

基于应变梯度理论的跨尺度冲击损伤和疲劳研究*

於之杰¹, 王向盈^{1,2}, 孙启星¹, 孙伟¹, 郭玉佩^{2,3}

(1. 中国航空研究院, 北京 100029;

2. 西北工业大学, 陕西 西安 710072;

3. 中国飞机强度研究所 强度与结构完整性全国重点实验室, 陕西 西安 710065)

摘要: 冲击损伤和疲劳问题是航空航天等国防和民生重点领域所面临的新挑战, 先进制造工艺所带来的更显著的材料尺度效应使得这一场景下的力学分析和寿命研究变得更为困难, 目前尚无一种兼顾考虑材料尺度效应和建模预测效率的冲击损伤和冲击疲劳研究方法。本文立足冲击损伤和疲劳过程中的金属塑性变形机理, 研究了冲击损伤过程中尺度效应影响下的材料构效行为, 建立了金属材料的去局域化、跨尺度冲击损伤本构理论, 形成了面向先进制造多尺度金属材料的冲击损伤和疲劳的仿真方法。该方法利用低阶应变梯度理论实现尺度效应描述, 在 Johnson-Cook 冲击动力学模型和 Lemaitre 冲击损伤模型的基础上实现了跨尺度冲击动力学及损伤演化的描述, 并可以在 VUMAT 子程序中便捷地实现该本构的有限元计算。有限元结果表明材料的不均匀变形带来了较高的应变梯度, 使得材料的应力水平在加工硬化及应变率硬化效应上进一步提升, 同时也让材料更快地进入损伤阶段, 导致承载力降低或提前失效, 这与金属材料在强度与韧性间的拮抗关系保持一致。

关键词: 冲击损伤; 冲击疲劳; 跨尺度力学; 应变梯度塑性

中图分类号: O38/O344

国标学科代码: 1303530/1301570

文献标识码: A

Cross-scale approach for impact damage and fatigue based on the strain gradient theory

YU Zhijie¹, WANG Xiangying^{1,2}, SUN Qixing¹, SUN Wei¹, GUO Yupei^{2,3}

(1. Chinese Aeronautical Establishment, Beijing 100029, China;

2. Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, Shaanxi, China;

3. National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity, Aircraft Strength Research Institute of China, Xi'an 710065, Shaanxi, China)

Abstract: Impact damage and fatigue are emerging challenges in defense industry and civil infrastructure. The more pronounced material size effect induced by advanced manufacturing processes makes mechanical analysis and life prediction in these contexts more complex. Currently, there was no convenient and effective method for predicting and designing the cross-scale impact damage and fatigue performance of metal materials. This research is based on the metallic plasticity mechanisms in the impact damage and fatigue processes, investigating the material performance under the influence of the material size effect during the impact damage process. A non-local, cross-scale impact and damage constitutive theory for metallic materials was

*收稿日期: 2024-11-15; 修回日期: 2025-03-04;

基金项目: 国家自然科学基金 (12402093); 航空科学基金 (2023M053004002)

第一作者: 於之杰 (1995-), 男, 博士, 工程师. E-mail: yuzhijie@cae.ac.cn;

通信作者: 郭玉佩 (1995-), 男, 硕士, 工程师. E-mail: xuejibingxian@163.com.

developed and an impact damage and fatigue simulation method for advanced manufactured metals was established. The method used the conventional theory of mechanism-based strain gradient (CMSG) to describe the size effect and built on the Johnson-Cook impact dynamics model and Lemaitre impact damage model to describe cross-scale impact dynamics and damage evolution. This approach could be conveniently implemented in finite element analysis with the VUMAT and relevant subroutines. The present work established uniaxial and U-notch bending finite element model and verified the influence of work hardening, strain rate hardening, size effect and damage effect on static and impact dynamic response of metals. Simulation results indicated the material behavior corresponds to the material characteristic and constitutive design. The distribution and evolution of the stress, strain, strain gradient and damage before and after material failure are also discussed. The results show that the inhomogeneous deformation caused by advanced manufacturing processes leads to higher strain gradients, which further increase the flow stress through work hardening and strain rate hardening effects and strengthens the material. However, this also causes the material to enter the damage stage earlier, leading to reduced impact and fatigue bearing capacity or premature failure. These findings are consistent with the inherent trade-off between strength and toughness of metallic materials.

Keywords: Impact Damage; Impact Fatigue; Cross-scale Mechanics; Strain Gradient Plasticity

1 引言

往复、多次的冲击载荷下的失效逐渐成为一种典型的失效模式，其主要场景包括国防领域中舰载机的弹射和拦阻装置、大型舰艇的舵板和火炮等，也包括民生领域里轨道交通工具的连接承载装置、工业设备中的多类复进机构等。其主要特征是材料要往复、多次地承受的冲击载荷并呈现显著的应变率效应，同时伴随着损伤演化的疲劳失效过程，这一力学问题则被称为冲击疲劳问题。

在上述领域中，航空航天领域还同时追求着极致的结构效率，通过无限的结构加强来避免冲击损伤和疲劳失效是难以接受的，因此深入研究和充分利用材料抵抗冲击损伤和冲击疲劳的性能是这些领域的重要课题之一^{[1],[2]}。为实现提高结构效率的目标，一些先进材料，如新型的高强度合金钢和高强度钛合金、铝合金等，以及先进制造工艺，如增材制造和表面强化等，正被逐渐开发和应用于航空航天等领域的重要承力结构上^{[3]-[5]}。然而这些先进材料和先进制造的材料往往具有特殊的力学性能及复杂的物理机制，例如先进制造材料往往具有复杂的微结构特点，而金属材料的多尺度微结构会带来显著的尺度效应。传统的力学构效关系无法准确描述和预测这些具有尺度效应的材料在特定工况下的力学响应和使用寿命，这制约了对新材料和新结构的安全和高效利用^[6]。

探明和利用先进制造工艺所制材料的跨尺度力学特性是当前材料和力学领域的重要课题之一，材料内秉的不均匀性会导致其在塑性变形过程中产生更显著的非均匀变形和更高的几何必需位错密度^{[7],[8]}。而较高的位错密度会限制金属的塑性变形，这往往能够提升材料的静强度、硬度等强度性能，呈现出硬化材料的效应，但同时这种高应力水平的出现以及复杂结构界面等初始缺陷的增加也会一定程度上降低材料的延展性、冲击韧性等韧性性能和与损伤疲劳相关的性能，并在其中呈现复杂的拮抗关系^{[9],[10]}。作者曾就一种异构金属材料开展了其强韧性能的研究，并发现了其强度、韧性、强韧关系与材料微结构、尺度效应之间的关系^[11]。因此，先进制造材料的包括冲击疲劳性能在内的诸多力学性能难以通过传统本构和一些简单修正去准确获得，必须考虑其中的尺度效应物理机制并将长度量纲物理量引入本构理论之中，才能更科学更准确地刻画这些材料的力学响应。

2 本构理论与有限元实现

本文着重关注金属材料的跨尺度动力学响应及冲击作用下的损伤演化^{[12],[13]}。在尺度效应的作用下，金属材料往往具有与传统材料不同的静、动、疲劳响应，这导致现有的一些冲击动力学本构和损伤演化理论描述这些新材料的准确度不足^{[14],[15]}。金属材料的微结构往往能影响其塑性变形中的位错行为、引入微纳米尺度下的材料尺度效应、导致应力与应变分布的变化，进而重塑先进制造金属材料在静力和冲击载荷下的损伤及其演化规律。

位错的萌生与演化往往主导着金属在塑性阶段的力学性能以及其尺度效应的特点，泰勒位错理论和基于此的应变梯度塑性理论很好地描述了金属材料的尺度效应，已在许多材料与场景中得到应用和验证^[16]。在上世纪末，随着材料设计应用与研究的尺度逐渐走向微纳米领域，学者就逐渐从一些实验现象中发现了材料所具有的尺度效应，对于位错主导塑性性能的金属材料，应变梯度理论被提出并用于金属材料的尺度效应描述^[17]。其后，高华健等通过泰勒位错理论和能量变分方法实现一种基于物理机制的应变梯度理论^[7]，但由于与应变梯度所功共轭的高阶应力的存在，在有限元实现时会引入额外的自由度导致有限元计算更为复杂，且这一高阶应力的物理意义并不明确，因此基于这一方法的很多补充和扩展随后被很多学者开展了研究。黄永刚等随即提出一种低阶的应变梯度理论^[18]，通过引入一种粘塑性形式的近似来避免了引入高阶应力，这种近似只会导致对于材料表面极小的一层区域内具有一定差别，但同样继承了高阶理论中的绝大多数理论基础，因此其后低阶应变梯度的理论得到了大量的发展。作者即利用此本构和一些改进的模型开展了一系列金属材料 and 异构材料跨尺度力学性能的研究^{[19]-[22]}。

由于金属在微观结构上晶体位错运动、缺陷形核和裂纹扩展等都需要时间的累积来完成，因此，

其中的裂纹形核和扩展的疲劳过程在冲击载荷下受各种材料特性的影响更为复杂，学者们也就冲击和冲击疲劳相关的问题开展了研究^[23]。在冲击损伤与疲劳的过程中，金属材料的率硬化效应同样显著，Johnson-Cook 模型即是一种考虑了应变率硬化效应且模型复杂度较低的优秀的动力学本构模型，在许多金属材料中取得了很好的应用^[24]。而对于金属材料的动态损伤过程，Lemaitre 模型构建了一种应力应变共同驱动的损伤累积模型^[25]，实现了在考虑应变率效应后的塑性材料的损伤演化的描述。

为了解决冲击破坏、冲击损伤、冲击疲劳等工程领域的重要问题，并给出一种更易行的模拟方法，本文提出了一种新的跨尺度冲击损伤本构模型：这一本构以泰勒位错模型和应变梯度理论为基础，考虑形如 Johnson-Cook 理论的应变率效应，并融合 Lemaitre 损伤理论的演化过程，形成一个新的跨尺度冲击损伤本构模型，并实现其在有限元模拟中的应用。

与应变梯度的高阶理论一样，低阶理论同样基于泰勒位错模型^{[26],[27]}，因此剪切流动应力 τ 与位错密度 ρ 具有如下关系

$$\tau = \alpha \mu b \sqrt{\rho} \quad (1)$$

其中 μ 为材料剪切模量， b 为柏氏矢量的模， α 为一个与材料有关的经验参数。

位错分为统计存储位错和几何必需位错两部分，于是位错密度 ρ 可拆分为该两部分位错各自的密度之和

$$\rho = \rho_s + \rho_G \quad (2)$$

其中 ρ_s 和 ρ_G 分别为统计存储位错和几何必需位错的密度，而几何必需位错密度 ρ_G 与等效塑性应变

梯度 η^p 具有如下关系

$$\rho_G = \bar{r} \frac{\eta^p}{b} \quad (3)$$

这里， \bar{r} 为 Nye 常数。参考 Fleck 和 Hutchinson^[28]及 Gao 等人^[7]的工作，等效塑性应变梯度 η^p 为

$$\eta^p = \sqrt{\frac{1}{4} \eta_{ijk}^p \eta_{ijk}^p} \quad (4)$$

其中，塑性应变梯度张量 η_{ijk}^p 由塑性应变张量 ε_{ij}^p 按下述方法定义

$$\eta_{ijk}^p = \varepsilon_{ik,j}^p + \varepsilon_{jk,i}^p - \varepsilon_{ij,k}^p \quad (5)$$

另一方面，拉伸流动应力 σ_{flow} 与剪切流动应力 τ 具有如下关系

$$\sigma_{flow} = M \tau \quad (6)$$

其中 M 为 Taylor 常数。将公式 $\tau = \alpha \mu b \sqrt{\rho}$ (1) 带入上式，可以得到

$$\sigma_{flow} = M \alpha \mu b \sqrt{\rho_s + \bar{r} \frac{\eta^p}{b}} \quad (7)$$

均质材料在均匀变形下仅存在统计存储位错的累积，因此统计存储位错密度 ρ_s 可由单轴拉伸测

试测得，而对于具有多尺度微结构的材料，单轴载荷作用下的变形仍由统计存储位错主导，所产生的

几何必需位错的贡献较少且难以区分开来，因此仍可以由公式 $\sigma_{flow} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho_s + \bar{r}\frac{\eta^p}{b}}$ (7)得到

$$\rho_s = \left[\frac{\sigma_{ref} f(\varepsilon^p)}{M\alpha\mu b} \right]^2 \quad (8)$$

这里 $\sigma_{ref} f(\varepsilon^p)$ 是单轴测试中的应力应变关系。将公式 $\rho_s = \left[\frac{\sigma_{ref} f(\varepsilon^p)}{M\alpha\mu b} \right]^2$ (8) 带入公式

$$\sigma_{flow} = M\alpha\mu b\sqrt{\rho_s + \bar{r}\frac{\eta^p}{b}} \quad (7), \text{ 可得到拉伸流动应力的表达式为}$$

$$\sigma_{flow} = \sigma_{ref} \sqrt{f^2(\varepsilon^p) + l\eta^p} \quad (9)$$

其中

$$l = M^2 \bar{r} \alpha^2 \left(\frac{\mu}{\sigma_{ref}} \right)^2 b \quad (10)$$

该参数 l 为一长度量纲的参数，由前述各常数即材料剪切模量、柏氏矢量大小及参考应力（通常为初始屈服强度）确定，该长度量纲参数 l 被称为材料应变梯度特征长度。对于金属材料，上式中的经验系数 α 通常取在 0.3 到 0.5 之间，符合金属的应变梯度特征长度 l 通常约在微米量级的事实^[18]。

在高阶应变梯度理论中，由于应力同时依赖于塑性应变及应变梯度 $\sigma = \sigma(\varepsilon^p, \eta^p)$ ，应力率即也同时依赖于此两者的率

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon^p} \dot{\varepsilon}^p + \frac{\partial \sigma}{\partial \eta^p} \dot{\eta}^p \quad (11)$$

从而使得高阶理论中，出现了与应变梯度功共轭的高阶应力和对应的边界条件。为了去除高阶应力带来的问题，Huang 等人通过一种类似粘塑性的理论^[18]，将等效应力 σ_e 而非其率 $\dot{\sigma}_e$ 与塑性应变率 $\dot{\varepsilon}^p$ 以一幂形式相关联，即

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{flow}} \right)^m \quad (12)$$

上式中粘塑性参数 m 取值较大时 ($m \geq 20$)，即可用等效应变率 $\dot{\varepsilon}$ 替换原本粘塑性理论中此处的参考应变率，消除了额外引入粘塑性方法带来的率相关性^[29]。

按传统塑性理论，有

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{1}{2\mu} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\dot{\sigma}'_{kk}}{9K} \delta_{ij} + \frac{3\dot{\varepsilon}^p}{2\sigma_e} \sigma'_{ij} \quad (13)$$

上式中, $\dot{\sigma}'_{ij}$ 为应力偏量的率, K 为材料体积模量, δ_{ij} 是 Kronecher 符号, 上标 e 和 p 分别代表弹性和塑性部分。

将公式 $\dot{\varepsilon}^p = \dot{\varepsilon} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{flow}} \right)^m$ (12) 带入公式 $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{1}{2\mu} \dot{\sigma}'_{ij} + \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{9K} \delta_{ij} + \frac{3\dot{\varepsilon}^p}{2\sigma_e} \sigma'_{ij}$ (13), 可以得到

到应力应变的关系为

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\sigma}_{kk}}{9K} \delta_{ij} + \frac{\dot{\sigma}'_{ij}}{2\mu} + \frac{3\dot{\varepsilon}}{2\sigma_e} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{flow}} \right)^m \sigma'_{ij} \quad (14)$$

或写为应力率的表达式

$$\dot{\sigma}'_{ij} = K \dot{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \left[\dot{\varepsilon}'_{ij} - \frac{3\dot{\varepsilon}}{2\sigma_e} \left(\frac{\sigma_e}{\sigma_{flow}} \right)^m \sigma'_{ij} \right] \quad (15)$$

低阶本构理论将高阶应力和高阶应力边界条件去除并将这部分影响体现在塑性流动应力中, 便既保留了泰勒位错模型推导而来的应变梯度的物理意义, 也回避了额外引入的自由度和对应物理解释, 保持了传统塑性理论的实现便捷性。

金属的塑性加工硬化的效应十分显著, 因此, 在流动应力中同时考虑了幂硬化形式的加工硬化, 即上两式中的应力应变关系由下方公式给出。

$$f(\varepsilon^p) = \left(1 + \frac{E}{Y} \varepsilon^p \right)^n \quad (16)$$

其中 E 为材料杨氏模量, Y 为初始屈服强度并选为参考应力 σ_{ref} 的值, n 为幂硬化系数。综合公式

$$\sigma_{flow} = \sigma_{ref} \sqrt{f^2(\varepsilon^p) + l\eta^p} \quad (9) \quad l = M^2 \bar{r} \alpha^2 \left(\frac{\mu}{\sigma_{ref}} \right)^2 b \quad (10) \quad \text{和} \quad f(\varepsilon^p) = \left(1 + \frac{E}{Y} \varepsilon^p \right)^n \quad (16) \quad \text{即能}$$

得到考虑应变梯度尺度效应的流动应力 $\sigma_{flowCMSG}$ 表达式, 为

$$\sigma_{flowCMSG} = Y \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{E}{Y} \varepsilon^p \right)^{2n} + l\eta^p}, \quad l = M^2 \bar{r} \alpha^2 \left(\frac{\mu}{\sigma_{ref}} \right)^2 b \quad (17)$$

为将材料的尺度效应与材料在冲击过程中的率效应与损伤演化过程相融合, 本文通过 Johnson-Cook 理论的形式给出率硬化关系 (暂不考虑温度变化的影响), 并由一修正改进的 Lemaitre 损伤理论给出损伤效应的作用 (暂不考虑应力三轴度的影响)^[30], 可以得到在考虑冲击过程应变率效应与损伤效应的综合影响下, 材料的流动应力 σ_{flow} 为

$$\sigma_{flow} = \sigma_{flowCMSG} \cdot [1 + C \cdot \log(\dot{\varepsilon})] \cdot (1 - D) \quad (18)$$

式中 $\dot{\varepsilon}$ 为总应变的率, C 为率硬化系数, D 为损伤度^[30], 被定义为 0 到 1 之间的实数, $D=0$ 为初始无损伤材料, $D=1$ 时材料完全损伤失效, 也可以通过损伤度的场函数定义材料的初始损伤。通过公式(15)即可实现本构的应力更新。同时损伤通过增量累积, 损伤度与应力状态、塑性应变增量相关。

$$\dot{D} = \left[\frac{\sigma_e^2}{2ES(1-D)^2} \right]^{m_D} \dot{\varepsilon}^p \quad (19)$$

式中 E 为杨氏模量， S 和 m_D 为材料与损伤相关的参数。

以上即为本文提出的跨尺度冲击损伤的本构模型，本文将使用商用有限元软件 ABAQUS 进行有限元分析的计算。面向静力学的跨尺度理论如低阶应变梯度理论 (the Conventional theory of Mechanism-based Strain Gradient, CMSG) 等已有许多 UMAT 程序可用于隐式计算^[31]，本文在该 UMAT 程序基础上，利用转换界面程序进行了显式转化，并结合理论推导形成了跨尺度冲击损伤本构的 VUMAT 子程序，为解决形函数和梯度计算的问题，进一步调用 VUSRFLD 和 VEXTERNALDB 子程序，分别确定材料的编号坐标以及逐步更新应变梯度，进而计算和更新应变梯度实现本文本构模型中的尺度效应计算。

$$\text{公式 } \sigma_{flowCMSG} = Y \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{E}{Y} \varepsilon^p\right)^{2n} + l \eta^p}, \quad l = M^2 \bar{r} \alpha^2 \left(\frac{\mu}{\sigma_{ref}}\right)^2 b \quad (17) \text{ 中的等效塑性应变梯度}$$

η^p 可通过应变及积分点形函数的偏导数进行计算

$$\varepsilon_{jk,i}^p = \sum_{q=1}^3 \frac{\partial N_q}{\partial x_i} (\varepsilon_{jk}^p)_q \quad (20)$$

式中 ε_{jk}^p 为塑性应变张量， N_q 为积分点（材料点）间的形函数。则等效塑性应变梯度 η^p 可按增量获得

$$\dot{\eta}^p = \sqrt{\frac{1}{4} \dot{\eta}_{ijk}^p \dot{\eta}_{ijk}^p} \quad (21)$$

其中 $\dot{\eta}_{ijk}^p = \dot{\varepsilon}_{ik,j}^p + \dot{\varepsilon}_{jk,i}^p - \dot{\varepsilon}_{ij,k}^p$ 。

以上推导和有限元应用即能够实现通过调用低阶应变梯度理论或相关描述材料力学响应的 UMAT 程序，或直接编写对应的 VUMAT 程序，即可实现显式的冲击动力学计算，进行动力学响应和损伤演化的分析。为实现本文所需的疲劳问题的仿真，进一步通过 VUAMP 程序定义了周期往复加载过程，即可实现跨尺度冲击疲劳的有限元模拟。根据前述理论的推导，结合所涉及各子程序的接口情况和需求，本工作所提出的方法的有限元实现过程如图 1 的流程框图所示。

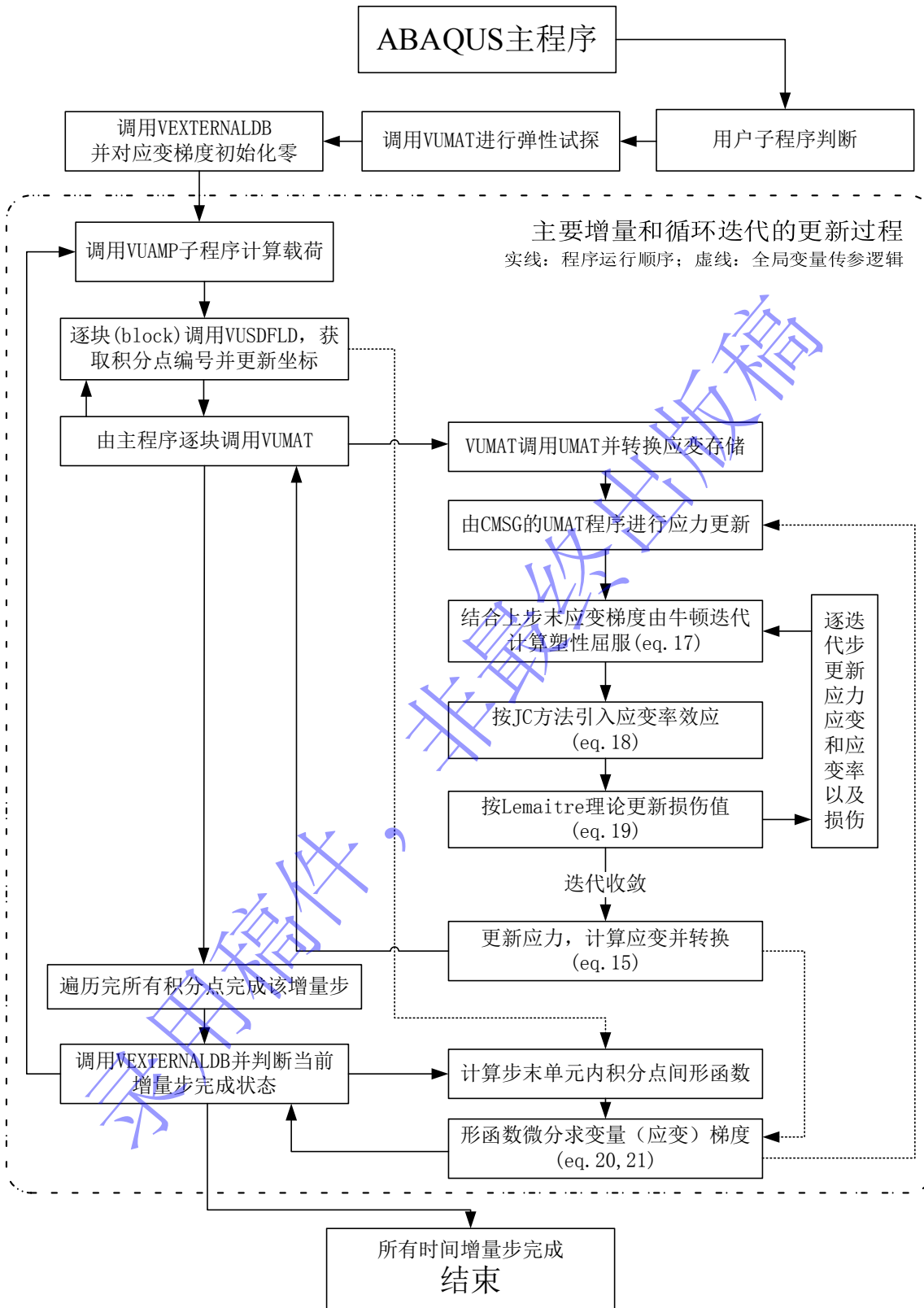


图 1 本构有限元实现的程序流程框图

Fig. 1 Diagram of the finite element implementation of the present constitutive relation

3 仿真验证

冲击疲劳工况的一个重要场景是舰载机拦阻钩、弹射器承载舰载机的多次起降过程。高强度钢和钛合金是其中应用较为广泛的材料，因此，本文仿真验证的计算的材料模拟了高强度钢的主要力学性能，所采用的本构参数（如无其他说明，例如后文中会推演材料特征长度 l 、率硬化参数 C 和损伤参数 S 的取值的影响）如下表所示：

表 1 有限元仿真采用的本构参数

材料参数	杨氏模量 E	泊松比 ν	屈服强度 Y	幂硬化系数 n	粘塑性参数 m	材料特征长度 l	率硬化参数 C	损伤参数 1 S	损伤参数 2 m_D
值	210 GPa	0.3	1800 MPa	0.1	20	15 μm	0.017	12 MPa	10.1

为验证本文所提出的新的跨尺度冲击损伤理论本构以及有限元实现，本文在 ABAQUS 上进行了有限元仿真，建立了(a) Uniaxial tension (b) U-notch bending

图 2(a)所示的单轴拉伸模型，以及图 2(b)所示的 U 缺口冲击试样模型（55mm 国标夏比冲击试样），并在损伤集中区域划分较细的单元，模型全部使用 C3D8 单元，其中最小单元边长 0.05mm，根据钢的波速约在 5000m/s 可估算模型的收敛步长 $\sim 10^{-8}$ s。

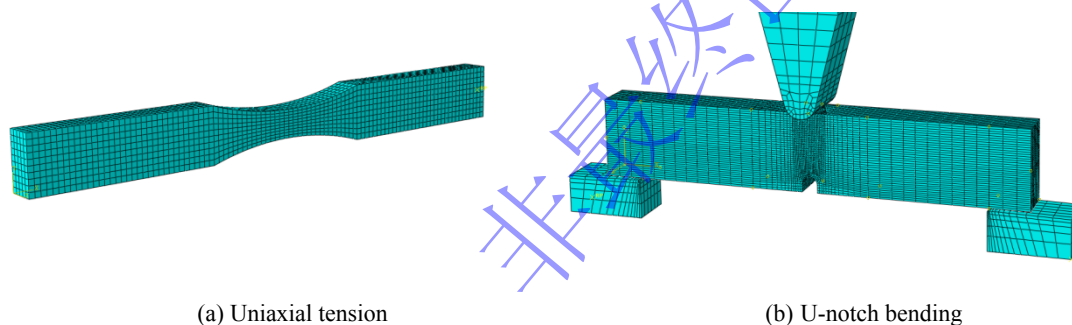


图 2 单轴拉伸和三点弯曲试样的有限元建模

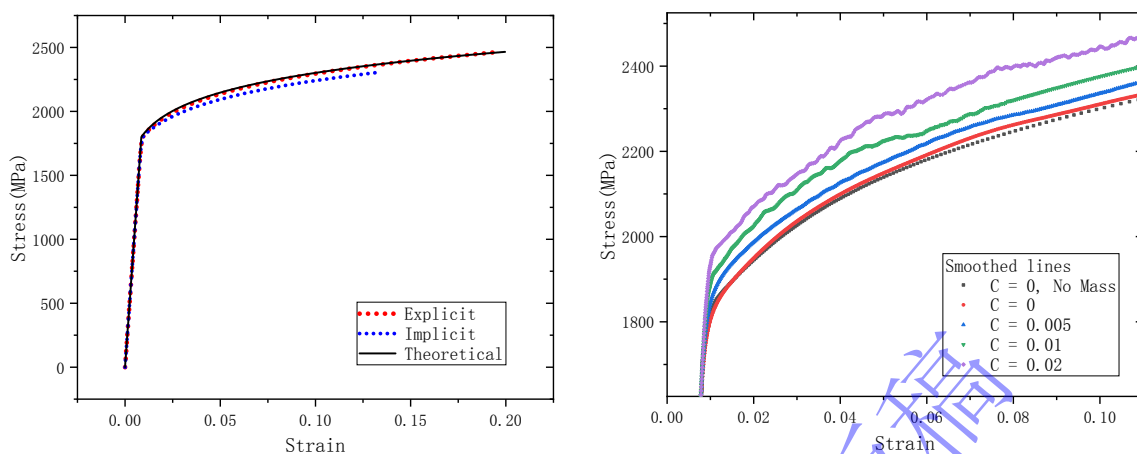
Fig. 2 Finite element modeling of uniaxial tension and U-notch bending specimens

利用本文本构在上述两模型上开展冲击和往复冲击工况的有限元仿真，通过在隐式计算与显式计算及幂硬化理论对准静态响应的计算间比较，可见材料在单轴载荷下（单轴应力下，材料尺度效应可忽略）具有如下的准静态应力应变关系：对于上表中所示的高强钢，忽略其损伤效应（损伤参数 S 取一极大值），忽略其率硬化效应（率硬化参数 C 取 0），忽略惯性力，则其符合幂硬化材料的准静态响应，仿真结果中的应力应变曲线如(a) Comparison of explicit, implicit and theoretical calculation (b)

Influence of strain rate effect

图 3(a)图所示，如图可见，基于本工作的 VUMAT 程序的显式动力学计算能较好地复现幂硬化的理论结果和隐式计算的趋势。这即表明本文的新本构方法和所形成的材料子程序能够顺利地将不考虑率效应及损伤的应变梯度理论隐式方法成功地转化为显式计算的方法。对于考虑率效应的情况，逐步调整率硬化参数 C 从 0 到 0.02（略高于材料实际参数），如(a) Comparison of explicit, implicit and theoretical calculation (b) Influence of strain rate effect

图 3(b)图所示，可见随着率硬化效应的增强，材料的初始屈服强度和屈服后的应力水平相应提升，与金属动态力学响应的实际情况相符。这表明本文所用方法和所形成的有限元子程序能够模拟准静态及动态下具有率效应的材料的力学响应。



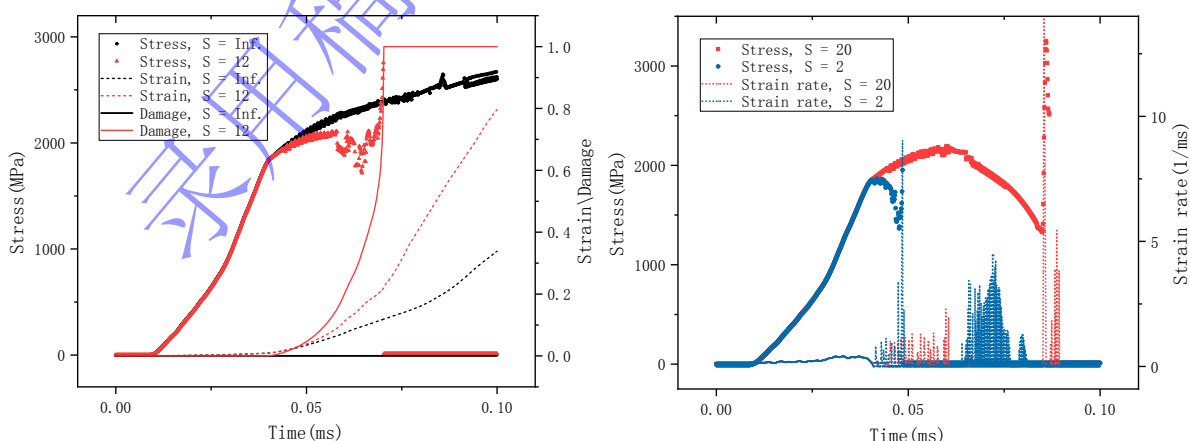
(a) Comparison of explicit, implicit and theoretical calculation

(b) Influence of strain rate effect

图3 单轴准静态和冲击载荷下的整体应力应变关系

Fig. 3 Comparison of the constitutive stress-strain relation of uniaxial tension

为进一步验证本文本构和仿真方法对冲击载荷下的损伤刻画的合理有效，在该单轴拉伸模型上，将冲击载荷进一步加大至可使材料明显损伤失效。图4中给出了调整模型参数中的损伤控制参数 S ，取值无限大（无损伤效应）、20（较低的损伤参数）、12（合理数值）和2（较高的损伤参数），并在发生损伤失效的单元积分点上记录其应力、应变、损伤度 D 在冲击过程中的变化，其中率效应参数取 $C = 0.005$ 。考虑和不考虑损伤情况下的应力和损伤度随时间变化如图4(a)所示，当应变率效应被考虑时，由于应力波在材料中的传播与反射，应力随时间的关系呈现出持续的震荡。在损伤被考虑且损伤累积至失效前一个数量级（约 $D = 0.15$ 起）时，应力出现明显降低并开始快速震荡，同时损伤度迅速提高并达到损伤失效的标准。在这一过程中，由于损伤度的提高会降低材料的应力水平，使得材料发生快速的失稳和大变形，从而显著提高当地的应变率和应变梯度，这也反过来使得材料呈现进一步的率硬化效应（图4(b)所示）。因此，在材料临近损伤破坏时，应力先下降再升高，并可在破坏前瞬态达到较无损伤模型更高的结果。但因该过程的持续时间极短且由于不同位置损伤失效的演化过程不同而具有局部特性，这一瞬态高应力状态对于材料和结构整体的承载影响并不显著。



(a) Evolution of stress, strain and damage index

(b) Evolution of stress and strain rate

图4 在率效应和损伤效应作用下应力、应变、损伤和应变率的演化

Fig. 4 Evolution of material response of different damage parameter

在不同的损伤参数控制下，本文的模型能够捕捉材料的不同的损伤过程，图5给出了不同损伤参

数下的材料应力应变与损伤演化的关系。结果表明，损伤的累积对于材料的应力应变关系具有显著的影响，随着损伤参数的减小（材料更易发生损伤），材料进入塑性后会更快发生损伤并迅速破坏；而材料损伤参数较大时，材料具有较长的损伤软化阶段，在该阶段内损伤演化过程较为平稳，直至应力随着应变率的快速提高而显著升高时，损伤演化进入一个快速发展阶段直至彻底失效。

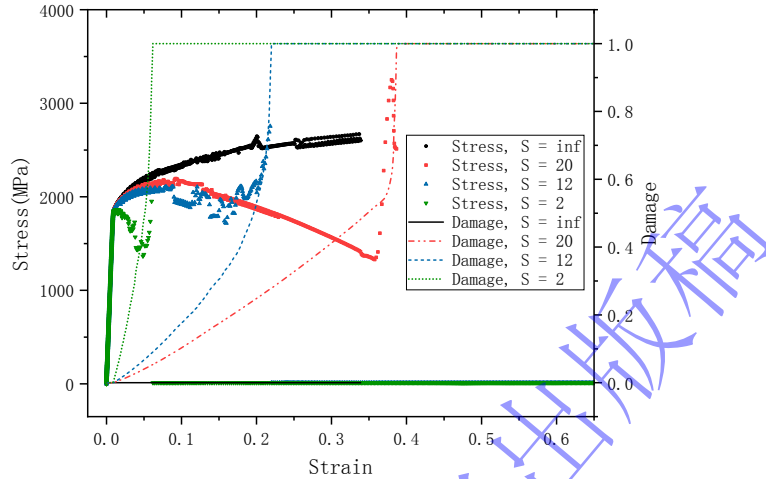


图 5 不同损伤参数对材料在冲击过程中的应力应变关系的影响

Fig. 5 Stress-strain relation and damage evolution of different damage parameter

以上结果表明，对于单轴状态的静力和冲击载荷，该本构和对应的显式有限元方法能够准确地描述材料的准静态加工硬化过程，也能够通过形如 Johnson-Cook 理论的率效应参数和按 Lemaitre 理论的损伤参数刻画材料在冲击过程中的率硬化和损伤软化特性以及失效的过程。由于单轴状态下材料近似于均匀变形，其塑性过程由统计存储位错进行控制，因此近似于不具有任何尺度效应，为了验证本文本构对传统冲击损伤模型中所补充的低阶应变梯度理论的跨尺度冲击损伤过程的有效性，本文进一步建立了 (a) Uniaxial tension (b) U-notch bending

图 2(b)所示的 U 形缺口冲击试样模型，并按三点弯模式加载冲击载荷。弯曲冲击试样在单次大载荷冲击过程中的应力云图如图 6 所示，其中(a)为损伤前、(b)为损伤起裂后的应力云图，受缺口位置的应力集中影响，缺口上方受拉区域最先失效形成裂纹，进而向冲头方向快速扩展，试样整体应力水平快速下降，不能继续承受载荷，最终发生断裂破坏。

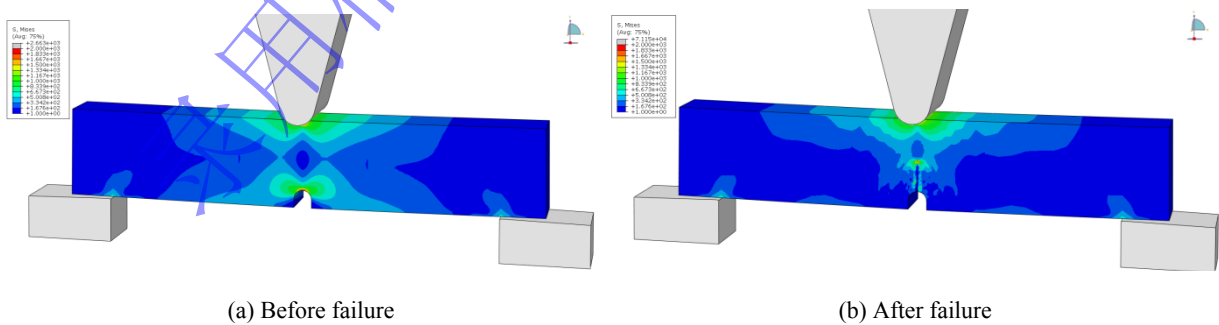


图 6 U 缺口试样在冲击损伤破坏前后的整体应力云图

Fig. 6 Stress distribution of the U-notch sample before and after failure

图 7 细致地展示了损伤前后 0.01ms 中关键时刻的应力、应变、应变梯度及损伤度的演化过程，可以看到损伤度在 $T=0.203ms$ 时呈现出可见的提升，并在下一时刻 $T=0.204ms$ 时影响应变和应变梯度的分布，在高应变、高应变梯度的作用下，缺口附近的材料局部失效，应力水平下降并不再承载，但此时结构整体的应力分布尚未显著变化，随着局部失效后的损伤快速演化，在 $T=0.207ms$ 时，缺

口下方材料已基本破坏断裂，试样的整体承载情况大幅变化，可视为完全破坏失效。

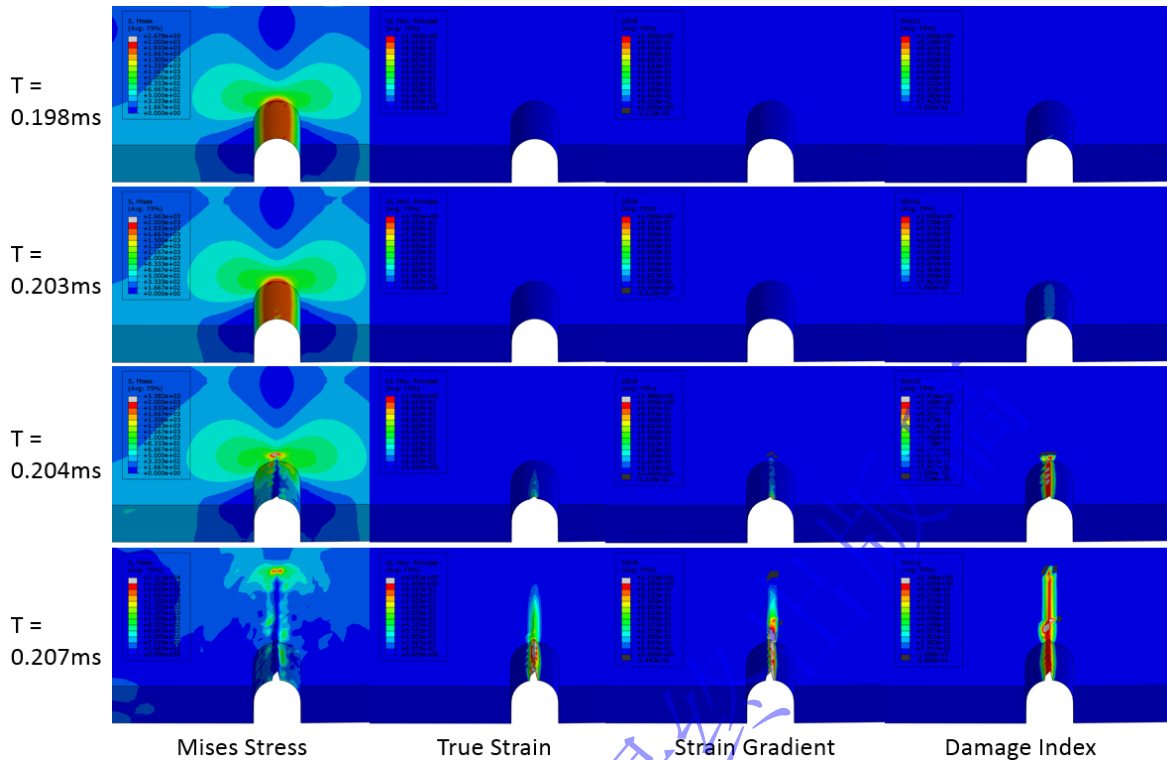


图 7 损伤关键时刻的应力、应变、应变梯度及损伤度的演化过程

Fig. 7 Evolution of stress, strain, strain gradient and damage index at the failure moment

为深入探究材料的尺度效应与应变率效应对材料在单次大载荷冲击作用下响应的影响，研究了仅考虑损伤效应 (a) Stress and damage evolution (b) Internal and kinetic energy evolution

图 8(a)中黑色曲线)、考虑损伤和应变率效应(红色曲线)以及同时考虑损伤及应变率和尺度效应(蓝色曲线)三种情况。如下图所示,在相同的外加载荷下,仅考虑损伤效应而无任何硬化效应的材料最迟进入损伤,且损伤度初始提高的区间更加明显,损伤演化的过程更长。当应变率硬化效应被考虑,尤其是尺度效应被一并考虑时,材料在损伤前的应力略有提高,并更早地进入损伤快速演化的阶段,随即更迅速地达到完全的损伤失效。在这一过程中,应力水平的提升相较于损伤演化的差异显得较为微弱,即材料的韧性下降较强度和刚度的提高更快。(a) Stress and damage evolution

(b) Internal and kinetic energy evolution

图 8(b)中的能量的演化过程也展示了类似的在不同情况下应力和损伤度演化过程的差异。

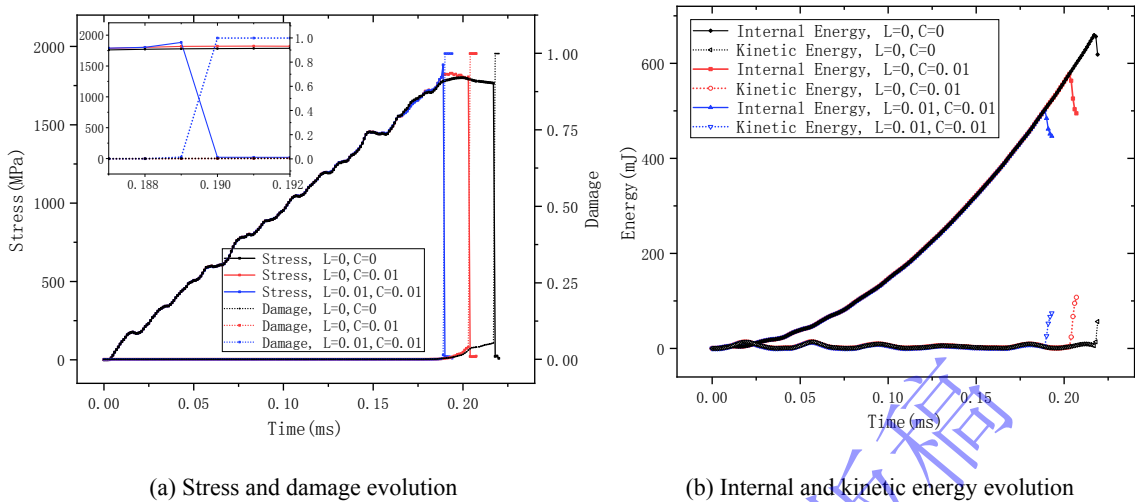


图 8 单次大载荷冲击作用下尺度效应与应变率效应的影响

Fig. 8 Stress, damage and energy evolution with and without strain rate effect and strain gradient effect

进一步的，在多次冲击过程的有限元模拟中，首先通过能量平衡验证多次往复冲击过程模拟的可靠性，图 9(a)给出了在多次较小冲击载荷的作用下的能量演化过程，在此过程中，系统能量始终保持平衡（即 Energy Balance 的黄色线近似于严格为零）。图 9(b)则给出了缺口附近某位置的应力、应变、应变梯度以及损伤度的演化过程，可以看出，应力与应变受冲击过程的影响震荡明显，但真正进入塑性及损伤阶段是在数次冲击之后，并随着波在材料内传播以及进一步的加载，累积塑性应变及其梯度以及损伤度均逐步提高，并在最后一次加载的峰值附近损伤度达到 1，材料完全损伤失效。

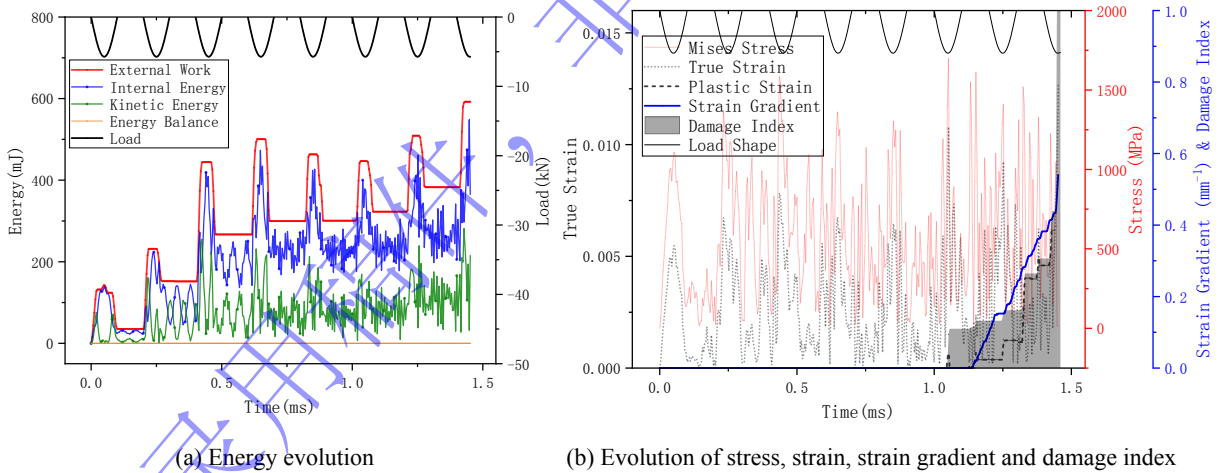


图 9 多次较小载荷冲击作用下的整体能量演化和局部应力应变等力学响应演化过程

Fig. 9 Evolution of energy and local mechanical response during multiple impacts

再进一步降低冲击载荷从而提高冲击疲劳循环周数，使得在多次冲击周期内材料不发生结构失效。

在 (c) Damage index evolution

(d) True strain evolution

图 10 (a)和(b)中可见，外力功和系统内能随加载次数阶跃式上升，这表明该动力学模拟在能量角度是比较有效的。同时，本模型通过在冲头上加载，外力功即为该力对系统所做的功， (c) Damage index evolution (d) True strain evolution

图 10 (b)中可见，在不同的尺度效应参数（应变梯度特征长度）下，系统能量呈现出明显的差别，由于率效应与尺度效应对材料的力学响应都体现为硬化效应，因此在相同的载荷下，率效应越显著、尺度效应越显著的材料应力水平和所吸收的内能都更高。由于在 Lemaitre 理论下，损伤受到应力水

平的直接影响, 因此如 (c) Damage index evolution evolution

(d) True strain evolution

图 10(c)所示, 具有更强率效应和尺度效应的材料更易发生损伤, 这也同样与材料的强韧拮抗关系保持了一致。 (c) Damage index evolution (d) True strain evolution

图 10(d)进一步给出了在前数次冲击时, 缺口位置附近某处的等效应变与时间的关系, 可以看到, 在损伤度较低时, 率效应及尺度效应更强的材料虽然损伤度更高, 但由于刚度下降尚不显著, 其应变水平仍较率效应和尺度效应更弱的材料更高, 直至损伤度提高至接近破坏。

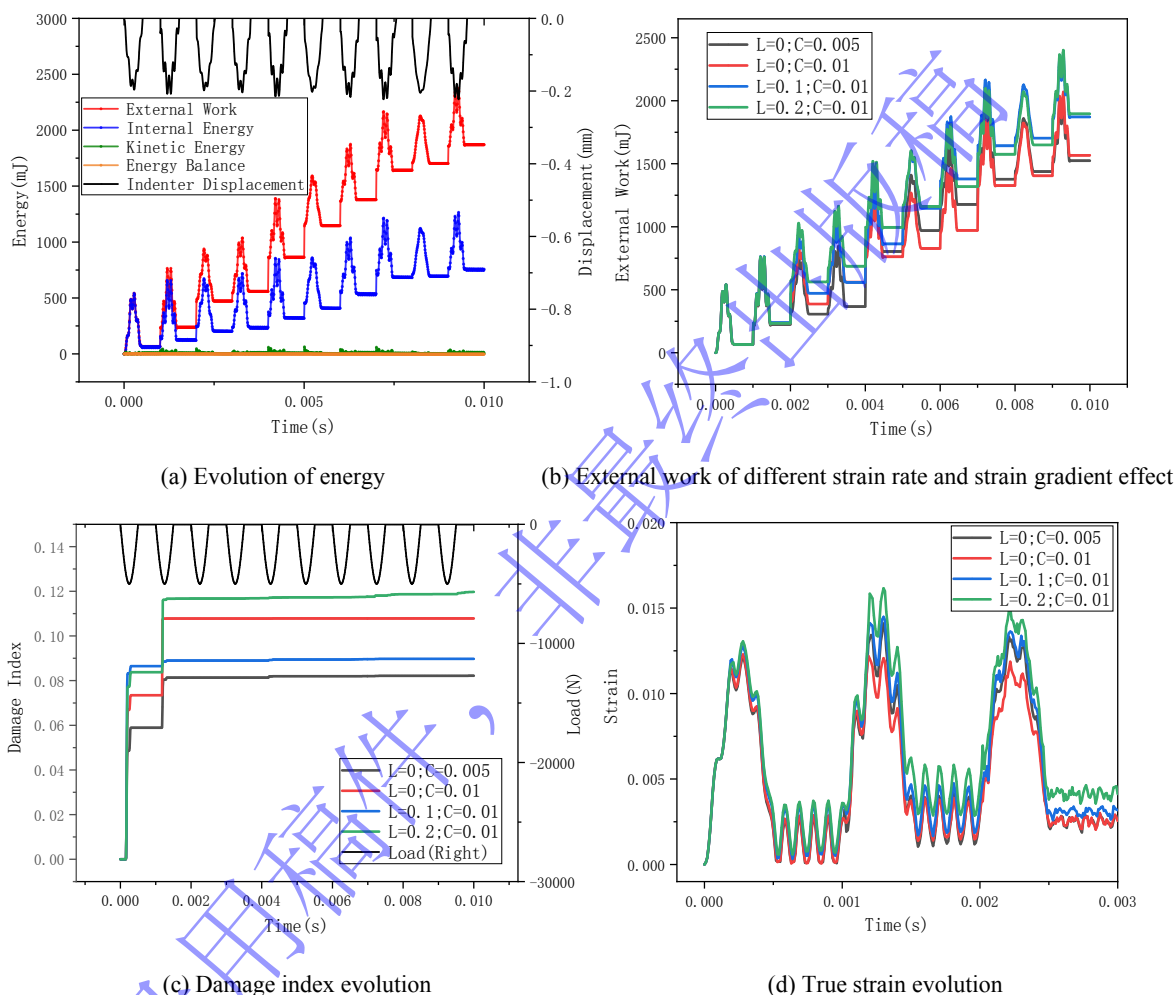


图 10 多次小载荷冲击作用下系统能量及损伤、应变演化及尺度效应、率效应的影响

Fig. 10 Evolution of energy, damage and strain during multiple impacts and influence of strain rate and strain gradient effect

综上所述, 本文所提出的跨尺度冲击损伤本构能够对位错控制塑性变形的金属材料的加工硬化、率硬化、尺度效应硬化、损伤软化和失效进行有效刻画, 实现以上构效关系描述的方式基于幂硬化近似、形如 Johnson-Cook 模型的率效应描述、MSG 低阶应变梯度理论、Lemaitre 损伤理论等成熟理论的基础, 并经有限元模拟验证了其在显式有限元中的合理性和有效性, 能够很好地用于描述金属材料尤其是具有多尺度特性的先进制造工艺所制金属材料的冲击损伤过程, 可应用于多类冲击损伤和疲劳问题, 且其在有限元实现的过程相对容易, 能够适用于多类工程计算的需要。

4 结论

本文在 Johnson-Cook 冲击模型和 Lemaitre 损伤模型对金属冲击动力学性能及损伤过程的描述的基础上,进一步考虑了尺度效应的影响,提出了一种结合基于泰勒位错模型的低阶应变梯度理论的本构模型。这一本构模型能够实现对金属材料跨尺度冲击损伤和冲击疲劳中的力学性能及损伤演化的描述,并能够便捷地通过商用有限元中的传统单元实现计算。有限元计算表明尺度效应与应变率效应都会提升材料在冲击载荷下的应力水平,但同时也导致损伤更快地累积并使材料提前失效,这提示了在准静态时对材料性能具有提升作用的尺度效应在冲击载荷下可能带来负面效果。本文提出的跨尺度冲击损伤本构能够一定程度上弥补传统理论难以顾及先进制造材料尺度效应的不足之处,同时所用的利用隐式有限元转换显式有限元的实现方法具有良好的拓展能力,为未来进一步考虑更复杂的材料特性的研究以及用于预测先进制造材料的冲击疲劳寿命提供了一种可行的思路和方法。

致谢 感谢刘振宇博士和韩泉峰博士在 VUMAT 界面转换程序上提供的有益讨论和帮助

参考文献

- [1] Binwen W, Chengcheng Q, Chunyu B, et al. Study on impact fatigue test and life prediction method of TC18 titanium alloy[J]. *International Journal of Fatigue*, 2023, 168:107391. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2022.107391.
- [2] 於之杰,郭玉佩,孙汉斌,等.先进材料及工艺的结构完整性研究进展[J].*航空学报*,2024,45(18):29888. DOI: 10.7527/S1000-6893.2024.29888.
- [3] Syed A K, Plaskitt R, Hill M, et al. Strain controlled fatigue behaviour of a wire + arc additive manufactured Ti-6Al-4V[J]. *International Journal of Fatigue*, 2023, 171:107579. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2023.107579.
- [4] Yadollahi A S N. Additive manufacturing of fatigue resistant materials: Challenges and opportunities[J]. 2017, 98:14–31.
- [5] 王彬文,陈先民,苏运来等.中国航空工业疲劳与结构完整性研究进展与展望[J].*航空学报*, 2021, 42(05):6–44. DOI: 10.7527/S1000-6893.2020.24651.
- [6] Ai Y, Zhu S P, Liao D, et al. Probabilistic modeling of fatigue life distribution and size effect of components with random defects[J]. *International Journal of Fatigue*, 2019, 126:165–173. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2019.05.005.
- [7] Gao H, Huang Y, Nix W.D., et al. Mechanism-based strain gradient plasticity I. Theory[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1999, 47:1239–1263.
- [8] 陈泽坤,蒋佳希,王宇嘉,等.金属增材制造中的缺陷、组织形貌和成形材料力学性能[J].*力学学报*,2021,53(12):3190-3205. DOI: 10.6052/0459-1879-21-472.
- [9] Zhang X, Zhao J F, Kang G Z, et al. Geometrically necessary dislocations and related kinematic hardening in gradient grained materials: A nonlocal crystal plasticity study[J]. *International Journal of Plasticity*, 2023, 163:103553.
- [10] Forest S. Micromorphic Approach for Gradient Elasticity, Viscoplasticity, and Damage[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2009, 135(3):117–131.
- [11] Wang Y, Zhu Y, Yu Z, et al. Hetero-zone boundary affected region: A primary microstructural factor controlling extra work hardening in heterostructure[J]. *Acta Materialia*, 2022, 241:118395. DOI: 10.1016/j.actamat.2022.118395.
- [12] Madejski B, Malicki M, Czarnewicz S, et al. Microstructural and mechanical properties of selective laser melted Inconel 718 for different specimen sizes[J]. *Fatigue of Aircraft Structures*, 2020(12).
- [13] Liao D, Zhu S, Keshtegar B, et al. Probabilistic framework for fatigue life assessment of notched components under size effects[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2020, 181:105685.
- [14] Tomaszewski T. Modelling of critical defect distributions for estimating the size effect of selective laser melted 316L stainless steel[J]. *International Journal of Fatigue*, 2023, 167:107378.
- [15] 李泊立,赵思晗,刘圆梦,等. Hopkinson 杆式冲击疲劳实验方法研究[J]. *振动与冲击*, 2023, 42(2): 132-138
- [16] Liu W, Cheng Y, Sui H, et al. Microstructure-based intergranular fatigue crack nucleation model: Dislocation transmission versus grain boundary cracking[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2023, 173:105233. DOI: 10.1016/j.jmps.2023.105233.
- [17] Fleck N A, Muller G M, Ashby M F, et al. Strain gradient plasticity: theory and experiment[J]. *Acta Metall. Mater.*, 1994, 42(2):475–487.
- [18] Huang Y, Qu S, Hwang K C, et al. A conventional theory of mechanism-based strain gradient plasticity[J]. *International Journal of Plasticity*, 2004, 20(4-5):753–782. DOI: 10.1016/j.ijplas.2003.08.002.
- [19] 於之杰,魏悦广.固体跨尺度压痕标度律的研究与展望. *力学学报*, 2022, 54(8): 2085-2100. DOI: 10.6052/0459-1879-22-273
- [20] Yu Z, Lin Z, Wei Y. Closed-form functions of cross-scale indentation scaling relationships based on a strain gradient plasticity theory[J]. *Philosophical Magazine*, 2021, 101(11):1305–1326. DOI: 10.1080/14786435.2021.1897896.
- [21] Yu, Z., & Wei, Y. A study of indentation scaling relationships of elastic-perfectly plastic solids with an inclusion near the conical indenter tip[J]. *Science China Technological Sciences*, 2019, 62:721-728.
- [22] Yu, Z., Lin, Z., & Wei, Y. Investigation on cross-scale indentation scaling relationships of elastic-plastic solids[J]. *Acta Mechanica*, 2021, 232:1479-1496.
- [23] 邱吉,苏步云,金涛,等.高温下多主元合金的动态变形行为与本构建模[J].*爆炸与冲击*,2024,44(07):3-13. DOI: 10.11883/bzycj-2023-0439.
- [24] Gopinath K, Narayanamurthy V, Khaderi S N, et al. Determination of Parameters for Johnson-Cook Dynamic Constitutive and Damage Models for E250 Structural Steel and Experimental Validations[J]. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 2023. DOI: 10.1007/s11665-023-08733-4.
- [25] Lemaitre J. A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture[J]. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 1985, 107(1):83–89. DOI: 10.1115/1.3225775.
- [26] G. I. Taylor. The mechanism of plastic deformation of crystals part I -- Theoretical[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 1934, 145(885):362–387.
- [27] G. I. Taylor. Plastic strain in metals[J]. *J. Inst. Metals*, 1938, 62:307–324.
- [28] N. A. Fleck, J. W. Hutchinson. Strain gradient plasticity[J]. *Advances in applied mechanics*, 1997, 33:296–361.
- [29] Kok S, Beaudoin A J, Tortorelli D A. A polycrystal plasticity model based on the mechanical threshold[J]. *International Journal of Plasticity*, 2002, 18(5-6):715–741. DOI: 10.1016/S0749-6419(01)00051-1.

- [30] 郭玉佩,王彬文,刘小川,等.TC18 钛合金多次冲击损伤演化规律[J].科学技术与工程,2021,21(24):10518-10524. DOI: 10.3969/j.issn.1671-1815.2021.24.057
- [31] Zhao J, Lu X, Liu J, et al. The tension-compression behavior of gradient structured materials: A deformation-mechanism-based strain gradient plasticity model[J]. Mechanics of Materials, 2021, 159:103912. DOI: 10.1016/j.mechmat.2021.103912.

录用稿件，
非最终出版稿