

慢速和快速滑移下断层颗粒夹层的黏性特性

戚承志^{1,2*}, 吴思豫^{1,2}, 班力壬^{1,2}, 李晓照^{1,2}, KOCHARYAN Gevorg Grantovich³

(1.北京建筑大学土木与交通工程学院, 北京, 100044;

2.北京建筑大学北京城市交通基础设施建设国际合作基地, 北京, 100044;

3.俄罗斯科学院岩石圈动力学研究所, 俄罗斯 莫斯科, 119334)

摘要: 岩石断层颗粒夹层的粘性特性对于断层的动力学行为影响很大,但在不同滑移速度下断层颗粒夹层粘性系数的确定问题还没有得到解决。本文针对此问题进行了理论研究。首先,对于颗粒夹层的慢速剪切滑移,采用Maxwell 松弛模型,得到了力链长度对于剪切应变率、剪切带的有效扩展速度、颗粒介质强度的依赖关系,进一步获得剪切带的松弛时间和颗粒介质的粘性系数表达式,建立了颗粒介质固-液力学行为转换的条件。与已有试验数据对比验证了本模型的正确性。对于高速的滑移剪切,颗粒介质运动具有湍流特征,应用统计物理学来描述岩石颗粒之间的相互作用,得到了粘性系数与剪切率成反比的结论。研究成果对于理解断层颗粒夹层的粘性等物理力学特性具有基础性意义。

关键词: 粘性; 颗粒介质; 断层; 滑移速度

中图分类号: O369

国标学科代码: 130.40

文献标识码: A

A study on the viscous characteristics of fault granular gouge under low and high slip rates

QI Chengzhi^{1,2*}, WU Siyu^{1,2}, BAN Liren^{1,2}, LI Xiaozhao^{1,2}, KOCHARYAN Gevorg Grantovich³

(1. School of Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing, 100044, China;

2. International Cooperation Base for Transportation Infrastructure Construction, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing, 100044, China;

3. Sadoysky Institute for Dynamics of Geosphere of Russian Academy of Science, Moscow, 119334, Russia)

Abstract: The viscous characteristics of fault granular interlayers have a significant impact on the dynamic mechanical behavior of faults. The problem of determining the viscosity of fault granular interlayers at different slip velocities has not yet been solved. This article conducts theoretical research on this issue. Firstly, the Maxwell relaxation model was used to study the evolution of force chains for slow shearing of granular gouge, and the dependence of force chain length on shear strain rate, effective extension speed of shear bands, and strength of granular medium was derived. Further the relaxation time of the shear band, the expression of the viscosity coefficient of the granular medium, the conditions for the transformation of solid-liquid mechanical behavior of

*收稿日期: 2024-10-18; 修回日期: 2025-01-08;

基金项目: 国家自然科学基金重点项目 (52438007), 面上项目 (12172036); 北京建筑大学头雁项目 (X24029)

第一作者: 戚承志 (1965—), 男, 博士, 职称: 教授. E-mail: qichengzhi65@163.com;

the granular medium were established. The comparison with existing experimental data has verified the validity of this model. For high-speed slip shear, the motion of granular medium exhibits turbulent characteristics. Statistical physics was used to describe the interaction between granular particles, and it is obtained that the viscosity coefficient is inversely proportional to the shear rate at high slip rate. The research results have fundamental significance for understanding the viscous and other physico-mechanical properties of granular gouge in faults.

Keywords: viscosity; granular gouge; fault; slip rate

按照萨道夫斯基的观点^[1], 地壳岩体被大大小小的不连续结构面切割, 地壳岩体具有复杂的自相似内部结构层次。这些不连续结构面在大的尺度上为断层, 在小的尺度上为节理、裂隙等等。岩体的结构面在很大程度上控制着岩体的物理力学性质, 岩体的变形、运动与破坏主要集中于结构面。自然界中的动力现象, 大到天然地震, 中到触发矿震, 小到岩爆等, 主要发生于岩体结构面上。因此, 研究岩体结构面的力学性质一直是地球物理学、地震学、矿山岩石力学的重要课题。

断层力学是在地震力学的框架内, 由 Brace、Byerlee 等著名学者发展起来的^[2-13]。为了描述地震近区高频运动的观测参数, 在 20 世纪后半叶发展了一种方法, 按照这种方法, 断层滑动面是不均匀的, 含有称为凹凸体^[4]或障碍物^[5]的特殊区域。凹凸体在破裂扩展中起着不同的作用。根据粗糙度模型, 地震的震级取决于几个这样的区域在动力事件中的破坏能力。但需要注意的是, 这些区域承受了更高的法向应力, 而不是具有更大的摩擦系数。这种方法引入了“强度强化(Velocity strengthening, VS)”和“强度弱化(Velocity weakening, VW)”的概念。在广泛采用的率-态摩擦模型框架内^[7], 凹凸体是在接触处具有明显速度弱化(VW)特性的区域, 而断层的其他部分可能是显示速度强化(VS)特性的区域^[14]。对断裂带深钻获得的地质材料样品开展的实验室研究表明, VS 和 VW 区域的矿物学成分往往不同^[15,16]。大多数构造断层可能包含 VS 和 VW 剖面^[17]。

断层的摩擦和强度特性在地震力学中起着关键作用。对摩擦研究的一些回顾见文^[18-20]。近几十年来, 摩擦研究的主要进展是建立了率-态摩擦律(Rate and state friction law, RSFL)^[7,8]。在滑移速度 $V = 0$ 时, RSFL 律的对数速率依赖性存在问题。针对此问题已经提出了几种修正模型, 其中包括在滑移率上增加一个小的截止速度^[21], 将对数改为反双曲正弦^[22]。RSFL 定律的另一个问题是, 地震滑移率约为 m/s 级, 而得到 RSFL 定律的实验范围是从微米/秒到毫米/秒级的^[7]。地震滑动速率下的实验室实验表明, 摩擦系数远低于 RSFL 律摩擦力对数衰减的外推预测值^[23]。在广泛的滑动速率范围内进行的实验表明^[24-26], 摩擦系数 μ 的值在 $V > 0.1$ m/s 时急剧下降。因此, RSFL 律在亚地震速度下成立, 但在接近或超过临界速度 $V_c \sim 0.1$ m/s 时其有效性值得怀疑。在一些研究中^[24, 25], 对三种类型岩石的摩擦系数 μ 的速度依赖性进行了研究, 这三种岩石为富含石英的岩石、含硅酸盐的岩石和含碳酸盐的岩石。摩擦滑移有三种状态: 状态 1: 低速($V < 10^{-4}$ m/s); 状态 2: 中等速度($10^{-4} < V \leq 10^{-2}$ m/s)和状态 3: 高速($V > 10^{-2}$ m/s), 并提出了一种改进的摩擦定律(Modified friction law, MFL)^[27]。Chen 等^[28]把摩擦律扩展到了高速($1 \text{ mm/s} \leq V \leq 10 \text{ m/s}$)。但考虑到滑移层湍流剪切性质的理论研究还缺乏, 需要研究。

在过去 10 年内, 实验研究了颗粒水平上的材料特性对宏观滑动模式的影响^[15, 29-31]。Chen 等^[32]在研究某些材料的摩擦系数 μ_0 对表面粗糙度的依赖性时获得了一个重要结果。对于尺度为 0.01-10 μm 的粗糙度, 摩擦系数与粗糙度密切相关; 随着微粗糙度的增加, μ_0 的值迅速达到 $\mu_0 \sim 0.65-0.8$, 这与宏观尺度下岩石表面的普遍 Byerlee 摩擦定律相对应^[33]。作者得出结论^[32]: 断裂摩擦的减少主要由 0.01-10 μm 范围内的磨损(小的粗糙度)控制, 而大规模自然断层的粗糙度对 μ_0 的值影响有限。

大多数地震断层都含有颗粒夹层。断层颗粒夹层的力学行为会影响断层地震特性^[34,35]。研究表明^[36], 颗粒夹层的力主要集中在颗粒介质的力链中。力链的长度可能有几个颗粒直径大小, 也可能延伸数百个颗粒直径, 并且优先沿着颗粒系统中最大压应力的方向排列。在持续加载和变形情况下, 力链最终在其侧向约束薄弱邻域发生屈曲, 这种约束屈曲导致剪切带的形成, 此为颗粒物质破坏的关键

机制^[36]。一旦充分发育，剪切带将材料分割成可以彼此相对滑动的刚体区域^[37]。实验和数值模拟表明^[38]，力链网络具有复杂的层次结构。力链的产生率与应变率成正比，力链的寿命与应变率成反比。

Kocharyan 等^[39-42]对颗粒夹层的剪切行为进行了实验室实验、现场实验和数值模拟。他们的研究表明^[40]，颗粒介质的粘性系数并不像牛顿液体那样是材料的固有特性，而是依赖于变形速率、温度和其他因素的广义特征参数。数值模拟结果表明^[40]，在模拟慢滑时，标准的率-态模型无法成功再现断层的粘滑运动特征。为了再现断层的粘滑运动特征，必须在率-态模型的标准方程中^[7, 8]引入一个与粘度有关的项： $\tau_{vis} = \eta \cdot V/\delta$ ，即：

$$\tau = \sigma_n \cdot [\mu_0 + a \ln(V/V_0) + b \ln(V_0\theta/D_c)] + \eta \cdot V/\delta = \tau_{fric} + \tau_{vis} \quad (1)$$

式中： τ 为剪切力； $\tau_{fric} = \sigma_n \cdot [\mu_0 + a \ln(V/V_0) + b \ln(V_0\theta/D_c)]$ 为与摩擦相关项； σ_n 为有效正应力（施加的正应力减去孔隙压力）； V 为滑移速度； V_0 为参照速度； μ_0 为 $V=V_0$ 时的稳态摩擦系数； a, b 为材料特性参数； D_c 为临界滑移距离； θ 为状态变量； δ 为夹层厚度。通过实验数据与数值模拟的最佳对应关系，得到了相关系数为 $R=0.95$ 的有效粘性系数 η 与最大速度 V_{max} 的关系^[40]：

$$\eta = 235 \cdot V_{max}^{-0.97} \quad (2)$$

式中， V_{max} 的单位为 mm/s。但公式（2）中粘性系数与滑动速度依赖关系的物理机制尚未阐明。

Lu 等^[43]通过实验研究了剪切颗粒流过渡区的剪切弱化现象。他们发现，颗粒流从类固体向类液体的转变发生在 Savage 数 $Sa \sim 10^{-7}$ 左右。但这种转变的机制尚未得到揭示。

Chen 等^[44]引入摩擦加热激活的多个晶粒尺度变形机制，将滑动模型扩展到高滑动速度范围（1 mm/s $\leq V \leq 10$ m/s）。随着速度和温度的增加，该模型预测了主要变形机制的持续转变，从低速和低温下部分配位的塑性摩擦颗粒流，到高速和高温下配位增加的固态扩散晶界滑动。研究还表明^[45, 46]，熔体层内的温度升高、熔融和粘性剪切在断层滑动弱化中起着重要作用。但目前的模型没有考虑断层夹层在高剪切速率下剪切的湍流性质。因此，高剪切速率下的粘性系数的理论和实验研究是必要的。

总之，到目前为止，仍然缺乏力学模型来描述断层夹层颗粒介质力链的演化，以及随着剪切速率的增加夹层颗粒流从类固体向类液体的转变特征^[47]，以及夹层颗粒粘性系数的确定问题；目前也没有模型考虑断层夹层颗粒介质在高剪切速率下的湍流特性对于其粘性系数的影响问题。因此，本文研究这一问题，以期建立描述断层夹层颗粒介质滑移运动特性的力学模型，并揭示断层夹层颗粒介质粘性随剪切速率变化的机制。

1 低速滑移下的断层颗粒夹层的粘性特性

大多数岩石断层都含有颗粒夹层，其力学行为影响断层的动力学特性。大多数对于岩石摩擦特性的研究没有提供剪切介质中接触力的直接数据。相比之下，断层颗粒夹层模型可以明确地描述断层带内的力的演化特性。因此，研究断层颗粒夹层的力学特性有助于理解地震发生的力学和物理机理。

在荷载作用下，力并非均匀分布在整个颗粒介质中，而是集中在力链中。力链是准线性颗粒链，它在变形颗粒介质中传递高于平均水平的接触力。力链网络具有复杂的层次结构，即具有不同的尺度级别。最大应力集中在最大尺度的力链中。随着滑动速度的增加，较大尺度的力链发生屈曲，较小尺度的力链逐渐承载更多的载荷。力链的生产率与应变率成正比，力链的寿命与应变率成反比。

力链位于弱粒子网络的包围中（即承受低于平均接触力的粒子网络中）。一方面，在持续的荷载

和变形作用下，力链最终在力链侧向约束薄弱邻域发生屈曲，导致剪切带形成和介质卸载，这是颗粒物质破坏的关键机制。另一方面，持续剪切将加载颗粒介质。因此，对颗粒介质中力链的演化可使用麦克斯韦（Maxwell）类型的松弛模型来描述^[48]。对于给定的颗粒介质和加载条件，集中在具有特征长度为 l 的力链中的等效偏应力 s_{ij}^l 的演化方程可由以下列方程描述：

$$ds_{ij}^l/dt = 2\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_{ij} - \nu s_{ij}^l/l \quad (3)$$

其中右边第一项反映了荷载是由剪切变形施加的，而第二项反映了松弛是由剪切带的传播引起的； $\dot{\epsilon}_{ij}$ 是偏应变速率分量； ρ 是介质的密度； ν 是松弛速度，可以认为是剪切带的有效扩展速度，目前尚无确定该速度的理论方法，仅有试验数据； c_s 是弹性剪切波在颗粒介质中的传播速度， ρc_s^2 是介质的剪切模量 G 。

至于剪切滑移带的传播速度，砂土剪切试验表明^[49]，剪切滑移带在大约 $\gamma^* = 10\%$ 的剪切变形下开始形成，在断层滑动速度 V 从 0.005 mm/s 到 0.5 mm/s 两个数量级的变化时，局部剪切滑移带的增长速度约为 $\nu \approx 4$ mm/s，即 ν 实际上并不取决于断层滑动速度。因此，我们可以将松弛速度视为常数 $\nu = \text{const}$ 。这种情况非常类似于真空中光传播速度的恒定性，以及固体中最大裂纹传播速度的近似恒定性。

对于恒定的剪切率方程(3)有下列解：

$$s_{ij}^l = 2\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_{ij} \frac{l}{\nu} \left[-e^{-\nu t/l} \right] = 2\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_{ij} t_r \left[-e^{-t/t_r} \right] \quad (4)$$

对于恒定应变率和足够长的加载时间 $t \gg \tau = \nu/l$ ，加载过程由松弛时间界定，这样由 (4) 得

$$s_{ij}^l \approx 2\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_{ij} \frac{l}{\nu} \quad (5)$$

把(5)式代入到偏应力强度表达式： $\sigma_I^l = (3s_{ij}^l s_{ij}^l/2)^{0.5}$ 得

$$\sigma_I^l = 3\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_I \frac{l}{\nu} \quad (6)$$

其中， $\dot{\epsilon}_I = (2\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}/3)^{0.5}$ 为应变强度。

只有当偏应力强度 σ_I^l 达到极限 $\sigma_I^l = \sigma^*$ 时，力链破坏，介质才会发生宏观破坏：

$$\sigma^* = 3\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_I l/\nu \quad (7)$$

对于 $\nu = \text{const}$ ，(7)式建立了强度极限 σ^* 、力链长度 l 和应变率 $\dot{\epsilon}_I$ 之间的关系。对于给定的应变率强度 $\dot{\epsilon}_I$ ，我们得到了颗粒介质受剪激活的工作力链的尺寸 l

$$l = \sigma^* \nu / (3\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_I) \quad (8)$$

在简单剪切的情况下

$$\dot{\epsilon}_I = \dot{\gamma}/2 = V/2\delta \quad (9)$$

其中， δ 为界面颗粒层厚度。这样 (8) 式变为

$$l = 2\sigma^* \nu \delta / (3\rho c_s^2 V) \quad (10)$$

力链的弛豫时间为

$$t_r = l/v = \sigma^*/(3\rho c_s^2 \dot{\epsilon}_l) \quad (11)$$

按照 Landau 和 Lifshits [50], 粘性系数 η 可以表示为

$$\eta = G \cdot t_r \quad (12)$$

其中, G 为材料的剪切模量; t_r 为松弛时间。

这样就可以得到颗粒介质的有效粘性系数

$$\eta = G t_r = \rho c_s^2 t_r = 2\sigma^* \delta / 3V \quad (13)$$

如果考虑到在慢速剪切时, 颗粒介质的强度与应变率为对数依赖关系, 即 $\sigma^* \sim \ln \dot{\epsilon}_l = \ln(V/\delta)$, 显然粘性系数不会严格地反比于滑移速度, 而应该是指数稍微小于 1, 正如方程(2)所示 $\eta \sim V_{\max}^{-0.97}$ 。这样就揭示了如方程(2)所示结果的物理机理。

下面验证模型的正确性。方程(1)把剪应力分为摩擦应力 τ_{fric} 和粘性应力 τ_{vis} 两部分。因此方程(13)中的 σ^* 应该排除摩擦应力分量 τ_{fric} , 即 $\sigma^* = \tau_{vis}$ 。Kocharyan 和 Novikov 在他们的实验中[39]使用了粒径为 0-200 μm 和 200-500 μm 的石英砂, 和粒径小于 20 μm 的土作为夹层颗粒介质。滑移速度为 1 $\mu\text{m/s}$, 平均的夹层厚度为 $\delta = 1.5 \text{ mm}$ 。正压力为 $\sigma_n = 0.05 \text{ MPa}$, 剪切接触面积为 $A = 254 \text{ cm}^2$ 。对于干土层的试验, 驱动力为 $F = 906 \text{ N}$, 摩擦系数为 $\mu_f = 0.7$, 这样有 $\sigma^* = \tau_{vis} = F/A - \mu\sigma_n = 669 \text{ Pa}$, 从方程(13)可得 $\eta = 669 V_{\max}^{-1}$ 。考虑到在确定剪切力时的误差 ($\pm 8 \text{ N}$), 粘性系数的变化范围为 $\eta = (669 \pm 315) V_{\max}^{-1} \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ 。对于湿的土, 驱动力为 $F = 719 \text{ N}$, 摩擦系数为 $\mu_f = 0.56$, 这样有 $\sigma^* = \tau_{vis} = F/A - \mu\sigma_n = 307 \text{ Pa}$, 从方程(13)可得 $\eta = 307 V_{\max}^{-1}$ 。考虑到在确定剪切力时的误差 ($\pm 7.5 \text{ N}$), 粘性系数的变化范围为 $\eta = (307 \pm 295) V_{\max}^{-1} \text{ Pa}\cdot\text{s}^{-1}$ 。考虑到众多因素影响粘性系数的确定, 可以认为公式(13)的预测可接受。

现在再与 Lu 等的试验数据进行对比[43]。Lu 等[43]通过实验研究了剪切颗粒沙流过渡区的剪切弱化。他们发现, 颗粒流从类固体向类液体的转变, 即随着剪切变形率的增加剪应力开始减小的点, 发生在 Savage 数 $Sa \sim 10^{-7}$ 左右。

由方程(7)可以得到对应于力链长度为 l 时的特征剪切率

$$\dot{\epsilon}_l = \frac{\sigma^* v}{3\rho c_s^2 l} = \frac{\epsilon^* v}{l} \quad (14)$$

其中, $\epsilon^* = \sigma^*/3\rho c_s^2$ 为应力为 σ^* 的极限变形。

如果力链的长度 l 达到颗粒直径大小 d , 即 $l = d$, 也即力链消失, 颗粒物质将表现液体行为。由上式, 相应的特征转变剪切速率为

$$\dot{\gamma}_d = \frac{2\epsilon^* v}{d} \quad (15)$$

Lu 等的试验中[43]平均砂粒径为 $d = 0.00044 \text{ m}$, 砂的密度为 $\rho = 2.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 施加应力 $\sigma \approx 4 \cdot 10^3 \text{ Pa}$ 。极限应变 ϵ^* 和局部剪切带的传播速度 v Lu 等的试验中[43]没有给出。为了进行近似评价, 我们引用了 Turuntaev 等人[49]中关于沙子的实验数据, 即取平均剪切带传播速度为 $v = 0.004 \text{ m/s}$, 极限应变为 $\epsilon^* = \gamma^*/2 = 0.05$ 。则根据方程 (15), 从类固体行为转变为类液体行为的相应特征剪切速率为

$$\dot{\gamma}_d = \frac{2\epsilon^* v}{d} = 0.91 \text{ s}^{-1} \quad (16)$$

相应的 Savage 数为

$$Sa = \frac{\rho d^2 \dot{\gamma}_d^2}{\sigma} = \frac{4\rho(\varepsilon^* v)^2}{\sigma} = \frac{4 \times 2.65 \times 10^3 \times (0.05 \times 0.004)^2}{4 \times 10^3} = 1.07 \times 10^{-7} \quad (17)$$

可以看到，上述估计与 Lu 等人^[43]的结果非常一致。因此，该模型与实验结果一致。说明了模型的合理性。该模型包含了颗粒大小、滑移速度、颗粒介质强度、剪切模量、剪切应变率、剪切带的有效扩展速度，为真正的颗粒介质力链演化的力学模型。

2 高速滑移下的断层颗粒夹层的粘性特性

即使在慢速剪切作用下，颗粒夹层的运动模式包含涡旋的形成、解体、再形成的重复过程^[51,52]。在快速滑动下 ($v=0.1\sim 10$ m/s)，断层夹层的剪切率很大。例如，对于 $v=0.1$ m/s 相对滑移，1.5 mm 厚的颗粒层，剪切率达到 67 s⁻¹；对于 $v=1.0$ m/s 相对滑移，剪切率达到 670 s⁻¹，比固-液转换剪切率 0.91 s⁻¹ 高 2~3 个数量级。快速滑移情况下，夹层介质中会发生诸如温度升高、粒子碎化（纳米粒子的形成）、介质融化、含碳酸钙介质的分解等物理化学现象^[53]。断层颗粒层的粒子的运动为旋转模式主导，为湍流运动^[53]。颗粒速度的脉动和分散增强了介质运动的湍流特征。因此，使用统计物理学来描述岩石颗粒之间的相互作用是合理的。

假设 \vec{R}_i 是第 i 个粒子在时刻 t 的位置，可以用时间相关的分布函数 $\psi(\vec{R}_1, \vec{R}_2, \dots, \vec{R}_N, t)$ 来描述粒子的动力演化。然后，在给定的点 \vec{R}_i 和时间 t 发现到粒子的概率由以下方程确定^[54]

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = - \sum_N \frac{\partial}{\partial \vec{R}_i} (\vec{R}_i \psi) \quad (18)$$

对于滑移速度场，方程 (18) 可以被转换为下列方程^[55]：

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \left(D \frac{\partial}{\partial \vec{R}} - \vec{v} \psi \right) \quad (19)$$

其中， \vec{v} 是粒子的相对速度； D 是扩散系数， $D = kT/\zeta$ ，其中 $\zeta = 2\pi a \eta$ ， a 为颗粒半径。

那么由给定的流场 \vec{v} 所产生的局部应力 $\sigma_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{R})$ 的构形平均应力 $\bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r})$ 由下式决定：

$$\bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r}) = \int \sigma_{\alpha\beta}(\vec{r}, \vec{R}) \psi(\vec{R}) d\vec{R} \quad (20)$$

而 $\bar{\sigma}_{\alpha\beta}$ 在含有 N 个粒子的体积 V 上的体积平均为

$$\begin{aligned} \langle \bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r}) \rangle &= \frac{1}{V} \int \bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r}) d\vec{r} = \frac{1}{V} \left[\int_{V_2} \bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r}) d\vec{r} + \sum_{i=1}^N \int_{V_i} \bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r}) d\vec{r} \right] \\ &= \frac{1}{V} \left[\int_{V_2} \eta_2 \gamma_{\alpha\beta} d\vec{r} + \sum_{i=1}^N \int_{V_i} \bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r}) d\vec{r} \right] \\ &= \frac{1}{V} \left[V_2 \eta_2 \langle \gamma_{\alpha\beta} \rangle + \left(\sum_{i=1}^N V_i \right) \cdot \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_1 \right] \\ &= \frac{1}{V} \left[V_2 \eta_2 \langle \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \rangle + V_1 \cdot \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_1 \right] = \eta_2 \langle \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \rangle (1 - \phi) + \phi \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_1 \end{aligned} \quad (21)$$

其中, V_i 为第 i 个粒子的体积; $V_1 = \sum_{i=1}^N V_i$ 为所有粒子占有的体积; V_2 为粒子之间的体积; η_2 为粒子之间的粘性系数; $\phi = V_1/V$ 为粒子体积占有的体积份额; $\langle \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \dot{\epsilon}_{\alpha\beta}(\vec{r}) d\vec{r}$ 为平均的剪切应变率。

这样有效粘性由下式确定:

$$\eta_{\alpha\beta} = \langle \bar{\sigma}_{\alpha\beta} \rangle / \langle \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \rangle \quad (22)$$

因此有

$$\eta_{\alpha\beta} = \eta_2(1-\phi) + \frac{\phi \langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_1}{\langle \dot{\gamma}_{\alpha\beta} \rangle}, \alpha \neq \beta \quad (23)$$

其中

$$\langle \sigma_{\alpha\beta} \rangle_1 = \frac{1}{V_1} \int_{V_1} \bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\vec{r}) d\vec{r} \quad (24)$$

对于二维的情况, 设流场为

$$\vec{v} = \dot{\gamma} \cdot z \vec{j} \quad (25)$$

其中, \vec{j} 为 y 方向的单位矢量; $\dot{\gamma} = \langle \dot{\gamma}_{yz} \rangle$ 。

把 \vec{v} 表达式代入 (19) 式得

$$D \frac{d^2 \bar{\sigma}_{yz}}{dy^2} + \dot{\gamma} z \frac{d \bar{\sigma}_{yz}}{dy} = 0 \quad (26)$$

其解为

$$\bar{\sigma}_{yz}(\vec{r}) = A + B \exp\left(-\frac{\dot{\gamma} z y}{kT}\right) \quad (27)$$

其中, A 、 B 为常数。把 (27) 式代入到 (24) 式得

$$\begin{aligned} \langle \sigma_{yz} \rangle_1 &= A + \frac{B}{V_1} \int_{V_1} \left(1 - \frac{\dot{\gamma} z y}{kT} + \dots\right) d\vec{r} = A + B \left(1 - \frac{2a^2 \dot{\gamma} z}{5\pi} + \dots\right) \\ &= A + B \exp\left(-\frac{2a^2 \dot{\gamma} z}{5\pi} + \dots\right) \end{aligned} \quad (28)$$

再把上式代入到方程 (23) 得:

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{A}{\dot{\gamma}} + \frac{B}{\dot{\gamma}} \exp\left[-C \frac{\dot{\gamma}}{kT} \eta(\dot{\gamma})\right] \quad (29)$$

这一方程为非线性的。如果令 $\eta \dot{\gamma} = X$, 则上式变为:

$$X = A + B \exp\left[-C \frac{X}{kT}\right] \quad (30)$$

对于同一温度 T ，此方程的解为 $\eta(\dot{\gamma}) = X = \text{const}$ ，也即

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\text{const}}{\dot{\gamma}} \quad (31)$$

也即随着应变率的增加粘性系数与应变率成反比。这种依赖关系是在高速滑移条件下夹层湍流运动的结果。

目前关于颗粒介质夹层高速滑移情况下的粘性特性实验研究不足。因为正如前面所述，该问题涉及到夹层颗粒介质诸如温度升高、粒子碎化（纳米粒子的形成）、介质融化、含碳酸钙介质的分解等物理化学现象，以及介质的湍流运动特性，且宏观粘性力分量和摩擦力分量交织在一起，试验时区分存在困难，数据缺乏。

但是在高速滑移情况下的颗粒夹层运动类似于固体融化体的运动和固体在高应变率条件下的快速类液体变形运动^[53, 56-58]。对于融化的玻璃流体运动可采用如下的应变率依赖粘性系数表达式^[45]：

$$\eta(T, \dot{\epsilon}) = \eta_T \left[1 + \frac{\eta_T \dot{\epsilon}}{\sigma_\infty} \right]^{-1} \quad (32)$$

其中， η_T 为温度为 T 时的粘性系数； σ_∞ 为融化流体的最大强度。由上式可以看出，在高应变率时，粘性系数在大的应变率条件下具有公式（31）那样的反比关系。

图1展示了碳化硅、氧化铝的强度随应变率的变化情况^[59]。在高应变率阶段碳化硅、氧化铝的动态强度几乎不变，可以认为作为动力强度主要成分的粘性成分为常数，即 $\eta \dot{\epsilon} = \text{const}$ ，所以 $\eta(\dot{\epsilon}) = \text{const}/\dot{\epsilon}$ ，与式（31）符合。

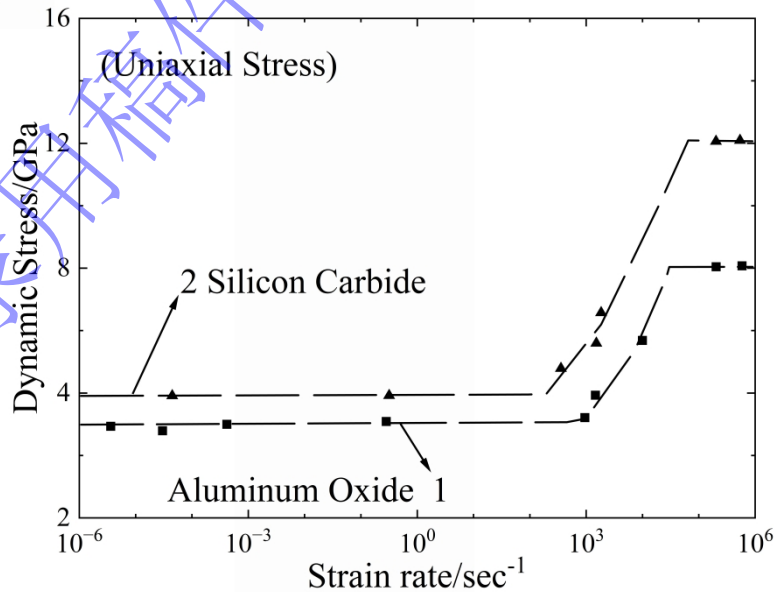


图1 碳化硅、氧化铝强度随应变率变化情况^[59]

Fig.1 The dependence of the strength of silicon carbide and aliminum oxide on strain rate^[59]

对照前面慢速滑移的分析结果, 粘性系数为: $\eta = 2\sigma^* \delta / 3V = 2\sigma^* / (3\dot{\gamma})$ 。可以看到在慢速与快速滑移条件下粘性系数对于剪切应变率的依赖性一致。如果认为式(31)对于从低速滑移到高速滑移范围内都成立, 那么式(31)中的常数应该为: $const = 2\sigma^* / 3$ 。这样就可以实现粘性系数的统一描述。但是目前在中间滑移速度情况下断层颗粒层粘性的理论与试验研究不足, 因为该问题涉及到复杂的物理化学反应, 以及颗粒夹层运动从层流到湍流的过渡, 且宏观粘性力分量和摩擦力分量交织在一起, 试验时不好区分。因此, 需要在未来进一步深入研究。

正如文献[45]所指出的那样, 应变速率增加时粘性系数的降低是由材料结构在应变率条件下介质的内部结构动态变化引起的。在低滑移速度情况下, 介质的松弛时间取决于力链的生存时间, 而力链的生存时间与应变率成反比; 而在高速滑移情况下, 介质的松弛时间取决于涡旋的生存时间, 而涡旋的生存时间也与应变率成反比减小, 因而粘性系数随着应变率的增加而成反比减小。

3 结论

本文研究了慢速和高速滑移条件下断层颗粒层粘性系数的确定问题。对于颗粒夹层的慢速剪切滑移情况, 力链起着关键的作用, 必须考虑力链随着应变率的演化。为此采用介质的 Maxwell 松弛模型, 也即颗粒夹层应力增加与否取决于外部加载和由于力链破坏引起的滑移带扩展所致卸载的竞争。由此模型推得了力链长度对于剪切应变率、剪切带的有效扩展速度、颗粒介质强度的依赖关系, 进一步获得剪切带的松弛时间和颗粒介质的粘性系数表达式, 建立了颗粒介质固-液力学行为转换的条件。该模型包含了颗粒大小、颗粒层滑移速度、颗粒介质强度、剪切模量、剪切应变率、剪切带的有效扩展速度, 为真正的力链演化的力学模型。与已有试验数据的对比验证了本模型的正确性。对于高速滑移剪切, 夹层介质中会发生诸如温度升高、粒子碎化(纳米粒子的形成)、介质融化、含碳酸钙介质的分解等物理化学现象。断层颗粒层的粒子的运动为旋转模式主导, 颗粒介质运动具有湍流特征。为此使用统计物理学来描述岩石颗粒之间的相互作用, 得到了颗粒介质的粘性系数与剪切率成反比的结论。上述结果是由夹层颗粒介质结构在滑移条件下的动态变化引起的。在低速滑移情况下, 介质的松弛时间取决于力链的生存时间; 而在高速滑移情况下, 介质的松弛时间取决于涡旋的生存时间。随着应变率提高, 上述介质内部结构的生存时间与应变率成反比减小, 粘性系数也成反比减小。研究成果对于理解断层颗粒夹层的力学特性具有基础性意义。

参考文献

- [1]. SADOVSKY M A, BOLKHOVITINOV L G, PISARENKO V F. Deformation of geophysical medium and seismic process[M]. Nauka, Moscow, 1987.
- [2]. BRACE W F, BYERLEE J D. Stick-slip as a mechanism for earthquake[J]. Science, 1966, 153(3739): 990-992. DOI: 10.1126/science.153.3739.990.
- [3]. KOSTROV BV. Mechanics of sources of tectonic earthquakes[M]. Nauka, Moscow, 1975.
- [4]. KANAMORI H, STEWART G S. Mode of strain release along Gibbs fracture zone, Mid-Atlantic ridge[J]. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 1976, 11(4): 312-332. DOI:10.1016/0031-9201(76)90018-2.
- [5]. AKI K, BOUCHON M, CHOUET B, et al. Quantitative prediction of strong motion for a potential earthquake fault [J]. Annals of Geophysics, 2010, 53(1):81-91. DOI:10.4401/ag-4665.
- [6]. MYACHKIN V I. Preparation processes of earthquakes[M]. Nauka, Moscow, 1978.

- [7]. DIETRICH J H. Modeling of rock friction: 1. experimental results and constitutive equations[J]. *Journal of Geophysical Research*. 1979, 84(B5):2161–2168. DOI:10.1029/JB084iB05p02161.
- [8]. RICE J R, RUINA A L. Stability of steady frictional slipping[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1983, 50(2): 343–349. DOI:10.1115/1.3167042.
- [9]. SCHOLZ C H. *The Mechanics of Earthquakes and Faulting*[M]. Cambridge University Press, 1990.
- [10]. DOBROVOLSKY I P. *Theory of preparation of tectonic earthquakes*[M]. Nauka, Moscow, 1991.
- [11]. DOBROVOLSKY I P. *The mathematical theory of earthquake preparation and prediction*[M]. Fizmatlit, Moscow, 2009.
- [12]. SOBOLEV G A, PONOMOREV A V. *The Physics of Earthquakes and Precursors*[M]. Nauka, Moscow, 2003.
- [13]. KOCHARYAN G G. *Geomechanics of faults*[M]. Geos, Moscow, 2016.
- [14]. SCHOLZ C H, CAMPOS J. The seismic coupling of subduction zones revisited[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2012, 117(B5): 1-22. DOI:10.1029/2011JB009003.
- [15]. CARPENTER B M, IKARI M J, MARONE C. Laboratory observations of time-dependent frictional strengthening and stress relaxation in natural and synthetic fault gouges[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2016, 121(2): 1183–1201, DOI:10.1002/2015JB012136.
- [16]. IKARI M J, MARONE C, SAFFER D M. On the relation between fault strength and frictional stability[J]. *Geology*, 2011, 39(1): 83–86. DOI:10.1130/G31416.1.
- [17]. BOATWRIGHT J, COCCO M. Frictional constraints on crustal faulting[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1996, 101(B6): 13895-13909. DOI:10.1029/96jb00405.
- [18]. PERSSON B N J. *Sliding Friction: Physical Principles and Applications*[M]. Nano Science and Technology. Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg, 1998.
- [19]. MUSER MH, URBACH M, ROBBINS MO. Statistical mechanics of static and low-velocity kinetic friction[J]. *Advances in Chemical Physics*. 2003, 126: 187-272.
- [20]. BAUBERGER T, CAROLI C. Solid friction from stick-slip down to pinning and aging[J]. *Advances in Physics*. 2006, 55(3-4): 279-348. DOI:10.1080/00018730600732186.
- [21]. ZHENG G, RICE J R. Conditions under which velocity-weakening friction allows a self-healing versus a cracklike mode of rupture[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1998, 88(6): 1466-1483. DOI:10.1016/S0040-1951(98)00192-9.
- [22]. RICE J R, LAPUSTA N, RANJITH K. Rate and state dependent friction and the stability of sliding between elastically deformable solids[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 2001, 49(9): 1865-1898. DOI: 10.1016/S0022-5096(01)00042-4.
- [23]. DI TORO G, HIROSE T, NIELSEN S, et al. Natural and experimental evidence of melt lubrication of faults during earthquakes[J]. *Science*, 2006, 311(5761): 647-649. DOI:10.1126/science.1121012.
- [24]. DI TORO G, HAN R, HIROSE T, et al. Fault lubrication during earthquakes[J]. *Nature*, 2011, 471(7339): 494–8. DOI:10.1038/nature09838.
- [25]. GOLDSBY D L, TULLIS T E. Flash heating leads to low frictional strength of crustal rocks at earthquake slip rates[J]. *Science*, 2011, 334(6053): 216–218. DOI:10.1126/science.1207902.
- [26]. AHARONOV E, SCHOLZ C H. A physics-based rock friction constitutive law: Steady state friction[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2018, 123(2): 1591-1614. DOI:10.1002/2016JB013829.
- [27]. SPAGNUOLO E, NIELSEN S, VIOLAY M, et al. An empirically based steady state friction law and implications for fault stability[J]. *Geophysical Research Letters*, 2016, 43(7): 3263–71. DOI:10.1002/2016GL067881.
- [28]. CHEN J Y, NIEMEIJER A R, SOIERS C J. Microphysical modeling of carbonate fault friction at slip rates spanning the full seismic cycle[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2021, 126(3): e2020JB021024. DOI:10.1029/2020JB021024.

- [29]. SELVADURAI P, GLASER S. Asperity generation and its relationship to seismicity on a planar fault: A laboratory simulation[J]. *Geophysical Journal International*, 2017, 208(2): 1009–1025. DOI:10.1093/gji/ggw439.
- [30]. RECHES Z, ZU X, CARPENTWYER B M. Energy-flux control of the steady-state, creep, and dynamic slip modes of faults[J]. *Scientific Reports*, 2019, 9(1): 10627. DOI:10.1038/s41598-019-46922-1.
- [31]. IKARI M J, MARONE C, SAFFER D M, et al. Slip weakening as a mechanism for slow earthquakes[J]. *Nature Geosciences*, 2013, 6(6): 468–472. DOI: 10.1038/NNGEO18198.
- [32]. CHEN X, MADDEN A S, BICKMORE B R, et al. Dynamic weakening by nanoscale smoothing during high-velocity fault slip[J]. *Geology*, 2013, 41(7): 739–7428. DOI:10.1130/G34169.1.
- [33]. BYERLEE J D. Friction of Rocks[J]. *Pure and Applied Geophysics*, 1978, 116(4-5): 615-626. DOI:10.1007/BF00876528.
- [34]. CHESTER J S, CHESTER F M, KRONENBERG A K. Fracture surface energy of the Punchbowl fault, San Andreas system[J]. *Nature*, 2005, 437(7055): 133-136. DOI:10.1038/nature03942.
- [35]. SIBSON R H. Thickness of the seismic slip zone[J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2003, 93 (3): 1169-1178. DOI:10.1785/0120020061.
- [36]. MAJMUDAR T S, BEHINGGER R P. Contact force measurements and stress induced anisotropy in granular materials[J]. *Nature*, 2005, 435(7045): 1079-1082. DOI:10.1038/nature03805.
- [37]. ANTONY S J. Link between single-particle properties and macroscopic properties in particulate assemblies: role of structures within structures[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2007, 365 (1861): 2879-2891. DOI:10.1098/rsta.2007.0004.
- [38]. RICHEFEU V, EL YOUSOUFI M S, AZEMA E, et al. Force transmission in dry and wet granular media[J]. *Powder Technology*. 2009, 190(1-2): 258-263. DOI:10.1016/j.powtec.2008.04.069.
- [39]. KOCHARYAN G G, NOVIKOV V A, OSTAPCHUK A A, et al. A study of different fault slip modes governed by the gouge material composition in laboratory experiments[J]. *Geophysical Journal International*. 2017, 208(1): 521–528. DOI:10.1093/gji/ggw409.
- [40]. BUDKOV A M, KOCHARYAN G G. Experimental study of different modes of block sliding along interface. Part 3. Numerical modeling[J]. *Physical Mesomechanics*, 2017, 20(2): 203 -208. DOI:10.1134/S1029959917020102.
- [41]. OSTAPCHUK A A, MOROZOVA K G. On the Mechanism of Laboratory Earthquake Nucleation Highlighted by Acoustic Emission[J]. *Scientific Reports*. 2020, 10(1): 7245. DOI: 10.1038/s41598-020-64272-1.
- [42]. OSTAPCHUK A A, MOROZOVA K G, MARKOV V, et al. Acoustic Emission Reveals Multiple Slip Modes on a Frictional Fault[J]. *Frontiers of Earth Science*, 2021, 9: 657487. DOI: 10.3389/feart.2021.657487.
- [43]. LU K, BRODSKY E E, KAVEHPOUR H P. Shear-weakening of the transitional regime for granular flow: the role of compressibility[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2007, 587: 347-372. DOI:10.1017/S0022112007007331.
- [44]. CHEN J Y, NIEMEIJER A R, SPLERS C. Microphysical modeling of carbonate fault friction at slip rates spanning the full seismic cycle[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth: JGR*, 2021, 126(3): e2020JB021024. DOI: 10.1029/2020JB021024.
- [45]. HAYWARD K S, HAWKINS R, COX S F, et al. Rheological controls on asperity weakening during earthquake slip[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2019, 124 (12): 12736-12762. DOI:10.1029/2019JB018231.
- [46]. POZZI G, PAOLA N, NIELSEN S, et al. Coseismic fault lubrication by viscous deformation[J]. *Nature Geoscience*. 2021, 14(6): 437–442. DOI:10.1038/s41561-021-00747-8.
- [47]. FAGERENG A, BEALL A. Is complex fault zone behaviour a reflection of rheological heterogeneity?[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 2021, 379(2193): 20190421. DOI:10.1098/rsta.2019.0421.
- [48]. RADIONOV V N, SIZOV I A, TSVETKOV V M. *Fundamental of geomechanics*[M], Nedra, Moscow, 1986.
- [49]. TURUNTAEV S B, KULIJKIN A M, GERASOMOV T I, et al. Dynamics of localization shear deformation in sand[J]. *Doklady Akademii Nauk (Reports of Russian Academy of Science)*, 1997, 354(1):105-108.

- [50]. LANDAU L D, LIFSHITZ E M. Theory of elasticity[M]. Pergamon, New York, 1959.
- [51]. ALONSO-MARROQUIN F, VARDOULAKIS I. Micromechanics of shear bands in granular media[C]//Powders and Grains 2005 - Proceedings of the 5th International Conference on Micromechanics of Granular Media (2005), The Netherlands: A.A. Balkema, Leiden, 2005: 701–704.
- [52]. ABEDI S, RECHENMACHER A L, ORLANDO A D. Vortex formation and dissolution in sheared sand[J]. Granular Matter, 2012, 14(6): 695-705. DOI: 10.1007/s10035-012-0369-5.
- [53]. KIM V A, KARIMOV S A. Manifestation of physical mesomechanics at contact interaction[J]. Journal of state technical university of komsomolsky at Amur, Science on nature and technique, 2014, II-1(18): 79-85.
- [54]. BIRD R B, ARMSTRONG R C, HASSAGER O. Dynamics of polymeric liquid, vol.2, 2-nd ed[M]. Wiley, New York, 1987.
- [55]. CHOW T S. Mesoscopic physics of complex materials[M]. Springer, New York, 2000.
- [56]. SIMMONS J H, Mohr R K, and Montrose C J. Non-Newtonian Viscous Flow in Glass[J]. Journal of Applied Physics, 53(6)1982: 4075-4080. DOI: 10.1063/1.331272.
- [57]. SIMMONS J H, OCHOA R, SIMMONS K D, et al. Non-Newtonian viscous flow in soda-lime-silica glass at forming and annealing temperatures[J]. Journal of Non-Crystalline Solids, 105(3), 1988: 313-322. DOI: 10.1016/0022-3093(88)90325-0.
- [58]. SIMMONS J H. What is so exciting about non-linear viscous flow in glass, molecular dynamics simulations of brittle fracture and semiconductor-glass quantum composites[J]. Journal of Non-Crystalline Solids, 239, 1988: 1-15. DOI: 10.1016/S0022-3093(98)00741-8.
- [59]. GRADY DE, Shock wave properties of brittle solids[C]//In AIP: Shock Compression of Condensed Matters, Steve Schmidt (ed.), New York: AIP Press, 1995, 9-20.