仍是将钢筋均匀弥散到混凝土中,一定程度上会高估遮弹层抗侵彻性能。Lee 等^[14]通过平头弹侵彻试验和数值模拟,研究了钢筋对钢筋混凝土结构抗冲击性能的影响,结果表明靶板抗冲击性能明显受钢筋间距的影响,而不受钢筋强度和直径影响,但相关工况中钢筋间距均大于弹体直径,弹体与钢筋未发生明显接触,因此其结论适用范围还需深入探讨。朱擎等^[15]通过数值模拟方法研究了配筋对超高性能混凝土抗侵彻性能的影响,结果表明小间距、小直径的配筋方式更有利于提高超高性能混凝土抗侵彻性能,但文中对钢筋间距与弹体尺寸的关系研究较少,相关方面研究需进一步细化。

在钢筋对弹体的直接阻力研究方面,张爽等^[16]通过研究弹体与钢筋的相互运动、钢筋的受力和失效,给出了弹体冲击作用下的钢筋动态响应模型,建立了钢筋混凝土靶侵彻阻力模型。黄民荣等^[17-18]将钢筋简化为弯曲+剪切断裂和弯曲+拉伸断裂 2 种变形破坏模式,建立了刚性弹垂直侵彻钢筋混凝土的简化分析模型。Huang 等^[19]将钢筋耗能分析与钢筋对弹体的直接侵彻阻力建立联系,并通过弹体侵彻深度经验公式反推得到混凝土恒阻力模型,进而得到了弹体对钢筋混凝土靶侵彻深度计算公式。上述研究中,均把钢筋视为有限长度固支梁,区别主要是梁长度、失效模式和失效准则有所不同。但刘志林等^[20]开展了弹体侵彻钢筋混凝土试验,结果表明,钢筋变形区域基本集中在弹体侵彻弹道里,且塑性拉伸钢筋与弹体外轮廓基本一致。因此,固支梁模型与试验情况存在明显差异。

弹体阻力是遮弹层抗侵彻性能研究以及弹体结构优化中最关注的参数。本文首先分析有限长度固支梁模型的理论局限,基于弹体直接命中钢筋和弹体与钢筋侧面接触 2 种典型工况,综合考虑钢筋直径、应变率效应、弹头形状、弹体速度等因素,分析钢筋变形耗能,构建钢筋与弹体接触直接阻力函数;同时,依据成熟经验公式,推导钢筋间接影响下混凝土抗侵彻阻力方程;根据已有试验数据对阻力模型进行合理性验证,并分析钢筋分布方式对抗侵彻性能的影响,提出遮弹层配筋建议。

1 钢筋固支梁模型及局限

钢筋应力状态是分析其动力响应和耗能的基础。在弹体撞击、混凝土约束的复合作用下,钢筋呈三维变形和受力状态,特别在实弹打击时,弹体接触钢筋的部位和数量均呈随机分布,增加了问题分析的复

杂性。如图 1 所示,但对单根钢筋而言,其与弹体的接触可归纳为 2 类工况:直接命中(图 1(a)和图 1(b))
和侧面碰撞(图 1(c))。弹体与多根钢筋接触时,也均可利用上述 2 类工况进行组合。

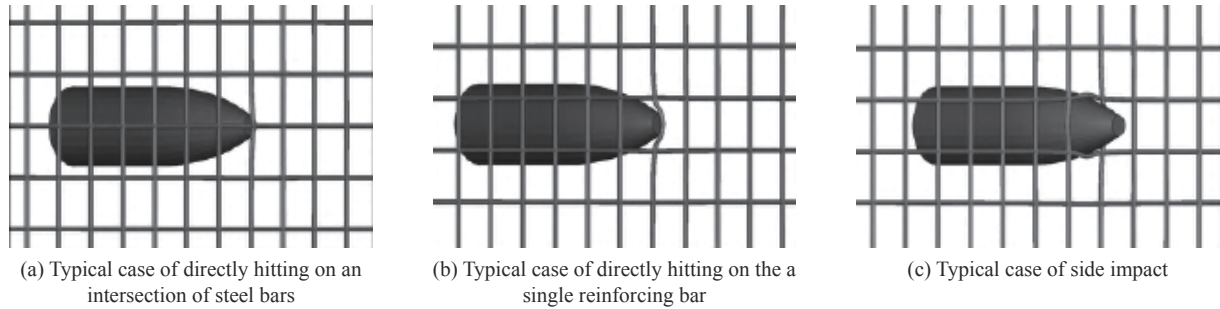


图 1 弹体与钢筋接触方式^[15]

Fig. 1 Contact method between projectile and reinforcing bar^[15]

根据固支梁模型假设,弹体与钢筋接触时,钢筋可视为受弹体集中力和混凝土分布荷载作用的固支梁,梁中速度与弹体速度相同,两端速度为零,呈线性递增分布,如图 2 所示:当梁受到冲击载荷 F 时,会产生固定塑性铰(红色)和移动塑性铰(绿色), s 为移动塑性铰与接触点距离; $M_p = 4b^3 Y/3$ 为纯弯矩作用时钢筋的塑性极限弯矩;单位长度的钢筋运动时会受到混凝土的动态阻力 σ_n^* 。由于钢筋-弹体接触点速度与弹体速度相同, σ_n^* 需根据空腔膨胀理论^[21-22] 进行求解:

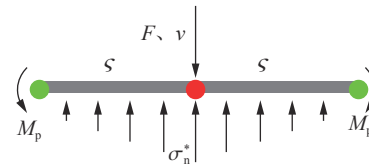


图 2 钢筋受力示意图

Fig. 2 Schematic diagram of reinforcing bar under dynamic load

式中: b 为钢筋截面半径, mm; Y 为钢筋屈服应力, MPa; f_c 为混凝土抗压强度, MPa, 其与立方体试件抗压强度对应关系参见 GB/T 50081-2019《混凝土物理力学性能试验方法标准》^[23]; ρ_c 为混凝土密度, kg/m^3 ; v 为运动速度, m/s 。

由于图 2 模型对称,取一半分析。结合 von Mises 屈服准则,对移动塑性铰处求弯矩平衡可得:

$$2M_p + \int_0^s 2b \left[82.6f_c^{0.456} + \frac{2}{3}\rho_c \left(\frac{v x}{s} \right)^2 \right] x dx = \frac{Y}{\sqrt{3}} \pi b^2 \Delta \quad (2)$$

进而有:

$$\left(3 \times 82.6f_c^{0.456} + \rho_c v^2 \right) \left(\frac{s}{b} \right)^2 - \sqrt{3}\pi Y \frac{s}{b} + 8Y = 0 \quad (3)$$

如果钢筋屈服应力为 300 MPa,若式 (3) 有解,则混凝土单轴抗压强度应小于 1.3 MPa,与工程实际不符。这也是固支梁模型的主要局限。因此,为了更加合理地对弹体侵彻钢筋混凝土阻力模型进行分析,本文在借鉴 Huang 等^[19] 的研究思路基础上推导弹体侵彻阻力方程,其中:弹体直接命中钢筋情况采用剪切-塑性铰链模型分析,弹体与钢筋侧面碰撞情况采用塑性弦模型分析。

2 弹体直接命中钢筋剪切-塑性铰链模型

常见的卵头长杆弹如图 3 所示。设 φ 为弹头表面任一点处切平面与弹体轴线夹角, a 和 L 分别为弹体半径和长度; s 为卵形弹头曲率半径 $s = 2\psi a$, ψ 为弹头曲径比 (caliber radius head, CRH); L_h 为弹头长度, $L_h = a \sqrt{4\psi - 1}$ 。

根据第 1 节分析, 由于混凝土动态约束作用, 在弹体直接命中钢筋初期, 钢筋变形域基本位于两者接触部位, 且由于接触点两侧有明显速度差, 钢筋将发生剪切滑移变形。第 j 层钢筋与弹体直接接触阻力 F_s 为:

$$F_s = 2\pi b^2 \frac{Y_d}{\sqrt{3}} \quad h_1 + (j-1)s_v - b \leq z \leq h_1 + (j-1)s_v + b \quad (4)$$

式中: h_1 为首层钢筋埋深; s_v 为钢筋网垂直距离; Y_d 为钢筋动态屈服应力, 根据研究^[24], 钢筋动态屈服强度与应变率大小有关:

$$Y_d = \left[1 + k_1 \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon^*} \right)^{k_2} \ln \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon^*} \right) \right] Y \quad (5)$$

式中: ε^* 为准静态应变率, $\varepsilon^* = 6 \times 10^{-7} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; k_1 、 k_2 为应变率增强系数, 对于 HPB235 钢筋, $k_1 = 5.2 \times 10^{-5}$ 、 $k_2 = 0.455$, 对于 HPB335 钢筋, $k_1 = 4.3 \times 10^{-5}$ 、 $k_2 = 0.490$, 对于 HPB400 钢筋, $k_1 = 1.9 \times 10^{-5}$ 、 $k_2 = 0.510$; $\dot{\varepsilon}$ 为钢筋应变率, 可按式计算:

$$\dot{\varepsilon} = v / (2\sqrt{2}b) \quad (6)$$

当钢筋剪切断裂后, 可忽略钢筋轴向应变, 仅考虑移动塑性铰处钢筋弯矩做功和动能变化。根据塑性滑移线场理论^[25], 纯弯矩作用时塑性铰等效长度可取为钢筋直径, 当弯矩减小、轴力逐步增加至极限塑性拉力时, 塑性铰等效长度增加, 导致钢筋中线长度变化, 如图 4 所示。因此, 此种情况下将钢筋简化分解为塑性铰链, 如图 5 所示。结合弹头形状函数, 钢筋塑性铰处弹体半径 r 为:

$$r = \sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2} - s + a \quad (7)$$

式中: Δ_j 为弹尖超过第 j 层钢筋网的垂直距离, 表达式为:

$$\Delta_j = z - h_1 - (j-1)s_v \quad (8)$$

当弹体与钢筋接触部位向外延伸距离为 $2b$ 时, 弹体沿侵彻方向运动距离为:

$$\Delta_d = L_h - \Delta_j - \sqrt{s^2 - (r + 2b + s - a)^2} \quad (9)$$

塑性铰变形耗能与动能增量之和为:

$$\Delta_w = 4M_{pd} \arccos \frac{L_h - \Delta_j}{s} + 2\pi b^3 \rho_s v^2 \quad (10)$$

式中: M_{pd} 为塑性铰动态极限塑性弯矩, 假设钢筋动态屈服应力沿钢筋横截面径向线性变化(如图 6 所示), 则 M_{pd} 可按式计算:

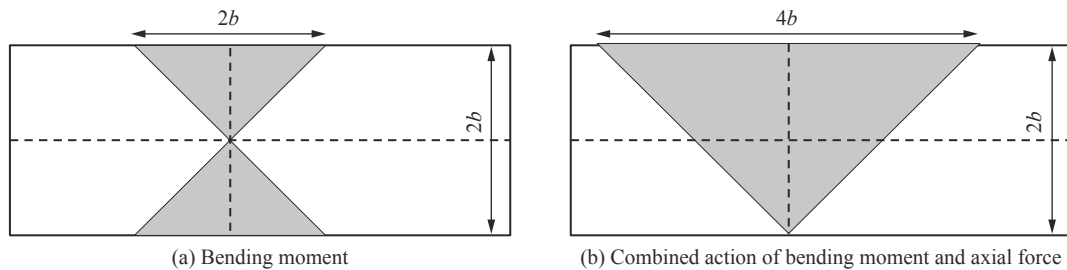


图 4 塑性铰等效长度

Fig. 4 Equivalent length of plastic hinge

$$M_{pd} = 4 \int_0^b z \left[Y + (Y_d - Y) \frac{z}{b} \right] \sqrt{b^2 - z^2} dz = \frac{4}{3} b^3 Y + \frac{1}{4} \pi b^3 (Y_d - Y) \quad (11)$$

式中: Y_d 按式 (5) 计算, 其中 ε 表达式为:

$$\varepsilon = \frac{\arccos \left[\frac{(L_h - \Delta_j)}{s} \right]}{2 \left[L_h - \Delta_j - \sqrt{s^2 - (r + 2b + s - a)^2} \right]} \quad (12)$$

Huang 等^[19] 认为钢筋耗能增量全部来源于其与弹体的相互作用力, 因此在忽略弹体与钢筋摩擦生热情况下, 该阶段钢筋耗能增量全部用于弹体动能损失, 根据式 (9) 和 (10) 可得钢筋对弹体的直接阻力:

$$F_s = \frac{[16Y/3 + \pi(Y_d - Y)] \arccos \left[\frac{(L_h - \Delta_j)}{s} \right] + 2\pi\rho_s v^2}{L_h - \Delta_j - \sqrt{s^2 - (r + 2b + s - a)^2}} b^3 \quad h_1 + (j - 1) s_v + b < z \leq h_1 + (j - 1) s_v + L_h - 2\sqrt{bs - b^2} \quad (13)$$

当弹头完全越过钢筋 ($z > h_1 + (j - 1) s_v + L_h$) 后, 认为钢筋对弹体的直接阻力作用消失。

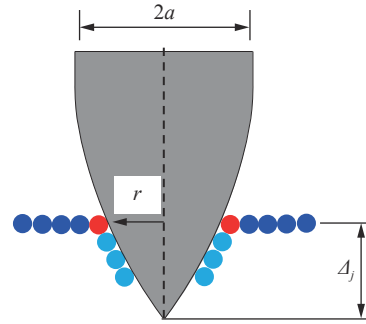


图 5 塑性铰链变形示意图
Fig. 5 Schematic diagram of plastic hinge deformation

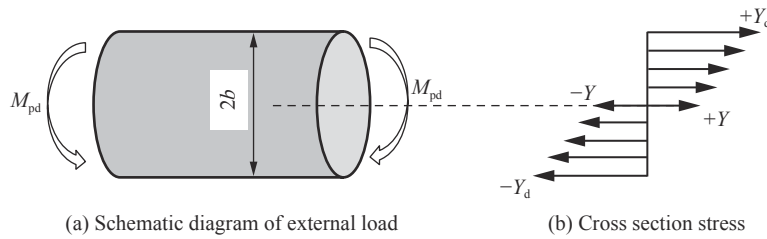


图 6 钢筋受弯矩作用屈服时横截面应力分布
Fig. 6 Cross section stress distribution of reinforcing bar under bending moment action

3 弹体与钢筋侧面碰撞塑性弦模型

弹体侧面与钢筋碰撞时, 弹体与钢筋为线面接触, 此时钢筋塑性区与弹体共同运动。

3.1 弯矩轴力共同作用下钢筋屈服准则

纯轴力作用下, 钢筋塑性极限拉力 N_p 为:

$$N_p = \pi b^2 Y \quad (14)$$

弯矩和轴力共同作用时, 钢筋截面应力分布在厚度方向不再对称。为便于计算, 可将截面应力分布按弯矩和轴力各自产生的应力进行叠加, 如图 7 所示, 其中 c 为中性轴与截面几何中心距离。

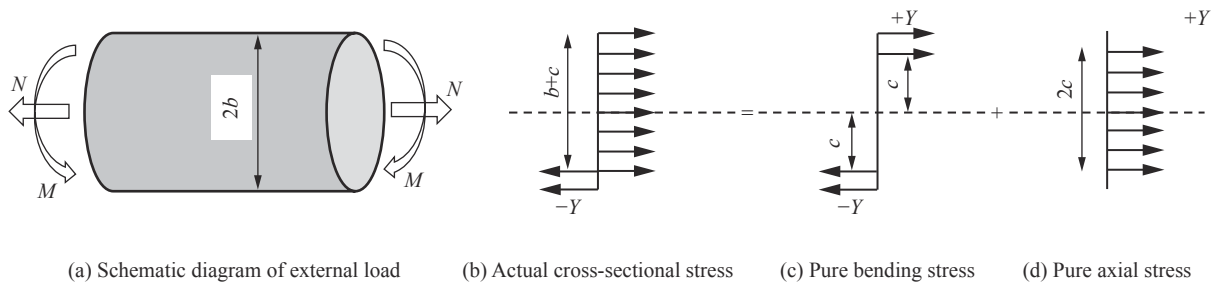


图 7 钢筋受弯矩和轴力共同作用屈服时横截面应力分布
Fig. 7 Cross section stress distribution of reinforcing bar under combined bending moment and axial force

应力分解后, 可分别计算弯矩 M 和轴力 N :

$$M = 4Y \int_c^b y \sqrt{b^2 - y^2} dy = \frac{4}{3} (b^2 - c^2)^{3/2} Y \quad (15)$$

$$N = 4Y \int_0^c \sqrt{b^2 - y^2} dy = 2Y \left(c \sqrt{b^2 - c^2} + b^2 \arcsin \frac{c}{b} \right) \quad (16)$$

从式 (15) 和式 (16) 消去偏心距 c , 并结合 N_p 和 M_p 表达式, 可得圆截面钢筋在弯矩和轴力相互作用的屈服准则为:

$$\left| \frac{N}{N_p} \right| = \frac{2}{\pi} \left(\sqrt{1 - \left| \frac{M}{M_p} \right|^{2/3}} \left| \frac{M}{M_p} \right|^{1/3} + \arcsin \sqrt{1 - \left| \frac{M}{M_p} \right|^{2/3}} \right) \quad (17)$$

图 8 给出了理想刚塑性圆截面钢筋弯矩-轴力共同作用下的屈服面, 可见对于多应力共同作用时的广义塑性铰, 其实际应力状态由无量纲弯矩 M/M_p 与无量纲轴力 N/N_p 共同确定。

根据塑性关联流动法则和 Drucker 公设, 可知:

$$\frac{\dot{\kappa}}{\dot{\varepsilon}} = - \frac{dN}{dM} = \frac{4N_p}{3\pi M_p \sqrt{1 - (M/M_p)^{2/3}}} \quad (18)$$

式中: $\dot{\kappa}$ 为曲率变化率, $\dot{\varepsilon}$ 为拉伸应变率。

结合 M 和 N 的关系, 式 (18) 也可表示为:

$$\frac{N}{N_p} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{4N_p}{3\pi M_p} \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\kappa}} \sqrt{1 - \left(\frac{4N_p}{3\pi M_p} \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\kappa}} \right)^2} + \arcsin \left(\frac{4N_p}{3\pi M_p} \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\kappa}} \right) \right] \quad (19)$$

由图 4 可知, 当钢筋轴力尚未达到极限塑性拉力时, 钢筋拉伸变形主要发生在塑性铰部位。设弹着点与钢筋距离为 β , 弹体与钢筋接触点位移为 Δ 时弹体继续侵彻微位移, 可得:

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\kappa}} = \left[\arccos \left(\frac{\beta + b}{\beta + b + \Delta_j} \right) + \frac{\beta + b}{\sqrt{\Delta_j (2\beta + 2b + \Delta_j)}} \right] \frac{(\beta + b + \Delta_j) \sqrt{\Delta_j (2\beta + 2b + \Delta_j)}}{\beta + b} \quad (20)$$

代入式 (19) 可知, 钢筋与弹体接触发生变形后 (拉伸断裂前) 轴力将达到塑性极限拉力。与固支梁模型对应, 本文将此设为塑性弦模型。对于钢筋塑性大变形, 可忽略弹性阶段耗能, 将其简化为理想刚塑性材料。

3.2 钢筋直接阻力分析

钢筋塑性变形域见图 9 所示, 设弹着点与钢筋中线水平距离为 Λ 。

若考虑钢筋尺寸对其与弹体接触部位的影响, 则弹体与钢筋刚刚接触时, 弹尖与钢筋垂直距离 Δ_{j0} 为:

$$\sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_{j0})^2} - s + a = \sqrt{b^2 + \Lambda^2} - bs / \sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_{j0})^2} \quad (21)$$

即

$$\Delta_{j0} = L_h - \sqrt{s^2 - T^2} \quad (22)$$

其中

$$T = \frac{s - a + \sqrt{b^2 + \Lambda^2} + \sqrt{(s - a + \sqrt{b^2 + \Lambda^2})^2 - 4bs}}{2} \quad (23)$$

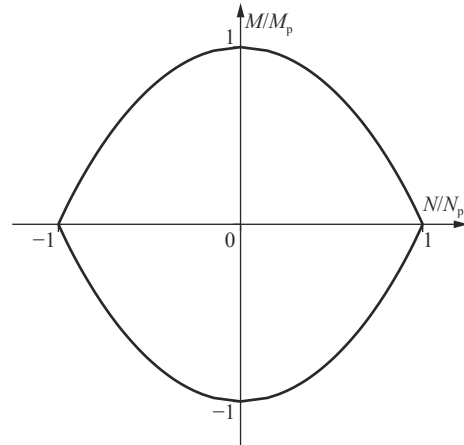


图 8 弯矩-轴力共同作用下钢筋屈服面

Fig. 8 Yield surface of reinforcing bar under the combined action of bending moment and axial force

当弹体继续侵彻, $\Delta_j > \Delta_{j0}$, 则钢筋发生塑性变形, 钢筋变形前后长度表达式为:

$$l_e = 2 \sqrt{\left(r + \frac{b}{\cos\varphi}\right)^2 - \Lambda^2} \quad (24)$$

$$l_p = 2 \left(r + \frac{b}{\cos\varphi}\right) \arccos \frac{\Lambda}{r + b/\cos\varphi} \quad (25)$$

式中: l_e 、 l_p 分别为破碎区内钢筋变形前和变形后的长度, $\cos\varphi = \sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2} / s$ 。

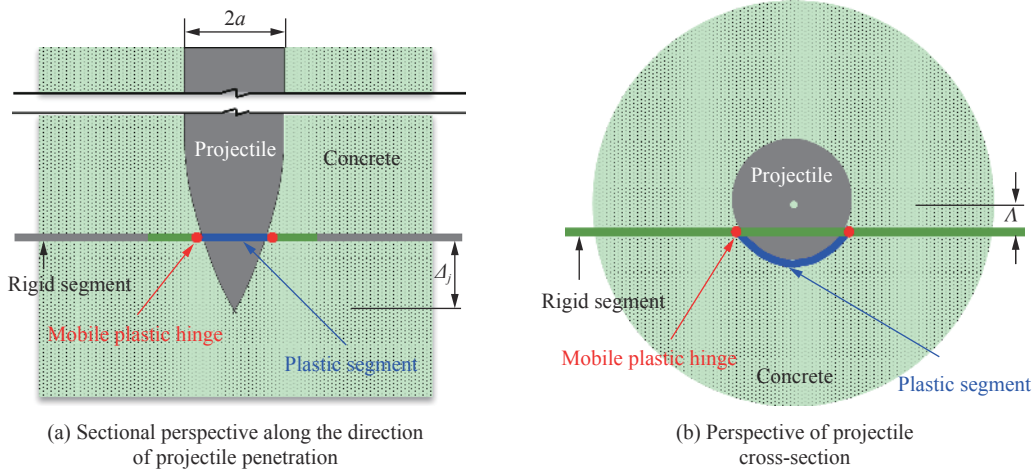


图 9 钢筋塑性变形区示意图

Fig. 9 Schematic of plastic deformation zone of reinforcing bar

当弹体以速度 v 继续侵彻微位移 Δ_d , 钢筋既在塑性变形段发生塑性拉伸, 还由于塑性铰两侧速度不同发生剪切变形。

假设钢筋变形前后体积不变, 则钢筋塑性拉伸耗能增量 Δ_{w1} 为:

$$\Delta_{w1} = F_{s1} \Delta_d = \frac{2\pi b^2 Y_d (L_h - \Delta_j) l_e}{\sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2} l_p} \left[1 - \frac{bs}{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2} \right] \left[\arccos \frac{\Lambda}{r + b/\cos\varphi} - \frac{r + b/\cos\varphi - \Lambda}{\sqrt{(r + b/\cos\varphi)^2 - \Lambda^2}} \right] \Delta_d \quad (26)$$

式中: Y_d 按式 (5) 计算, 其中 ε 表达式为:

$$\varepsilon = (\dot{l}_p l_e - l_p \dot{l}_e) / l_e^2 \quad (27)$$

式中: \dot{l}_e 和 \dot{l}_p 分别为 l_e 和 l_p 对时间的导数, 表达式为:

$$\dot{l}_e = \frac{2(r + b/\cos\varphi)(L_h - \Delta_j)v}{\sqrt{(r + b/\cos\varphi)^2 - \Lambda^2} \sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2}} \left[1 - \frac{bs}{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2} \right] \quad (28)$$

$$\dot{l}_p = \frac{2(L_h - \Delta_j)v}{\sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2}} \left[1 - \frac{bs}{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2} \right] \left[\arccos \frac{\Lambda}{r + b/\cos\varphi} + \frac{\Lambda}{\sqrt{(r + b/\cos\varphi)^2 - \Lambda^2}} \right] \quad (29)$$

钢筋剪切耗能增量 Δ_{w2} 为:

$$\Delta_{w2} = F_{s2} \Delta_d = \frac{2\pi b^2 Y_d (L_h - \Delta_j)}{\sqrt{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2}} \frac{\Lambda}{\sqrt{3}(r + b/\cos\phi)} \Delta_d \quad (30)$$

钢筋动能增量 Δ_{w3} 为:

$$\Delta_{w3} = F_{s3} \Delta_d = \frac{\pi b^2 \rho_s (r + b/\cos\phi) (L_h - \Delta_j)^3 v^2}{\sqrt{(r + b/\cos\phi)^2 - \Lambda^2} [s^2 - (L_h - \Delta_j)^2]^{3/2}} \left[1 - \frac{bs}{s^2 - (L_h - \Delta_j)^2} \right] \Delta_d \quad (31)$$

假设该阶段钢筋耗能增量全部用于弹体动能损失, 则通过式 (25)、(29) 和 (30) 可得出钢筋对弹体的直接侵彻阻力为:

$$F_s = F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} \quad (32)$$

当钢筋塑性应变 $\varepsilon = (l_p - l_e) / l_e$ 大于等于极限应变 ε_p 时, 钢筋断裂, 轴力消失, 不再考虑其对弹体直接阻力作用。

4 钢筋间接影响下的混凝土阻力

钢筋对弹体间接影响主要体现在约束混凝土破碎区、裂纹区范围, 进而增大空腔区壁面径向压力, 增强对弹体的侵彻阻力作用。钢筋间接影响下混凝土对弹头表面法向应力参考 Frew 等^[26] 基于空腔膨胀理论建立的模型:

$$\sigma_{nc} = Af_c + C\rho_{rc}v_n^2 \quad (33)$$

式中: A 、 C 分别为靶体材料的静态和动态阻力系数。Forrestal 等^[27] 认为, C 主要依赖于靶体的可压缩性, 其值变化很小, 对于混凝土介质可取为 $C = 1.0$ 。

对式 (32) 在弹头曲面范围内进行积分, 并假设前坑侵彻阶段弹体阻力线性增长, 可得弹体侵彻阻力为

$$F_c = \begin{cases} cz & 0 \leq z < 4a \\ \pi a^2 [Af_c + \mu_c M_1 Af_c + (C\rho_{rc}N_2 + \mu_c M_2 C\rho_{rc})v^2] & 4a \leq z < H_p \end{cases} \quad (34)$$

式中: z 为弹尖侵入混凝土表面深度; c 为阻力线性增加系数; H_p 为弹体最终侵彻深度; ρ_{rc} 为钢筋混凝土密度 $\rho_{rc} = \rho_c(1 - \gamma_{vol}) + \rho_s\gamma_{vol}$, γ_{vol} 为体积配筋率 $\gamma_{vol} = 2\pi b^2 / s_h s_v$, s_h 为钢筋水平间距; μ_c 为弹体与混凝土动摩擦系数, 可取为 $\mu_c = 0.02$ ^[28]; N_1 、 M_1 、 M_2 为弹头形状系数, 表达式如下:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{8\psi - 1}{24\psi^2} \\ M_1 &= 4\psi^2 \arccos \frac{2\psi - 1}{2\psi} - (2\psi - 1) \sqrt{4\psi - 1} \\ M_2 &= \psi^2 \arccos \frac{2\psi - 1}{2\psi} - \frac{12\psi^3 + 2\psi^2 - 6\psi + 1}{24\psi^2} \sqrt{4\psi - 1} \end{aligned} \quad (35)$$

根据牛顿第二定律和侵彻阻力连续条件, 可推导得到 c 的表达式为

$$c = \pi a [Af_c + \mu_c M_1 Af_c + (N_1 C\rho_{rc} + \mu_c M_2 C\rho_{rc})v_h^2] / 4 \quad (36)$$

式中: v_h 为前坑侵彻阶段结束时的弹体速度, 表达式为

$$v_h = \sqrt{\frac{mv_0^2 - 4\pi a^3 (Af_c + \mu_c M_1 Af_c)}{m + 4\pi a^3 (N_1 C\rho_{rc} + \mu_c M_2 C\rho_{rc})}} \quad (37)$$

式中: m 为弹体质量; v_0 为弹体着靶速度。

进一步可推导得出侵彻深度理论计算公式为

$$H_p = \frac{m}{2\pi a^2 (N_1 C\rho_{rc} + \mu_c M_2 C\rho_{rc})} \ln \left(1 + \frac{N_1 C\rho_{rc} + \mu_c M_2 C\rho_{rc}}{Af_c + \mu_c M_1 Af_c} v_h^2 \right) + 4a, \quad H_p > 4a \quad (38)$$

根据式 (37) 可得 A 的表达式为

$$A = \frac{mv_0^2 / (f_c + \mu_c M_1 f_c)}{\left[\exp \frac{2\pi a^2 (H_p - 4a) (N_1 C\rho_{rc} + \mu_c M_2 C\rho_{rc})}{m} - 1 \right] \left(4\pi a^3 + \frac{m}{N_1 C\rho_{rc} + \mu_c M_2 C\rho_{rc}} \right) + 4\pi a^3} \quad (39)$$

可根据式 (38) 通过拟合试验数据或经验公式的方法得到 A_c 取值。但通过拟合试验数据的方法不适用于得到 A_c 变化的普遍性结论, 因此通过拟合成熟经验公式的方法更为合理。本文参考王安宝等^[29] 建立

的通用型侵彻深度计算公式, 该公式形式简单, 综合考虑了弹体和靶体材料特性、弹头结构形状、配筋率等因素, 且适用的弹体尺寸、速度范围较广, 与试验结果拟合度较高, 具体形式为

$$H_p = 2aK_p\Lambda (0.9355 + 0.4046Z + 0.05752Z^2) \quad (40)$$

式中: K_p 为弹体质量修正系数; Λ 为防护结构可靠性设计调整系数, 可取为 $\Lambda = 1.00 \sim 1.05$; Z 为无量纲冲击指数。 K_p 的表达式为:

$$\begin{cases} K_p = 1.01kg \leq m \leq 100kg \\ K_p = (m/100kg)^{0.2} 100kg < m \leq 1200kg \end{cases} \quad (41)$$

对于卵形长杆弹:

$$Z = \frac{v_0}{2} \left(0.09 \frac{L_h}{a} + 0.56 \right) (1 - 9.091\gamma_{vol}) \sqrt{\frac{m}{2a^3 f_c}} \quad (42)$$

结合第 2 节和第 3 节内容, 即可得到弹体侵彻全过程轴向阻力方程以及侵彻深度, 刚性弹侵彻钢筋混凝土计算流程如图 10 所示。

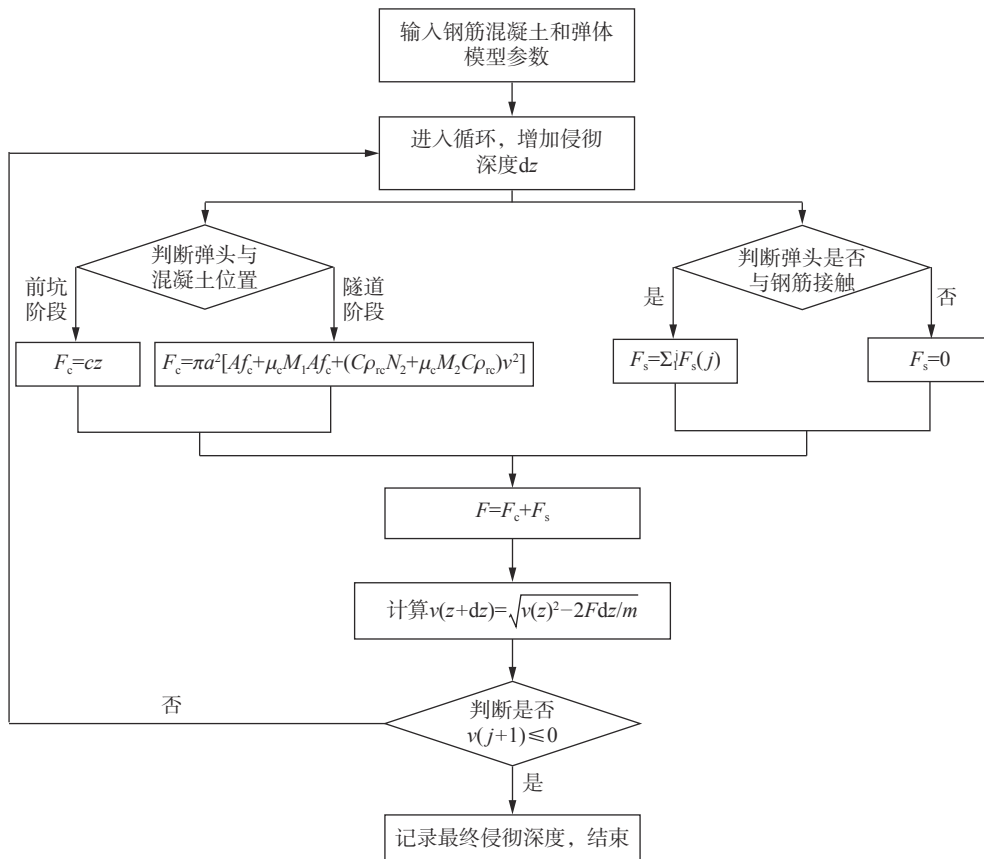


图 10 弹体侵彻计算流程图

Fig. 10 Flow chart of projectile penetration calculation

5 模型验证与分析

5.1 试验验证

Zhang 等^[30] 开展了卵形弹体对钢筋混凝土靶的侵彻试验。靶板为圆柱形, $\text{Ø}1200 \text{ mm} \times 800 \text{ mm}$, 混凝土抗压强度为 30 MPa, 2 种方式配筋: $\text{Ø}10 \text{ mm} @ 75 \text{ mm}$ 和 $\text{Ø}6.5 \text{ mm} @ 30 \text{ mm}$, 钢筋屈服强度为 360 MPa, 体积配筋率约 1.28%。试验弹长度为 288 mm, 直径 64 mm, 质量约 5 kg, 弹体头部长度为 106 mm, 头部曲径

比为 3, 利用 152 mm 口径空气炮发射, 弹体初速约为 430~440 m/s。试验和理论计算结果见表 1 和图 11 所示。

表 1 钢筋混凝土靶侵彻试验工况及结果

Table 1 Test conditions and results of reinforced concrete target penetration test

靶板编号	计划撞击点位置	配筋方式/mm	弹体质量/g	弹体初速度/(m·s ⁻¹)	侵彻深度/mm		
					试验结果 ^[30]	理论计算结果	相对误差/%
#1	网眼中心	∅10@75	4914	439	568	523	7.92
#2	钢筋交叉点	∅10@75	4920	439	546	503	7.88
#3	网眼中心	∅6.5@30	4968	430	552	517	6.34
#4	钢筋交叉点	∅6.5@30	4962	431	—	501	—

从图 11 可以看出, 对于#1 靶板, 由于弹径小于钢筋网眼尺寸, 当弹体从钢筋网眼中心穿过时两者不接触, 钢筋基本维持原状, 其主要作用是约束周边混凝土扩张; 对于#2 靶板, 虽然试验设计为弹体直接命中钢筋交叉点, 但由于试验命中点误差, 实际上弹体与钢筋发生了侧面碰撞, 钢筋塑性变形后的形状与弹体外轮廓高度吻合, 呈明显塑性拉伸变形特征, 进一步验证了本文塑性弦假设的合理性。根据图 10 计算流程, 依据本文相关公式, 弹体减加速度 ($D = -dv/dt$) 计算结果见

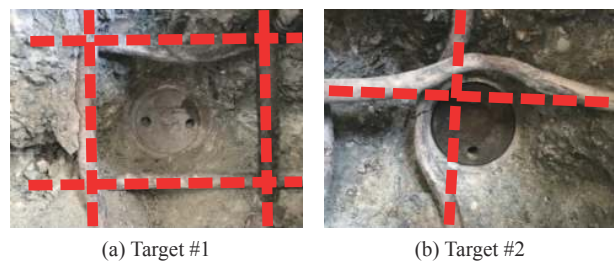


图 11 侵彻试验后部分靶板及钢筋破坏形态^[30]

Fig. 11 Partial target plate and reinforcing bars failure morphology after penetration test^[30]

图 12 所示, 可以看出钢筋对弹体有较为明显的直接阻力作用。图中出现突跃式台阶的是#4 工况, 该工况中弹体直接命中钢筋交叉点, 且弹体直径大于 2 倍钢筋网眼间距。因此, 突跃式台阶是钢筋剪切变形阻力引起的弹体减加速度值跃升; 钢筋被剪断后, 弹体所受阻力主要来自于钢筋塑性铰处弯曲变形和动能增量, 与剪切阻力相比会有较大幅度降低; 当弹体继续侵彻直至弹尖超过钢筋网垂直距离 20.3 mm 时, 弹着点旁边两侧钢筋与弹体发生侧面接触, 导致钢筋对弹体的直接阻力和弹体减加速度又有增加。

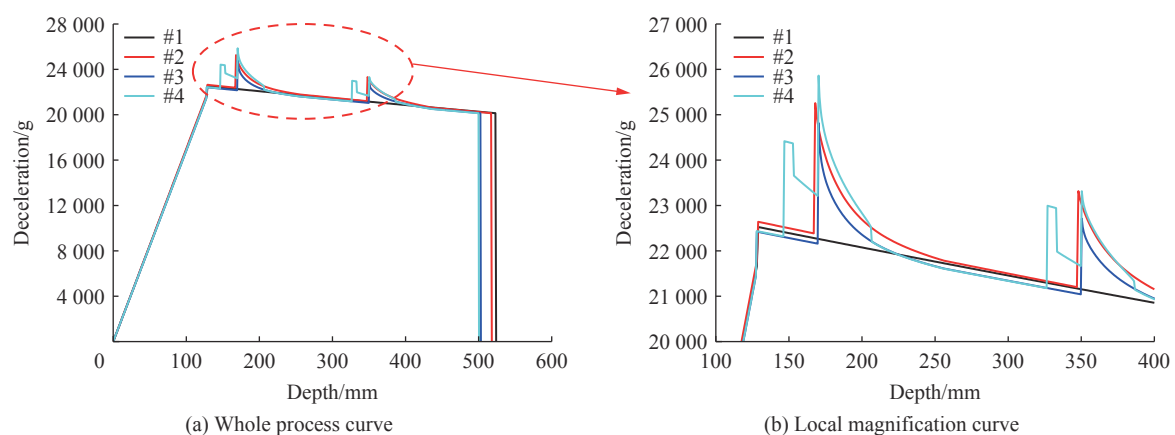


图 12 弹体减加速度计算结果

Fig. 12 Calculation results of projectile deceleration

5.2 模型分析

弹体正侵彻钢筋混凝土时, 单层钢筋网塑性响应区耗能越多, 对遮弹层抗侵彻性能的贡献越大。本

文主要研究相同配筋率情况下, 钢筋直径、网眼大小、钢筋强度和弹体命中钢筋部位对单层钢筋耗能的影响。因此, 固定以下参数: 弹体直径 $2a=150$ mm、曲径比 $\psi=3.0$ 、速度 $v_0=400$ m/s, 钢筋网垂直间距 $s_v=150$ mm; 钢筋屈服强度分为 300、400、500 MPa 三种, 对应失效应应变分为 0.10、0.15、0.20, 弹体命中位置设置为钢筋交叉点、单根钢筋中点、钢筋网眼中心三种; 其余参数取值如表 2 所示。其中, 钢筋直径和钢筋网眼大小的取值原则, 一是钢筋直径尽量涵盖实际工程常见尺寸, 二是尽量扩大钢筋网眼与弹体直径比值覆盖范围。

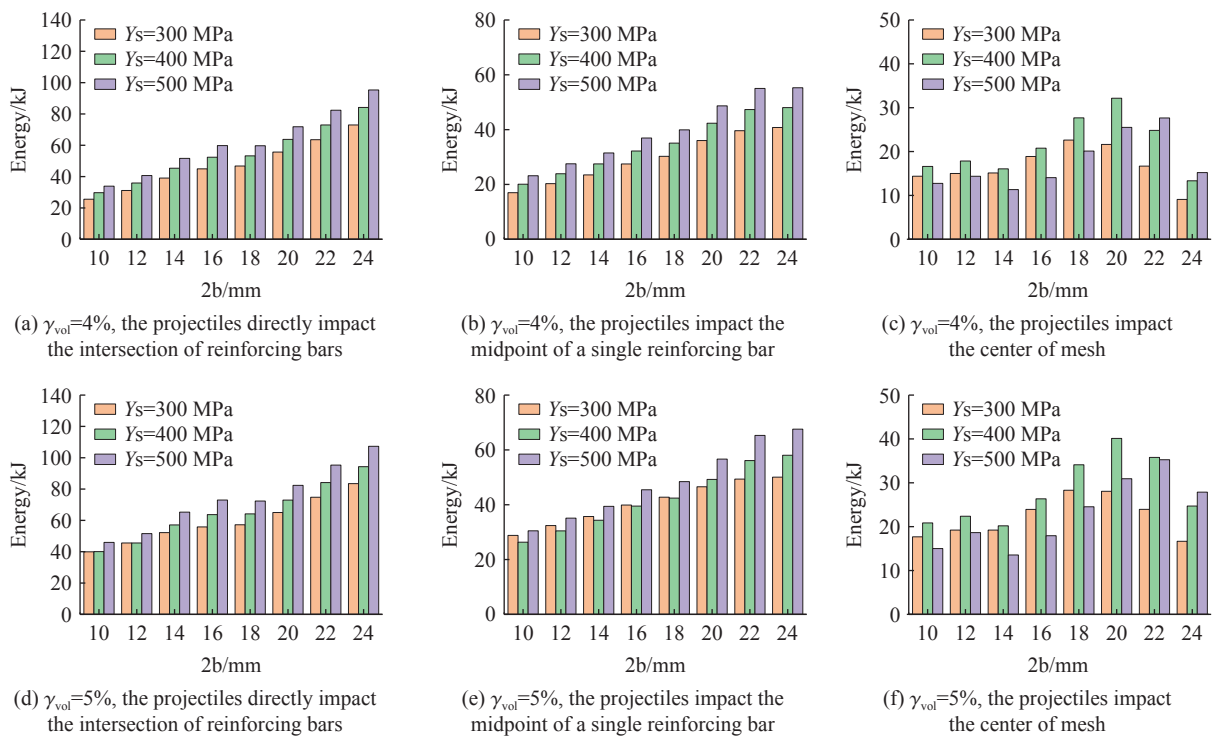
表 2 弹体侵彻钢筋混凝土靶部分影响参数

Table 2 Impact parameters of projectile penetration into reinforced concrete targets

$\gamma_{vol}/\%$	$2b/\text{mm}$	s_H/mm	$s_H/2a$	$\gamma_{vol}/\%$	$2b/\text{mm}$	s_H/mm	s_H/mm	$\gamma_{vol}/\%$	$2b/\text{mm}$	s_H/mm	s_H/mm
4	10	26.18	0.17	5	12	30.16	0.2	6	14	34.21	0.23
	12	37.7	0.25		14	41.05	0.27		16	44.68	0.3
	14	51.31	0.34		16	53.62	0.36		18	56.55	0.38
	16	67.02	0.45		18	67.86	0.45		20	69.81	0.47
	18	84.82	0.57		20	83.78	0.56		22	84.47	0.56
	20	104.72	0.7		22	101.37	0.68		24	100.53	0.67
	22	126.71	0.84		24	120.64	0.8		26	117.98	0.79
	24	150.8	1.01		26	141.58	0.94		28	136.83	0.91

注: γ_{vol} 为体积配筋率, $2b$ 为钢筋直径, s_H 为钢筋网眼大小。

根据本文理论模型, 计算得到不同配筋方式下单层钢筋耗能如图 13 所示, 可以看出: (1) 随着体积配筋率增加, 单层钢筋网耗能增加; (2) 相同配筋方式下, 弹体命中钢筋交叉点时耗能最多, 命中钢筋网眼中心时耗能最少; (3) 弹体直接命中钢筋工况下, 钢筋直径越大, 屈服强度越高, 耗能越多; (4) 弹体命中钢筋网眼中心工况下, 当配筋率一定时, 钢筋直径增加导致网眼尺寸随之增大, 钢筋耗能呈先增加后减小的总体趋势; 当钢筋屈服强度增加时, 由于其极限塑性应变减小, 钢筋耗能不一定增加。



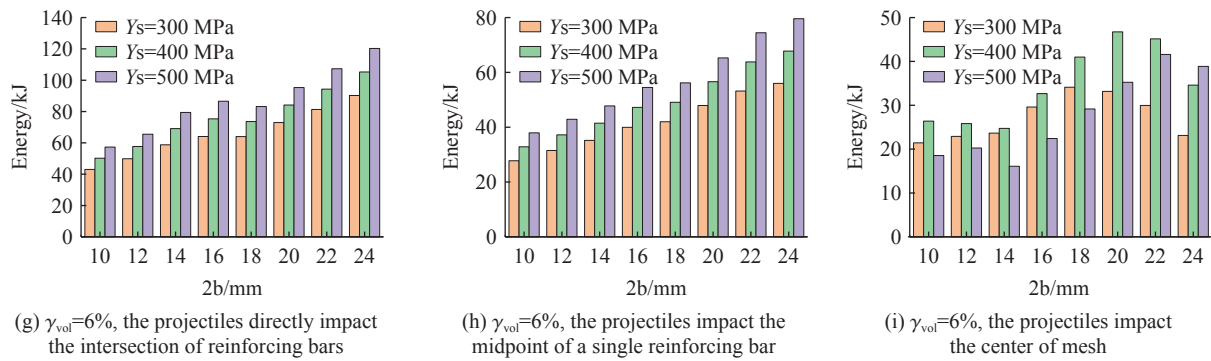


图 13 单层钢筋网耗能计算结果

Fig. 13 Calculation results of energy consumption for single-layer reinforcing bar mesh

根据上述分析,提出以下配筋建议:(1)相邻两层钢筋网错孔设置,即钢筋交叉点与相邻钢筋网的网眼中心对齐,以增加弹体直接命中钢筋的概率;(2)配筋率一定时,钢筋网眼与弹体直径比值宜设为 $0.5\sim 0.8$;(3)不宜过分追求高强度钢筋,应结合钢筋极限塑性应变值进行选择。

6 结 论

通过钢筋与弹体、混凝土直接作用时的应力计算,分析了有限长度固支梁模型的局限性。通过钢筋耗能分析建立了弹体与钢筋接触时的直接阻力函数,以及钢筋间接影响下混凝土抗侵彻阻力函数。通过与已有试验数据对比,验证了理论模型的合理性,并分析了钢筋直径、屈服强度、网眼尺寸等配筋方式对遮弹层抗侵彻性能的影响。得出以下主要结论:

(1)弹体直接命中钢筋和弹体与钢筋侧面碰撞 2 种工况下,钢筋动态响应存在明显区别,直接命中时,钢筋以剪切-塑性较变形为主;两者侧面碰撞时,钢筋轴力将很快达到塑性极限拉力,应按塑性弦模式和局部剪切变形为主进行耗能计算;

(2)以空腔膨胀理论模型为基础,依据弹体侵彻深度经验公式计算结果,可得到较为精确的钢筋间接影响下混凝土阻力方程,结合钢筋直接阻力模型,可以实现弹体侵彻钢筋混凝土全过程阻力计算;

(3)建议相邻两层钢筋网错孔设置、钢筋网眼与弹体直径比值宜设为 $0.5\sim 0.8$,同时应结合钢筋极限塑性应变进行高强钢筋选择和设计;

本文提出的弹体侵彻阻力模型适用于市场常见韧性较好的普通钢筋,对于韧性较差的高强/超高强钢筋,可能出现其与弹体接触后仅发生剪切断裂的情况,此时塑性铰链模型和塑性弦模型不再适用。

参考文献:

- [1] KENNEDY R P. A review of procedures for the analysis and design of concrete structures to resist missile impact effects [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 1976, 37(2): 183–203. DOI: 10.1016/0029-5493(76)90015-7.
- [2] LI Q M, REID S R, WEN H M, et al. Local impact effects of hard missiles on concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2005, 32(1/2/3/4): 224–284. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2005.04.005.
- [3] RIERA J D. Penetration, scabbing and perforation of concrete structures hit by solid missiles [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 1989, 115(1): 121–131. DOI: 10.1016/0029-5493(89)90265-3.
- [4] 邓勇军, 陈小伟, 钟卫洲, 等. 弹体正侵彻钢筋混凝土靶的试验及数值模拟研究 [J]. *爆炸与冲击*, 2020, 40(2): 023101. DOI: 10.11883/bzycj-2019-0001.
- [5] DENG Y J, CHEN X W, ZHONG W Z, et al. Experimental and numerical study on normal penetration of a projectile into a reinforced concrete target [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2020, 40(2): 023101. DOI: 10.11883/bzycj-2019-0001.
- [6] LUK V K, FORRESTAL M J. Penetration into semi-infinite reinforced-concrete targets with spherical and ogival nose projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1987, 6(4): 291–301. DOI: 10.1016/0734-743X(87)90096-0.

- [6] BARR P. Guidelines for the design and assessment of concrete structures subjected to impact: SRD-R-439-Issue-2 [R]. London: HMSO, 1988.
- [7] NDRC. Effects of impact and explosion: Summary Technical Report of Division 2, Vol. 1 [R]. Washington DC: National Defense Research Committee, 1946.
- [8] BERRIAUD C, SOKOLOVSKY A, GUERAUD R, et al. Local behaviour of reinforced concrete walls under missile impact [J]. *Nuclear Engineering & Design*, 1978, 45(2): 457–469. DOI: 10.1016/0029-5493(78)90235-2.
- [9] DANCYGIER A N. Effect of reinforcement ratio on the resistance of reinforced concrete to hard projectile impact [J]. *Nuclear Engineering & Design*, 1997, 172(1/2): 233–245. DOI: 10.1016/S0029-5493(97)00055-1.
- [10] CHEN X W, LI X L, HUANG F L, et al. Normal Perforation of reinforced concrete target by rigid projectile [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, 35(10): 1119–1129. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2008.01.002.
- [11] GRISARO H, DANCYGIER A N. A modified energy method to assess the residual velocity of non-deforming projectiles that perforate concrete barriers [J]. *International Journal of Protective Structures*, 2014, 5(3): 307–321. DOI: 10.1260/2041-4196.5.3.307.
- [12] XU X Z, MA T B, NING J G. Failure mechanism of reinforced concrete subjected to projectile impact loading [J]. *Engineering Failure Analysis*, 2019, 96: 468–483. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2018.11.006.
- [13] DENG Y J, CHEN X W, SONG W J. Dynamic cavity-expansion penetration model of elastic-cracked-crushed response for reinforced-concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2021, 157: 103981. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2021.103981.
- [14] LEE S, KIM C, YU Y, et al. Effect of reinforcing steel on the impact resistance of reinforced concrete panel subjected to hard-projectile impact [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2021, 148: 103762. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2020.103762.
- [15] 朱擎, 李述涛, 陈叶青. 配筋对超高性能混凝土抗侵彻性能的影响 [J]. *工程力学*, 2023, 40(S1): 62–73, 91. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2022.05.S046.
- ZHU Q, LI S T, CHEN Y Q. Influence of reinforcement on anti-penetration resistance of ultra-high-performance concrete [J]. *Engineering Mechanics*, 2023, 40(S1): 62–73, 91. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2022.05.S046.
- [16] 张爽, 武海军, 黄风雷. 刚性弹正侵彻钢筋混凝土靶阻力模型 [J]. *兵工学报*, 2017, 38(11): 2081–2092. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2017.11.001.
- ZHANG S, WU H J, HUANG F L. Resistance model of rigid projectile penetrating into reinforced concrete target [J]. *Acta Armamentarii*, 2017, 38(11): 2081–2092. DOI: 10.3969/j.issn.1000-1093.2017.11.001.
- [17] 黄民荣, 顾晓辉, 高永宏. 刚性弹丸侵彻钢筋混凝土的实验和简化分析模型 [J]. *实验力学*, 2009, 24(4): 283–290.
- HUANG M R, GU X H, GAO Y H. Experiment and simplified analytical model for penetration of rigid projectile in a reinforced concrete target [J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2009, 24(4): 283–290.
- [18] 黄民荣. 刚性弹体对混凝土靶的侵彻与贯穿机理研究 [D]. 南京: 南京理工大学, 2011.
- HUANG M R. Penetration and perforation mechanism of rigid projectile into the concrete target [D]. Nanjing: Nanjing University of Science & Technology, 2011.
- [19] HUANG C L, WANG Z Q, LI S T, et al. Analytical model of penetration depth and energy dissipation considering impact position [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2024, 191: 104997. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2024.104997.
- [20] 刘志林, 孙巍巍, 王晓鸣, 等. 卵形弹丸垂直侵彻钢筋混凝土靶的工程解析模型 [J]. *弹道学报*, 2015, 27(3): 84–90. DOI: 10.3969/j.issn.1004-499X.2015.03.016.
- LIU Z L, SUN W W, WANG X M, et al. Engineering analytical model of ogive-nose steel projectiles vertically penetrating reinforced concrete target [J]. *Journal of Ballistics*, 2015, 27(3): 84–90. DOI: 10.3969/j.issn.1004-499X.2015.03.016.
- [21] CHEN X W, LI Q M. Deep penetration of a non-deformable projectile with different geometrical characteristics [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2002, 27(6): 619–637. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00005-2.
- [22] PENG Y, WU H, FANG Q, et al. A note on the deep penetration and perforation of hard projectiles into thick targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2015, 85: 37–44. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.06.013.
- [23] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 国家市场监督管理总局. GB/T 50081-2019 混凝土物理力学性能试验方法标准 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2019: 145–146.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China, State Administration for Market Regulation. GB/T 50081-2019 Standard for test methods of concrete physical and mechanical properties [S]. Beijing: China

- Architecture and Building Press, 2019: 145–146.
- [24] 黄晓莹, 陶俊林. 三种建筑钢筋材料高应变率下拉伸力学性能研究 [J]. *工程力学*, 2016, 33(7): 184–189. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.12.1064.
- HUANG X Y, TAO J L. Tensile mechanical properties research of three construction steel bars in high strain rate [J]. *Engineering Mechanics*, 2016, 33(7): 184–189. DOI: 10.6052/j.issn.1000-4750.2014.12.1064.
- [25] NONAKA T. Some interaction effects in a problem of plastic beam dynamics-Part 2: analysis of a structure as a system of one degree of freedom [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1967, 34(3): 631–637. DOI: 10.1115/1.3607754.
- [26] FREW D J, HANCHAK S J, GREEN M L, et al. Penetration of concrete targets with ogive-nose steel rods [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1998, 21(6): 489–497. DOI: 10.1016/S0734-743X(98)00008-6.
- [27] FORRESTAL M J, ALTMAN B S, CARGILE J D, et al. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, 15(4): 395–405. DOI: 10.1016/0734-743X(94)80024-4.
- [28] CHEN X W, LI Q M. Deep penetration of a non-deformable projectile with different geometrical characteristics [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2002, 27(6): 619–637. DOI: 10.1016/S0734-743X(02)00005-2.
- [29] 王安宝, 邓国强, 杨秀敏, 等. 一个新的通用型侵彻深度计算公式 [J]. *土木工程学报*, 2021, 54(10): 36–46. DOI: 10.15951/j.tmgcxb.2021.10.004.
- WANG A B, DENG G Q, YANG X M, et al. A new general formula for calculating penetration depth [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2021, 54(10): 36–46. DOI: 10.15951/j.tmgcxb.2021.10.004.
- [30] ZHANG X Y, WU H J, ZHANG S, et al. Projectile penetration of reinforced concrete considering the effect of steel reinforcement: Experimental study and theoretical analysis [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2020, 144: 103653. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2020.103653.

(责任编辑 王小飞)