

考虑动态拉压比影响的岩石损伤本构模型*

胡学龙^{1,2,3}, 汪亦显³, 尹作明⁴, 张明¹, 郭盼盼³, 殷志强¹, 张向阳¹

(1.安徽理工大学 安徽省煤矿安全采掘装备制造业创新中心, 安徽 淮南, 232001;

2.中国矿业大学 煤炭精细勘探与智能开发全国重点实验室, 江苏 徐州, 221116

3.合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥, 230009;

4.北方爆破科技有限公司, 北京, 100089)

摘要: 岩石动态本构模型对理解动载下岩石的力学行为和解决岩石动力学问题具有重要作用。基于连续介质损伤力学, 建立了一个弹塑性损伤耦合的岩石动态本构模型。该模型以统一强度理论作为屈服准则, 并引入动态拉压比充分反映应变率效应; 采用有效塑性应变和体积塑性应变表示压损伤变量和用有效塑性应变表示拉损伤变量从而反映拉压条件下岩石不同的损伤演化规律; 采用分段函数来刻画岩石拉压条件下的不同塑性硬化行为; 基于 Fortran 语言和 LS-DYNA 用户材料自定义接口 (Umat) 对所建立的本构模型进行数值实现; 通过岩石单轴和三轴压缩试验、岩石单轴拉伸试验和岩石弹道试验等三个经典算例对所建立的本构模型展开验证。结果表明, 该本构模型能全面刻画岩石的动静态力学行为。

关键词: 本构模型; 损伤; 拉压比; 应变率; 数值模拟

中图分类号: XXXX.X

国标学科代码: XXXXXX

文献标识码: A

Study on the damage constitutive model of rock considering the influence of dynamic ratio of tension to compression

HU Xuelong^{1,2,3}, WANG Yixian³, YIN Zuoming⁴, ZHANG Ming¹, GUO Panpan³, YIN Zhiqiang¹, ZHANG Xiangyang¹

(1. Coal Mine Safety Mining Equipment Innovation Center of Anhui Province, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, Anhui, China;

2. State Key Laboratory for Fine Exploration and Intelligent Development of Coal Resources, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, Jiangsu, China;

3. College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, Anhui, China;

4. North Blasting Technology Co., Ltd., Beijing 10089, China)

Abstract: The dynamic constitutive model of rocks plays an important role in understanding the mechanical behavior of rocks under dynamic loads and solving rock dynamics problems. A dynamic constitutive model of rock with elastoplastic damage coupling based on continuum damage mechanics was established. This model **used** the unified strength theory as the yield criterion and **introduced** a dynamic ratio of tension to compression to fully reflect the strain rate effect. The compressive damage

*收稿日期: 2024-09-10; 修回日期: 2024-10-30;

基金项目: 煤炭精细勘探与智能开发全国重点实验室开放课题 (SKLCRSM22KF014); 安徽省煤矿安全采掘装备制造业创新中心开放课题 (SMSMEICAP2023003); 国家自然科学基金 (52104114);

第一作者: 胡学龙 (1989—), 男, 博士, 副教授. E-mail: xuelonghu@aust.edu.cn;

通信作者: 汪亦显 (1980—), 男, 博士, 教授. E-mail: wangyixian2012@hfut.edu.cn.

variable **was** expressed with effective plastic strain and volumetric plastic strain, and the tensile damage variable with effective plastic strain to reflect the different damage evolution laws of rocks under tensile and compressive conditions. Using piecewise functions **characterized** different plastic hardening behaviors of rocks under tensile and compressive conditions. The established constitutive model **was** numerically implemented of based on Fortran language and LS-DYNA user material customization interface (Umat). The established constitutive model was validated through three classic examples, namely, uniaxial and triaxial compression tests, uniaxial tensile tests, and ballistic tests on rocks. The results indicate that the constitutive model can comprehensively characterize the dynamic and static mechanical behavior of rocks.

Keywords: constitutive model, damage, ratio of tension to compression, strain rate, numerical simulation

1 引言

岩石是矿业工程、土木工程和防护工程等领域中广泛涉及到的脆性材料，在这些领域中岩石经常受到爆炸和冲击等动载作用，岩石将不可避免地承受高压和高应变率^[1]。如何能够准确描述并全面预测岩石材料的动态力学行为一直是国内外学者共同努力的目标之一^[2]。随着计算机技术的发展，数值模拟在解决岩石动力学问题方面发挥着越来越重要的作用。研究表明^{[2][4]}，一个合适的岩石材料模型对理解和预测岩石材料的动态响应和失效行为至关重要。

目前，在国内外学者共同的努力下，一系列岩石材料的动态本构模型被提出，其中被广泛使用的是 HJC 模型^[5]，KCC 模型^[6]，CSC 模型^[7]和 RHT 模型^[8]，这些模型被称为经典模型。经典模型自身都存在一定的缺陷，比如，HJC 模型仅考虑压损伤而忽视了拉损伤^[9]；KCC 模型不能够准确捕捉到岩石材料的拉伸行为^[10]；CSC 模型通过关联流动法则计算塑性应变从而可能导致不能够准确捕捉到岩石材料的体积膨胀行为^[11]；RHT 模型忽略了 Lode 角效应^[12]。

为了克服经典模型的缺陷，一些修正模型和新的模型被已经建立。Polanco-Loria 等^[9]通过考虑第三偏应力的影响、应变率的敏感性和拉损伤变量修正了 HJC 模型；凌天龙等^[12]基于 RHT 模型提出了双线性拉伸软化模型，引入了 Lode 角因子，修正了应变率增强因子和拉-压子午比的计算公式。Yang 等^[13]建立了一个新的岩石损伤-塑性本构模型，该模型考虑了动载荷作用下的压缩压力和应变速率对岩石强度和峰后特性的影响。Li 等^[14]基于扩展的 Drucker-Prager 强度准则和 Johnson-Cook 材料模型建立了岩石材料的动态模型，该模型考虑了岩石材料在高围压和高应变率下条件下的力学行为。Huang 等^[1]在 Kong 等^[15]所建立的混凝土动态模型的基础上提出了一个岩石的本构模型，模型充分考虑了岩石的高围压和应变率效应。胡学龙等^[16]基于统一强度理论建立了一个岩石动态损伤模型。无论是经典模型还是新建立的模型，这些模型都有其优缺点^[1]。谢福君等^[17]基于经典模型和统计损伤力学，提出了一个岩石压拉统计损伤本构模型。江雅勤等^[18]通过组合模型的方法，构建了砂岩含损伤的动态本构模型。Shu 等^[19]提出了一种具有三个光滑失效强度曲面和三个不变量的新本构模型，该模型可以精确地捕捉静水压力引起的损伤机制以及拉伸和剪切损伤的相互作用。Huang 等^[20]基于 HJC 模型和 JH-2 模型建立了考虑高应变率和围岩影响的岩石动态边界表面塑性损伤模型。Xu 等^[21]结合孕育特征时间 (ICT) 准则和统一强度理论 (UST)，建立了一种通过等效应力历史捕获动态强度增加的弹性塑性损伤本构模型。因此，对经典模型的改进和新模型的建立仍是我们共同努力方向之一。

本文以统一强度理论作为屈服准则，并把动态拉压比引入到屈服准则中，建立了一个考虑动态拉压比影响的弹塑性损伤耦合模型，并通过岩石的单轴和三轴压缩试验，单轴拉伸试验和子弹侵彻岩石试验对新建立的本构模型进行验证。

2 岩石损伤模型构建

2.1 考虑动态拉压比的统一强度准则

统一强度理论由俞茂宏等人提出，该强度理论充分考虑了作用于正交八面体单元的所有应力分量及其对材料失效的各种影响^[22]。统一强度理论有着明确的物理意义和统一的力学模型，因此，统一强度理论广泛应用于各种工程领域中，如采矿工程、土木工程、边坡工程和防护工程等。统一强度理论用主应力可表示为

$$F = \begin{cases} \sigma_1 - \frac{a}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) - \sigma_t, \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \\ \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - a\sigma_3 - \sigma_t, \sigma_2 > \frac{\sigma_1 + a\sigma_3}{1+a} \end{cases} \quad (1)$$

式中： σ_1 、 σ_2 和 σ_3 分别为第一、二、三主应力； a 为岩石材料单轴抗拉强度 σ_t 与单轴抗压强度 σ_c 的比值， $a=\sigma_t/\sigma_c$ ； b 为中间主应力参数，反映中间主应力 σ_2 对材料强度的影响，该参数在实际应用中作为强度准则的选择参数，因此，统一强度理论也称为双参数统一强度理论。

统一强度理论不是单一的强度准则，而是随着中间主应力参数 b 的变化，统一强度理论可以形成一系列外凸强度准则（ $0 \leq b \leq 1$ ）和非凸强度准则（ $b < 0$ 或 $b > 1$ ）^[23]。当 $b=0$ 时，统一强度理论简化为莫尔-库仑准则，这是统一强度理论的下边界；当 $b=1$ 时，统一强度理论简化为双剪强度准则，这是统一强度理论的上边界。当 $a=1$ 和 $b=0$ 时，统一强度理论变为 Tresca 强度准则；当 $a=1$ 和 $b=1/2$ ，统一强度理论线性逼近 von Mises 强度准则。如图 1 所示。

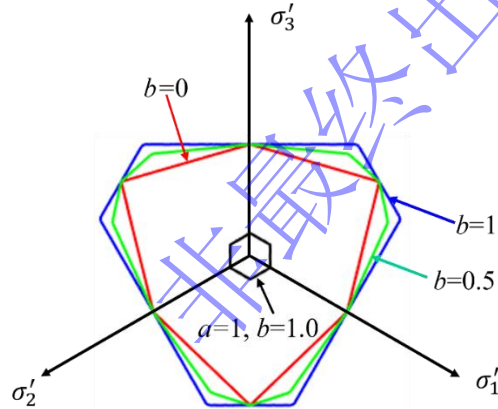


图 1 统一强度理论屈服面在偏平面上的轨迹

Fig.1 The trajectory of the yield surface of the unified strength theory on the deviatoric plane

为了使统一强度理论反映岩石材料的应变率效应，以往的研究通常采用瞬时应变率增强模型，即将准静态抗拉强度 σ_t 替换成动态抗拉强度 σ_{td} ，从而使强度面沿着其径向或者法向进行放大。虽然该方法一定程度上捕捉了岩石材料统一强度面在不同应变率下的演化规律，但只是单纯地将强度面进行整体放大，忽略了岩石材料单轴抗拉强度与单轴抗压强度之比 a 的应变率依赖性，这与实验结果不符^[24]。因此，应变率依赖的动态拉压比 a_d 需要考虑到统一强度理论中，从而让动态统一强度理论更好地解释材料屈服失效机制。

根据文献^{[25]-[27]}，在相同应变率下，仅由应变率效应引起的动态抗压强度和抗拉强度增量相等，因此有

$$\sigma_{td} - \sigma_t = \sigma_{cd} - \sigma_c \quad (2)$$

式中： σ_{td} 为岩石材料单轴动态抗拉强度； σ_{cd} 为岩石材料单轴动态抗压强度。

岩石材料动态单轴强度与准静态单轴强度的关系为

$$\sigma_{td} = DIF_t \sigma_t \quad (3)$$

$$\sigma_{cd} = DIF_c \sigma_c \quad (4)$$

式中： σ_{td} 、 σ_{cd} 分别为岩石材料动态单轴抗拉强度和动态单轴抗压强度； DIF_t 、 DIF_c 分别为抗拉强度动

态增长因子和抗压强度动态增长因子。

联立式(2)~(4)得

$$DIF_c = (DIF_t - 1)a + 1 \quad (5)$$

动态拉压强度 a_d 可表示为

$$a_d = \frac{\sigma_{td}}{\sigma_{cd}} \quad (6)$$

联立式(3)、(4)和(6)得

$$a_d = \frac{DIF_t a}{DIF_c} \quad (7)$$

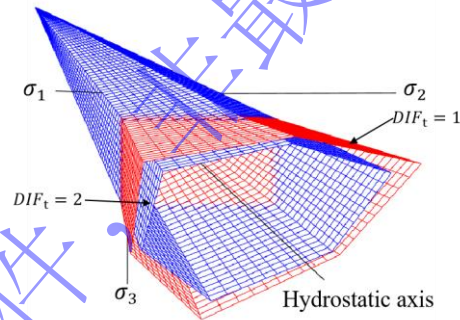
联立式(5)和(7)得

$$a_d = \frac{DIF_t a}{(DIF_t - 1)a + 1} \quad (8)$$

把式(1)中的 a 和 σ_d 分别替换为 a_d 和 σ_{td} , 可得动态统一强度理论为

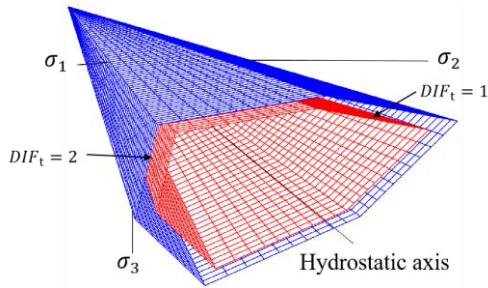
$$F = \begin{cases} \sigma_1 - \frac{1}{1+b} \frac{DIF_t a}{(DIF_t - 1)a + 1} (b\sigma_2 + \sigma_3) - DIF_t \sigma_t, \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a_d \sigma_3}{1 + a_d} \\ \frac{1}{1+b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \frac{DIF_t a}{(DIF_t - 1)a + 1} \sigma_3 - DIF_t \sigma_t, \sigma_2 > \frac{\sigma_1 + a_d \sigma_3}{1 + a_d} \end{cases} \quad (9)$$

图 2(a)为考虑动态拉压比统一强度理论屈服面在主应力空间的屈服面轨迹, 动态拉压比随着拉伸强度动态增长因子的增加而增加。图 2(b)为没有考虑动态拉压比统一强度理论屈服面在主应力空间的屈服面, 屈服面只是径向扩大而拉压比保持不变。



(a) 考虑拉压比

(a) Considering the tension compression ratio



(b) 不考虑拉压比

(b) Without considering the tension compression ratio

图 2 统一强度理论屈服面在主应力空间中的轨迹

Fig.2 The trajectory of the yield surface of the unified strength theory in the principal stress space
本文中的抗拉强度动态增长因子 DIF_t 可以表示为^[27]

$$DIF_t = 1 + Ae^{[B]g_{\varepsilon_0}^{\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon_0}} - C]} \quad (10)$$

式中：\$A\$、\$B\$ 和 \$C\$ 为应变率参数，它们可以通过试验数据进行拟合得到。

2.2 损伤演化

为了刻画岩石在从变形到破坏的过程中刚度和强度的退化，需要对损伤因子 \$\omega\$ 进行合适表示。由于岩石材料在压拉应力状态下损伤具有不同的演化规律，因此为了反映不同应力状态下的损伤机制，分别对压损伤和拉伸损伤进行了处理。

(1) 压损伤

在本文中，压损伤被认为由剪切损伤和静水压力损伤两部分组成，其中剪切损伤是由剪切诱发微裂纹引起的，静水压力损伤来源于孔隙压实。本文引入 HJC 模型中对损伤变量的表示^[5]，即

$$\omega_c = \sum \frac{d\gamma^p + d\mu^p}{D_1(P^* + a)D_2} \quad (11)$$

$$d\gamma^p = \sqrt{\frac{2}{3} \left[\left(d\varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\delta_{mn} d\varepsilon_{mn}^p) \right) \left(d\varepsilon_{ij}^p - \frac{1}{3} \delta_{ij} (\delta_{mn} d\varepsilon_{mn}^p) \right) \right]} \quad (12)$$

$$d\mu^p = \delta_{ij} d\varepsilon_{ij}^p \quad (13)$$

式中：\$\omega_c\$ 为压损伤变量；\$d\gamma^p\$ 为有效塑性应变增量；\$d\varepsilon_{ij}^p\$ 为塑性应变增量；\$D_1\$ 和 \$D_2\$ 为岩石材料损伤常数；\$P^*\$ 为标准化静水压力，\$P^* = P/\sigma_c\$，\$P\$ 为实际静水压力；\$d\mu^p\$ 为塑性体积应变增量；\$\delta_{ij}\$ 为克罗内克符号。

\$P\$ 与体积应变 \$\mu\$ 的关系可以分为三个阶段：线弹性阶段、过渡阶段和压实致密阶段，如图 3 所示^[5]。在线弹性阶段 (\$0 \le \mu < \mu_{crush}\$)，\$P\$ 可以表示为 \$P = K\mu\$ (\$K = P_{crush}/\mu_{crush}\$)；在过渡阶段 (\$\mu_{crush} \le \mu < \mu_{plock}\$)，\$P\$ 可以表示为 \$P = (P_{lock} - P_{crush}) / (\mu_{plock} - \mu_{crush}) (\mu - \mu_{crush}) + P_{crush}\$；在压实致密阶段 (\$\mu \ge \mu_{plock}\$)，\$P\$ 可以表示为 \$P = K_1 \bar{\mu} + K_2 \bar{\mu}^2 + K_3 \bar{\mu}^3\$。式中：\$K\$ 为体积模量；\$P_{crush}\$ 为岩石达到弹性极限时的静水压力；\$\mu_{crush}\$ 为 \$P = P_{crush}\$ 时所对应的体积应变；\$P_{lock}\$ 为岩石被压实时时的静水压力；\$\mu_{plock}\$ 为 \$P = P_{lock}\$ 时所对应的体积应变；\$\mu_{lock}\$ 为岩石被压实时产生的塑性变形；\$K_1\$、\$K_2\$、\$K_3\$ 为岩石材料参数；\$\bar{\mu}\$ 为修正后的体积应变。

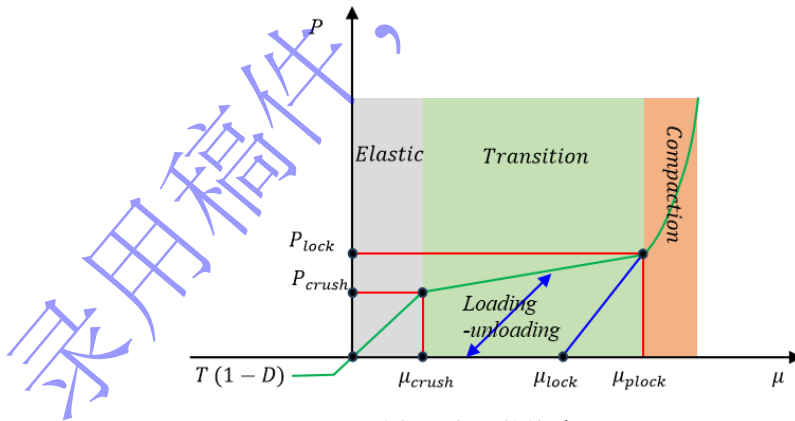


图 3 \$P\$ 与 \$\mu\$ 的关系

Fig.3 The relationship between \$P\$ and \$\mu\$

(2) 拉损伤

拉损伤由拉伸产生的微裂纹造成的，参考文献^[28]，拉伸损伤可以表示为

$$\omega_t = \eta_1 (1 - e^{-\eta_2 \gamma^p}) \quad (14)$$

式中：\$\gamma^p\$ 为有效塑性应变；\$\eta_1\$ 和 \$\eta_2\$ 为材料拉损伤参数。

2.3 硬化行为

研究表明，岩石在压缩和拉伸条件下的硬化行为有显著差异。一般来说，岩石材料在压缩条件下

有硬化行为，而在拉伸条件下表现出拉脆性而没有硬化行为^{[28]-31 [31]}。为了区别不同的硬化行为，采用的分段函数为

$$h = \begin{cases} \beta_0 + (\beta_m - \beta_0) \frac{\gamma^p}{b_1 + \gamma^p}, & p \geq 0 \\ 1, & p < 0 \end{cases} \quad (15)$$

式中： β_0 、 β_m 分别是塑性硬化的初始临界值和最大临界值； b_1 是控制硬化速率的参数。

2.4 本构关系

塑性势函数控制着岩石材料的塑性膨胀，本文中的塑性势函数为^[32]

$$G = \begin{cases} \sigma_1 - \frac{a^*}{1+b} (b\sigma_2 + \sigma_3), & \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a^* \sigma_3}{1+a^*} \\ \frac{1}{1+b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - a^* \sigma_3, & \sigma_2 > \frac{\sigma_1 + a^* \sigma_3}{1+a^*} \end{cases} \quad (16)$$

式中： a^* 为反映塑性势摩擦角的假设参数， $a^* = (1 - \sin\psi)/(1 + \sin\psi)$ ； ψ 为膨胀角。

因此，塑性应变增量为

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (17)$$

式中： $d\lambda$ 为塑性乘子； $d\varepsilon_{ij}^p$ 为塑性应变增量张量； σ_{ij} 为应力张量。

根据一致性条件有

$$dF' = \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F'}{\partial \gamma^p} d\gamma^p + \frac{\partial F'}{\partial \omega} d\omega = 0 \quad (18)$$

式中： F' 为考虑损伤和硬化行为的统一强度理论，即

$$F' = \begin{cases} \sigma_1 - \frac{1}{1+b} \frac{DIF_t a}{(DIF_t - 1)a + 1} (b\sigma_2 + \sigma_3) - \omega h DIF_t \sigma_t, & \sigma_2 \leq \frac{\sigma_1 + a_d \sigma_3}{1+a_d} \\ \frac{1}{1+b} (\sigma_1 + b\sigma_2) - \frac{DIF_t a}{(DIF_t - 1)a + 1} \sigma_3 - \omega h DIF_t \sigma_t, & \sigma_2 > \frac{\sigma_1 + a_d \sigma_3}{1+a_d} \end{cases} \quad (19)$$

根据连续介质损伤力学，应力增量与应变增量之间的关系为

$$d\sigma_{ij} = (1 - \omega) D_{ijmn} (d\varepsilon_{mn} - d\varepsilon_{mn}^p) - d\omega D_{ijmn} (\varepsilon_{mn} - \varepsilon_{mn}^p) \quad (20)$$

式中： $d\sigma_{ij}$ 为应力增量张量； D_{ijmn} 为弹性张量。

联立式(12)和式(17)可得

$$d\gamma^p = d\lambda \sqrt{\frac{2}{3} \left[\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\delta_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right) \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\delta_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right) \right]} \quad (21)$$

联立式(17)、式(18)、(20)和式(21)可得

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} (1 - \omega) D_{ijmn} d\varepsilon_{mn} + \left[\frac{\partial F'}{\partial \omega} - \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijmn} (\varepsilon_{mn} - \varepsilon_{mn}^p) \right] d\omega}{(1 - \omega) \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} - Q \frac{\partial F'}{\partial \gamma^p}} \quad (22)$$

式中： $Q = \sqrt{\frac{2}{3} \left[\left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\delta_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right) \left(\frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \left(\delta_{mn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \right) \right) \right]}$ 。

因此，模型的本构关系为

$$d\sigma_{ij} = (1 - \omega) D_{ijmn} (1 - Q_1) d\varepsilon_{mn} - [Q_2 + D_{ijmn} (\varepsilon_{mn} - \varepsilon_{mn}^p)] d\omega \quad (23)$$

$$Q_1 = \frac{(1 - \omega) \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}}}{(1 - \omega) \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} - Q \frac{\partial F'}{\partial \gamma^p}} \quad (24)$$

$$Q_2 = \frac{(1 - \omega) \left[\frac{\partial F'}{\partial \omega} - \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijmn} (\varepsilon_{mn} - \varepsilon_{mn}^p) \right] D_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}}}{(1 - \omega) \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} - Q \frac{\partial F'}{\partial \gamma^p}} \quad (25)$$

3 模型数值实现

为了求解和验证本构模型以及增强模型的应用性，需要对本构模型进行数值实现。由于本文中建立的本构模型是一个塑性损伤耦合的模型，对模型进行求解比较复杂，因此本文采用完全隐式后向欧拉算法的简化形式半隐式应力返回算法^[33]对模型进行数值实现，半隐式应力返回算法的示意图如图4所示。模型数值实现的流程如下：

(1) 弹性预测：计算试探应力 $\sigma_{ij}^{tri} = \sigma_{ij}^k + D_{ijmn} \Delta \varepsilon_{mn}^{k+1}$

(2) 判断强度屈服函数 $F'(\sigma_{ij}^{tri}, \gamma^{p,k}, \omega^k) \leq 0$ 是否存在。若存在，则有 $\sigma_{ij}^{k+1} = \sigma_{ij}^{tri}$ ；若不存在，继续进行第(3)步；

(3) 应力返回：当 $F'(\sigma_{ij}^{tri}, \gamma^{p,k}, \omega^k) > 0$ 时，试探应力位于屈服面以外，需要把试探应力拉回到屈服面上。根据塑性力学可知，在屈服面上有

$$F',k+1(\sigma_{ij}^{k+1}, \gamma^{p,k+1}, \omega^{k+1}) = 0 \quad (26)$$

对式(26)在试探应力处进行一次泰勒展开有

$$F',k+1 = F',tri + \frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} \Delta \sigma_{ij}^{crector} \Big|^{tri} + \frac{\partial F'}{\partial \omega} \Delta \omega \Big|^{tri} = 0 \quad (27)$$

其中

$$\Delta \sigma_{ij}^{crector} = \sigma_{ij}^{k+1} - \sigma_{ij}^{tri} = \left[-(1 - \omega^k) D_{ijmn} \Delta \varepsilon_{mn}^p - \frac{\sigma_{ij}}{1 - \omega^k} \right]^{tri}$$

联立式(17)、(21)、(26)和(27)可得

$$d\lambda = \frac{F',tri}{\frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij}} (1 - \omega^k) D_{ijmn} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{mn}} \Big|^{tri} + \left\{ Q' \left[\frac{\partial F'}{\partial \sigma_{ij} (1 - \omega^k)} \frac{\sigma_{ij}}{\partial \omega} \right] \Big|^{tri} - Q \frac{\partial F'}{\partial \gamma^p} \Big|^{tri} \right.} \quad (28)$$

$$\text{式中, } Q' = \begin{cases} \frac{Q + \delta_{ij} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}}{D_1 (p^* + a) D_2}, & (p \leq 0) \\ \eta_1 \eta_2 e^{-\eta_2 \gamma^p} Q, & (p > 0) \end{cases}$$

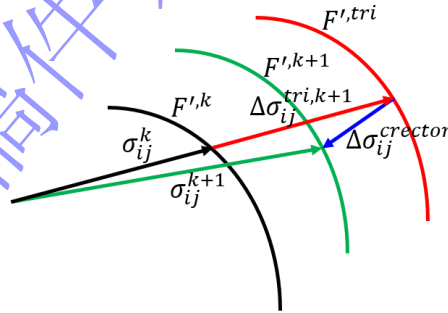


图4 应力返回算法示意图

Fig.4 Schematic diagram of stress return algorithm

(4) 更新应力 σ_{ij}^{k+1} ，塑性应变 $\varepsilon_{ij}^{p,k+1}$ ，有效塑性应变 $\gamma^{p,k+1}$ 和损伤变量 ω^{k+1} 。

$$\sigma_{ij}^{k+1} = \sigma_{ij}^k + \Delta \sigma_{ij}^{tri,k+1} + \Delta \sigma_{ij}^{crector} \quad (29)$$

$$\varepsilon_{ij}^{p,k+1} = \varepsilon_{ij}^{p,k} - C_{ijmn}^{k+1} \Delta \sigma_{mn}^{crector} \quad (30)$$

$$\gamma^{p,k+1} = \gamma^{p,k} + \Delta \gamma^{p,k+1} \quad (31)$$

$$\omega^{k+1} = \omega^k + \Delta \omega^{k+1} \quad (32)$$

根据以上计算流程,通过 LS-DYNA 的用户材料自定义接口 Umat,采用 Fortran 语言对本构模型的求解进行编程,并把新生成的求解器导入到 LS-DYNA 软件中。

4 模型验证

一个模型的正确与否需要通过试验进行验证,在该部分通过岩石的单轴和三轴压缩试验、单轴拉伸试验和弹道试验对本文所建立的模型进行验证。

4.1 岩石压缩试验

Wawersik 等^[34]对田纳西大理石进行了一系列的单轴和三轴压缩试验,田纳西大理岩的基本物理力学参数如下:密度 $\rho=2680\text{kg/m}^3$,弹性模量 $E=71.91\text{GPa}$,泊松比 $\nu=0.20$,单轴抗压强度 $\sigma_c=130\text{MPa}$,单轴抗拉强度 $\sigma_t=36.65\text{MPa}$ 。数值模拟中大理岩有限元模型与试验中的大理岩试件形状和尺寸相同,即形状为圆柱形,尺寸为 $\Phi 50\text{mm} \times 100\text{mm}$,有限元网格尺寸为 2mm ,有限元模型和边界条件如图 5 所示。数值模拟中所采用的其它模型参数如下: $A=0, B=0, C=0, \beta_0=0.8, \beta_m=1.15, b_1=1.8 \times 10^{-4}, D_1=0.015, D_2=1.0, \mu_{\text{crush}}=0.88 \times 10^{-3}, \mu_{\text{lock}}=0.011, P_{\text{crush}}=35\text{MPa}, P_{\text{lock}}=0.8\text{GPa}, K_1=51.86\text{GPa}, K_2=-54.12\text{GPa}, K_3=1359.66\text{GPa}, \eta_1=0.98, \eta_2=300$,上述参数的具体确定方法可参考文献[2]。

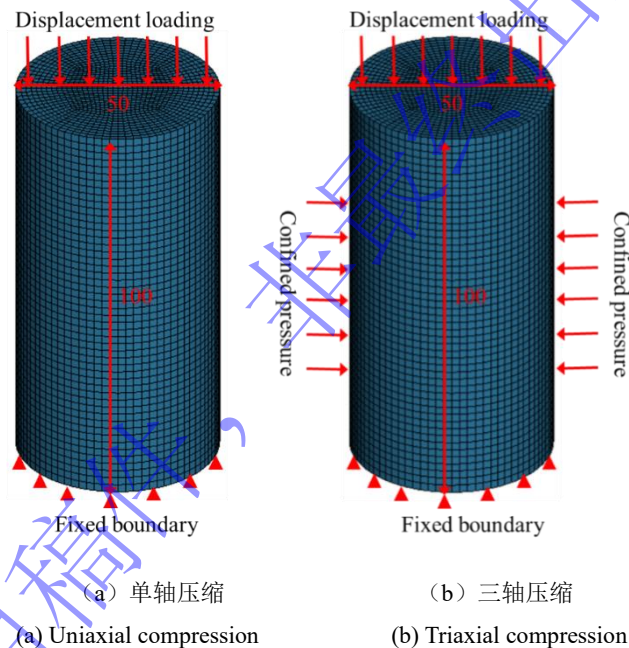
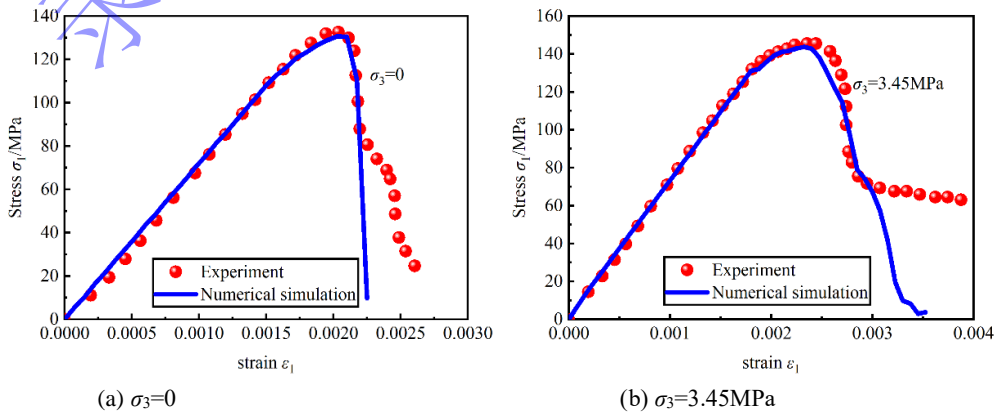


图 5 大理岩单轴压缩和三轴压缩有限元模型及边界条件

Fig.5 Finite element models and boundary conditions for uniaxial and triaxial compression of marble



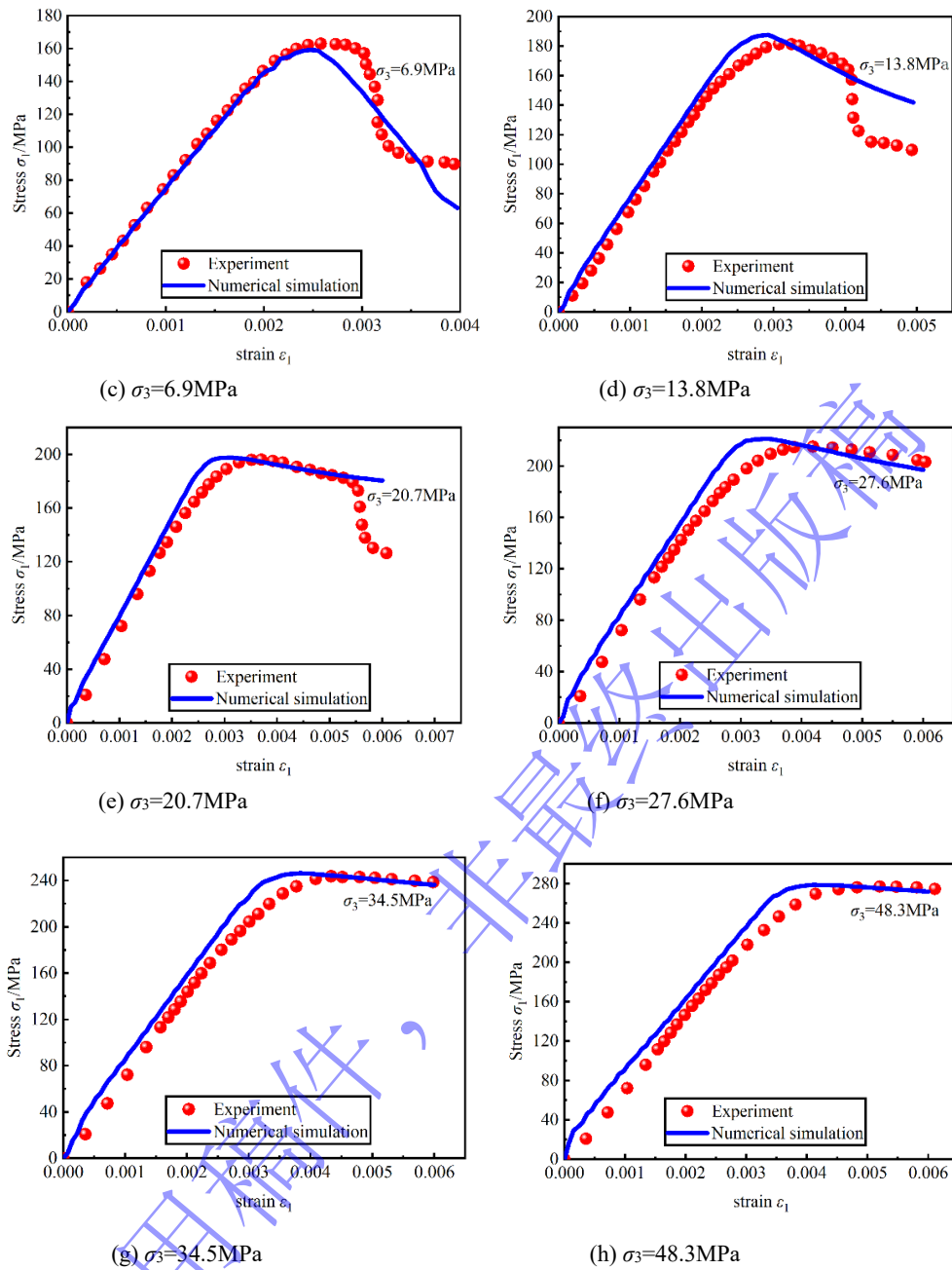


图6 大理岩在不同围压下的应力应变曲线

Fig.6 Stress strain curves of marble under different confining pressures

图6为大理岩在不同围压下的应力应变曲线。从图中可以看出，大理岩的应力应变曲线数值模拟结果与试验数据比较吻合。不同围压下大理岩的应力应变曲线均经历了线弹性、硬化和软化三个阶段；随着围压的增加，大理岩由脆性逐渐向韧性转变。

4.2 岩石拉伸试验

Okubo等^[29]对凝灰岩进行了单轴拉伸试验，获取了凝灰岩完整的应力应变曲线。凝灰岩的基本物理力学参数如下：密度 $\rho=1920\text{kg/m}^3$ ，弹性模量 $E=5.87\text{GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.23$ ，单轴抗压强度 $\sigma_c=32.92\text{MPa}$ ，单轴抗拉强度 $\sigma_t=2.71\text{MPa}$ 。凝灰岩单轴拉伸的数值模拟试验中所采用的其它模型参数如下： $A=0$ ， $B=0$ ， $C=0$ ， $\beta_0=1.0$ ， $\beta_m=1.0$ ， $b_1=1.8\times 10^{-4}$ ， $D_1=0.04$ ， $D_2=1.0$ ， $\mu_{crush}=3.04\times 10^{-3}$ ， $\mu_{lock}=0.0245$ ， $P_{crush}=11\text{MPa}$ ， $P_{lock}=0.54\text{GPa}$ ， $K_1=9.76\text{GPa}$ ， $K_2=-21.80\text{GPa}$ ， $K_3=401.85\text{GPa}$ ， $\eta_1=0.98$ ， $\eta_2=160$ 。有限元模型与试验试样保持一致，即形状为圆柱形，尺寸为 $\Phi 25\text{mm}\times 50\text{mm}$ ^[29]，有限元网格尺寸为2mm。凝灰岩有限元模型

与边界条件如图 7 所示。

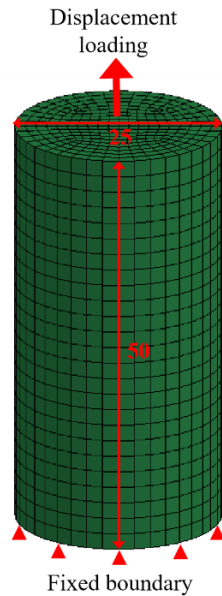


图 7 凝灰岩单轴拉伸有限元模型及边界条件

Fig.7 Uniaxial tensile finite element model and boundary conditions of tuff

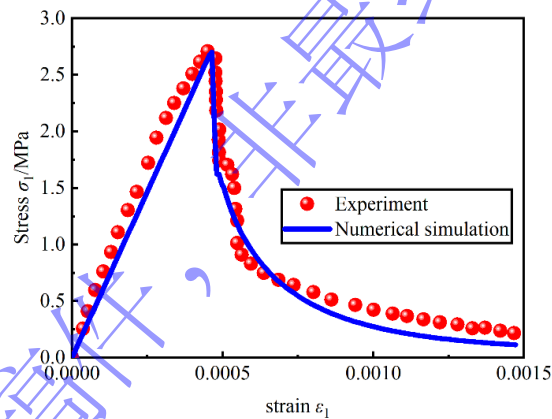


图 8 凝灰岩单轴拉伸应力应变曲线

Fig.8 Uniaxial tensile stress strain curve of tuff

图 8 为凝灰岩单轴拉伸应力应变曲线。从图中凝灰岩在单轴拉伸条件下经历了线弹性和软化两个过程；凝灰岩单轴拉伸应力应变曲线的数值模拟结果与试验数据比较吻合。

4.3 子弹侵彻岩石试验

Seah 等^[35]对花岗岩进行了子弹侵彻试验，该部分基于此实验对建立的模型进行验证。试验中钢制子弹由压缩气体枪发射，通过光电池系统测量子弹在最终撞击目标之前的初速度。钢制子弹长 94.9mm，直径 20mm，质量 0.2 kg，具体尺寸如图 9 所示。花岗岩靶尺寸为 600mm×600mm×100mm，重量约为 100kg，由刚性钢板锚定，花岗岩弹道试验装置如图 10 所示。为了降低计算成本和提高计算效率，仅对四分之一的花岗岩靶和钢制子弹进行建模，如图 11 所示。钢制子弹和花岗岩靶采用三维实体单元 SOLID 164。为了在节省计算时间同时保证计算精度，对花岗岩靶进行了局部网格细化，花岗岩靶体的单元尺寸在撞击位置近区为 1mm，超过子弹直径的三倍后扩大到 3mm；子弹的单元尺寸为 1mm。采用侵蚀表面接触算法来反映子弹与花岗岩靶体的接触行为。本试验中花岗岩的基本物理力学参数为：密度 $\rho=2626\text{kg/m}^3$ ，弹性模量 $E=54\text{GPa}$ ，泊松比 $\nu=0.27$ ，单轴抗压强度 $\sigma_c=163\text{MPa}$ ，单轴抗拉强度

$\sigma_f=7.1\text{MPa}$ 。模拟中所采用的其它模型参数如下： $A=1.93$ ， $B=0.75$ ， $C=0.10$ ， $\beta_0=1.0$ ， $\beta_m=1.0$ ， $b_1=1.8\times 10^{-4}$ ， $D_1=0.04$ ， $D_2=1.0$ ， $\mu_{crush}=1.39\times 10^{-3}$ ， $\mu_{lock}=0.1$ ， $P_{crush}=54.33\text{MPa}$ ， $P_{lock}=0.8\text{GPa}$ ， $K_1=85\text{GPa}$ ， $K_2=-171\text{GPa}$ ， $K_3=208\text{GPa}$ ， $\eta_1=0.98$ ， $\eta_2=200$ ，其中模型参数 A 、 B 和 C 可以通过对试验数据进行拟合确定^[1]，如图 12 所示。子弹采用刚体材料模型，其材料参数如下^[14]：弹性模量 $E=210\text{GPa}$ ，密度 $\rho=7850\text{kg/m}^3$ ，泊松比 $\nu=0.2$ ，屈服强度 $\sigma_y=1900\text{MPa}$ 。

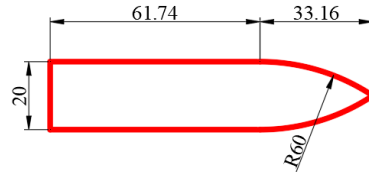


图9 子弹尺寸

Fig.9 Projectile size

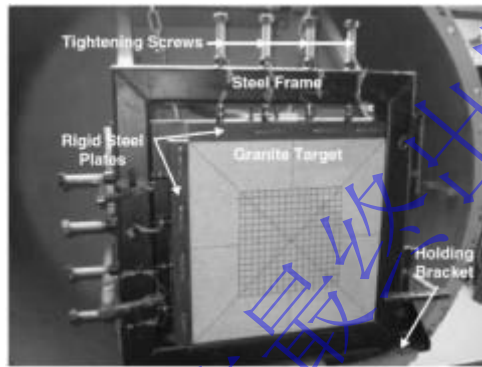


图 10 子弹侵彻花岗岩试验装置

Fig.10 Projectile penetration test device for granite

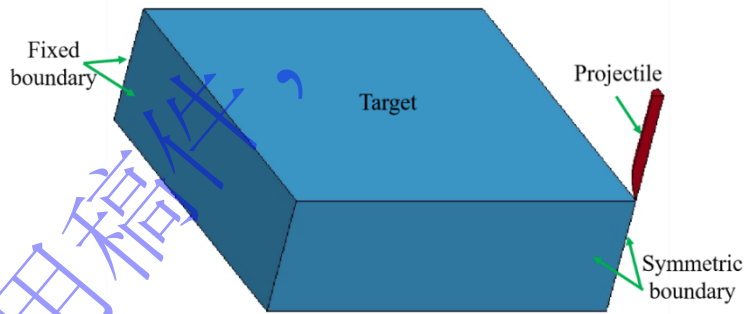


图 11 子弹侵彻花岗岩四分之一模型及边界条件

Fig.11 A quarter model of bullet penetrating granite and boundary condition

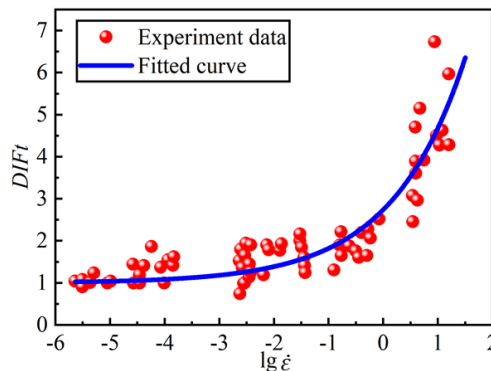


图 12 花岗岩动态增长因子与应变率之间的关系

Fig.12 The relationship between dynamic increase factor and strain rate of granite

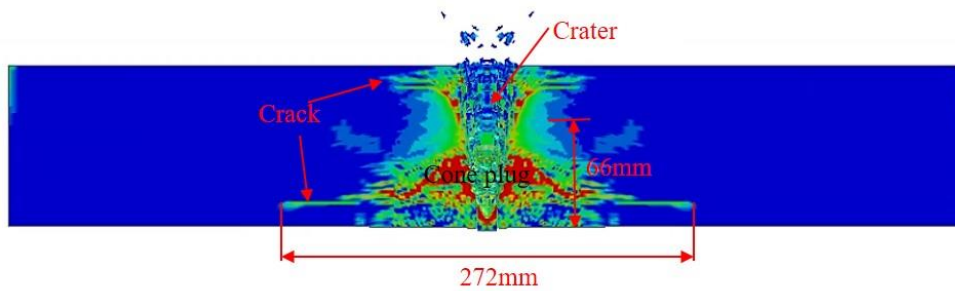


图 13 子弹以 279m/s 侵彻花岗岩靶板的数值结果（考虑动态拉压比）

Fig.13 Numerical results of bullet penetrating granite target plate at an initial velocity of 279m/s (Considering dynamic ratio of tension to compression)

图 13 为考虑动态拉压比情况下子弹以 279m/s 速度侵彻花岗岩靶板时的数值结果。从图 13 中可以看出，花岗岩靶板在子弹的作用下形成了弹坑和锥形塞，这与试验结果也比较一致^[35]。所形成的锥形塞高度和靶板背面弹坑的直径如图 13 和表 1 所示。锥形塞高度的数值模拟结果 66mm 与试验结果高度 65mm 一致，相对误差仅为 1.5%，其远远小于解析值与试验结果的相对误差 18.5%；靶板背面弹坑直径数值模拟结果 274mm 与试验结果 312mm 的相对误差为 12.2%，这一结果也远小于解析值（455mm）与试验结果（312mm）的相对误差 45.8%。

图 14 为未考虑动态拉压比情况下子弹以 279m/s 速度侵彻花岗岩靶板的数值结果。从图 14 中可以看到，未考虑动态拉压比情况下子弹侵彻花岗岩也有弹坑和锥形塞的形成，形成的锥形塞高度为 67mm，与试验值 65mm 和考虑动态拉压比得到的结果 66mm 也比较接近。与考虑动态拉压比时所不同的是，未考虑动态拉压比情况下所形成的背面弹坑直径仅为 180mm，与试验值 312mm 相差很大，相对误差高达 42.3%，与解析解相对误差 45.8%基本持平。因此，综合对比上述两种情况的数值模拟结果（见表 1），考虑动态拉压比时本构模型更能很好地刻画花岗岩在冲击荷载下的力学行为。

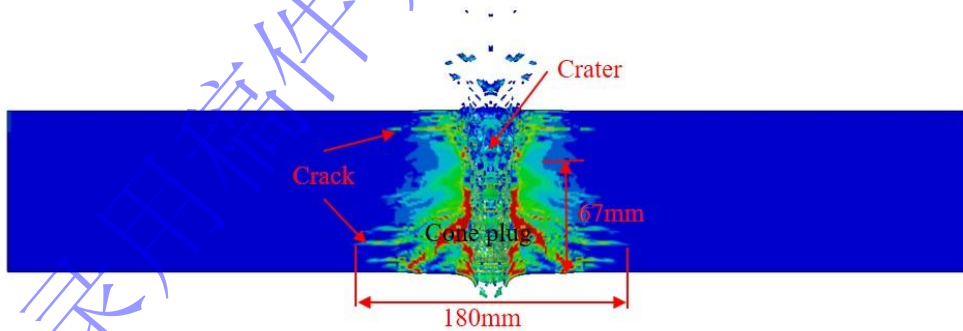


图 14 子弹以 279m/s 侵彻花岗岩靶板的数值结果（未考虑动态拉压比）

Fig.14 Numerical results of bullet penetrating granite target plate at an initial velocity of 279m/s (Without considering dynamic ratio of tension to compression)

表 1 花岗岩靶板受子弹冲击后锥形塞高度和靶板背面弹坑的直径

Table.1 The cone plug height of granite target plate impacted by bullets and the diameter of crater on the back of target plate

锥形塞高度/mm (相对误差)	靶板背面弹坑直径/mm (相对误差)
-----------------	--------------------

试验 ^[35]	65	312
解析值 ^[35]	77 (18.5%)	455 (45.8%)
数值模拟 (考虑 动态拉压比)	66 (1.5%)	274 (12.2%)
数值模拟 (未考 虑动态拉压比)	67 (3.1%)	180 (42.3%)

5 结论

本文以考虑动态拉压比影响的统一强度理论作为屈服准则，建立了一个能够综合反映岩石静动态力学行为的弹塑性损伤耦合的本构模型；基于 LS-DYNA 材料模型二次开发接口和半隐式应力返回算法，对本构模型进行了数值实现；通过单轴和三轴压缩试验、单轴拉伸试验及子弹侵彻岩石试验对所建立的本构模型进行了验证。主要结论如下：

- (1) 建立的本构模型不仅能够捕捉岩石的静态力学行为，还能刻画其动态力学特征。
- (2) 与未考虑动态拉压比相比，考虑动态拉压比影响的本构模型能够更好地反映子弹侵彻作用下岩石靶板的损伤破坏模式。

参考文献

- [1] HUANG X P, KONG X Z, CHEN Z Y, et al. A computational constitutive model for rock in hydrocode[J]. International Journal of Impact Engineering, 2020, 145: 103687. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2020.103687
- [2] 胡学龙. 基于统一强度理论的岩石动态损伤模型研究[D]. 北京科技大学, 2020. DOI: 10.26945/d.cnki.gbjku.2020.000096.
HU X L. Study of Rock Dynamic Damage Model Based on Unified Strength Theory[D]. University of Science and Technology Beijing, 2020. DOI: 10.26945/d.cnki.gbjku.2020.000096.
- [3] AI H A, AHRENS T J. Simulation of dynamic response of granite: a numerical approach of shock-induced damage beneath impact craters. International Journal of Impact Engineering, 2006, 33(1-12): 1-10. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.09.046. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2006.09.046.
- [4] BANADAKI M M, DEHGHAN M B. Numerical simulation of stress wave induced fractures in rock[J]. International Journal of Impact Engineering, 2012, 40: 16-25. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2011.08.010.
- [5] HOLMQUIST T J, JOHNSON G R, COOK W H. A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates and high pressures[C]. In: Murphy M, Backofen J, editors. Proceedings of the 14th international symposium on Ballistics. Quebec, Canada: 1993. DOI: 10.1115/1.4004326.
- [6] MALVAR L J, CRAWFORD J E, WESEVICH J W, et al. A plasticity concrete material model for DYNA3D[J]. International Journal of Impact Engineering, 1997, 19(9-10): 847-873. DOI: 10.1016/s0734-743x(97)00023-7.
- [7] RIEDEL W, THOMA K, HIERMAIER S, SCHMOLINSKE E. Penetration of Reinforced Concrete by BETA-B-500, Numerical Analysis using a New Macroscopic Concrete Model for Hydrocodes[C]. In: SKA, editor. Proceedings of the 9th international symposium on interaction of the effects of munitions with structures. Berlin Strausberg, Germany, 1999: 315-322.
- [8] MURRAY Y D, ABU-ODEH A, BLIGH R. Users manual for LS-DYNA concrete material model 159[R]. U.S. Department Transportation Federal Highway Administration, FHWA-HRT-05-062; 2007. p. 53-78.
- [9] POLANCO-LORIA M, HOPPERSTAD O S, BØRIVIK T, et al. Numerical predictions of ballistic limits for concrete slabs using a modified version of the HJC concrete model[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008, 35(5): 290-303. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2007.03.001.

- [10] KONG X Z, FANG Q, LI Q M, et al. Modified K&C model for cratering and scabbing of concrete slabs under projectile impact [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2017, 108: 217-228. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2017.02.016.
- [11] JIANG H, ZHAO J. Calibration of the continuous surface cap model for concrete [J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2015, 97: 1-19. DOI: 10.1016/j.finel.2014.12.002.
- [12] 凌天龙, 王宇涛, 刘殿书, 等. 修正 RHT 模型在岩体爆破响应数值模拟中的应用[J]. *煤炭学报*, 2018, 43(S2): 434-442. DOI:10.13225/j.cnki.jccs.2017.1698.
- LING T L, WANG Y T, LIU D S, et al. Modified RHT model for numerical simulation of dynamic response of rock mass under blasting load[J]. *Journal of China Coal Society*, 2018, 43(S2): 434-442. DOI:10.13225/j.cnki.jccs.2017.1698.
- [13] YANG L, WANG G S, ZHAO G F, et al. A rate- and pressure-dependent damage-plasticity constitutive model for rock[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2020, 133: 1-18. DOI: 10.1016/j.ijmms.2020.104394.
- [14] LI H Y, SHI G Y. A dynamic material model for rock materials under conditions of high confining pressures and high strain rates[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2016, 89: 38-48. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2015.11.004.
- [15] KONG X Z, FANG Q, CHEN L, et al. A new material model for concrete subjected to intense dynamic loadings[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2018, 120: 60-78. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2018.05.006.
- [16] 胡学龙, 璩世杰, 李克庆. 基于统一强度理论的岩石弹塑性损伤模型研究[J]. *中国矿业大学学报*, 2019, 48(02): 305-312. DOI:10.13247/j.cnki.jcumt.000985.
- HU X L, QU S J, LI K Q. Study of rock elastoplastic constitutive damage model based on the unified strength theory[J]. *Journal of China University of Mining and Technology*, 48(02): 305-312. DOI:10.13247/j.cnki.jcumt.000985.
- [17] 谢福君, 张家生, 陈俊桦. 冲击荷载作用下岩石压动态和拉动态损伤模型[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2019, 50(02): 420-427. DOI: 10.11817/j.issn.1672-7207.2019.02.022.
- XIE F J, ZHANG J S, CHEN J H. Dynamic damage model of rock under impact loads of compression and tension[J]. *Journal of Central South University (Science and Technology)*, 2019, 50(02): 420-427. DOI: 10.11817/j.issn.1672-7207.2019.02.022.
- [18] 江雅勤, 吴帅峰, 刘殿书, 等. 基于元件组合理论的砂岩动态损伤本构模型[J]. *爆炸与冲击*, 2018, 38(04): 827-833. DOI: 10.11883/bzycj-2017-0173.
- JIANG Y Q, WU S F, LIU D S, et al. Dynamic damage model of sandstone based on component combination theory[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2018, 38(04): 827-833. DOI: 10.11883/bzycj-2017-0173.
- [19] SHU Y, ZHU Z M, WANG M, et al. A plastic damage constitutive model for rock-like material focusing on the hydrostatic pressure induced damage and the interaction of tensile and shear damages under impact and blast loads[J]. *Computers and Geotechnics*, 2022, 150: 104921. DOI: 10.1016/j.compgeo.2022.104921.
- [20] HUANG L C, LIANG J G, MA J J, et al. A dynamic bounding surface plasticity damage model for rocks subjected to high strain rates and confinements[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2022, 168: 104306. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2022.104306.
- [21] XU X, CHI L Y, YU Q, et al. An elastoplastic damage constitutive model for capturing dynamic enhancement effect of rock and concrete through equivalent stress history[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2023, 181: 104736. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2023.104736.
- [22] YU M H, HE L N. A new model and theory on yield and failure of materials under the complex stress state[J]. *Mechanical Behaviour of Materials VI*. Pergamon, 1992: 841-846. DOI: 10.1016/B978-0-08-037890-9.50389-6.
- [23] YU M H, ZAN Y W, ZHAO J, et al. A unified strength criterion for rock material[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2002, 39(8): 975-989. DOI: 10.1016/S1365-1609(02)00097-7.
- [24] SI X F, GONG F Q, LI X B, et al. Dynamic Mohr-Coulomb and Hoek-Brown strength criteria of sandstone at high strain rates[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2019, 115: 48-59. DOI: 10.1016/j.ijmms.2018.12.013.
- [25] ALVES M. Material constitutive law for large strains and strain rates[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, 126(2): 215-218. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:2(215).
- [26] XU H, WEN H M. Semi-empirical equations for the dynamic strength enhancement of concrete-like materials[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2013, 60: 76-81. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2013.04.005.

- [27] IQBAL M A. A. A new material model for concrete subjected to high rate of loading[J]. International Journal of Impact Engineering, 2023, 160: 104673. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2023.104673.
- [28] YANG L, WANG G, Zhao G F, et al. A rate-and pressure-dependent damage-plasticity constitutive model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2020, 133: 104394. DOI: 10.1016/j.ijrmms.2020.104394.
- [29] OKUBO S, FUKUI K. Complete stress-strain curves for various rock types in uniaxial tension[J]. International journal of rock mechanics and mining sciences & geomechanics abstracts. Pergamon, 1996, 33(6): 549-556. DOI: 10.1016/0148-9062(96)00024-1.
- [30] OKUBO S, FUKUI K, QI Q X. Uniaxial compression and tension tests of anthracite and loading rate dependence of peak strength[J]. International Journal of Coal Geology, 2006, 68(3-4): 196-204. DOI: 10.1016/j.coal.2006.02.004.
- [31] HU X L, ZHANG M, ZHANG X Y, et al. A Coupled Elastoplastic Damage Dynamic Model for Rock[J]. Shock and Vibration, 2021, 2021. DOI: 10.1155/2021/5567019.
- [32] YU M H, YANG S Y, FAN S C, et al. Unified elasto-plastic associated and non-associated constitutive model and its engineering applications[J]. Computers & Structures, 1999, 71(6): 627-636. DOI: 10.1016/s0045-7949(98)00306-x.
- [33] DE BORST R, Crisfield M A, Remmers J J C, et al. Nonlinear finite element analysis of solids and structures[M]. John Wiley & Sons, 2012.
- [34] WAWERSIK W R, FAIRHURST C H. A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts.1970, 7(5): 561-575. DOI: 10.1016/0148-9062(70)90007-0.
- [35] SEAH C C, BØRIVIK T, REMSET S, et al. Penetration and perforation of rock targets by hard projectiles. Advances in rock dynamics and applications. Boca Raton, FL: CRC Press, 2011.

(责任编辑 爆炸与冲击)